

ANÁLISIS DE LAS CREENCIAS Y CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES EN TORNO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO VEHÍCULO PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UN ESTUDIO ETNOGRÁFICO

Cristhian López Leyton, Eliécer Aldana Bermúdez, Jhon Darwin Erazo Hurtado
Universidad del Quindío (Colombia)
leyton3991@gmail.com, eliecerab@uniquindio.edu.co, jderazo@uniquindio.edu.co

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar las concepciones de Profesores universitarios de matemáticas, de acuerdo al enfoque que obtiene la resolución de problemas en la enseñanza de los conceptos del Cálculo diferencial e integral. En este sentido, se emplea como marco referencial a las creencias y concepciones (Moreno y Azcárate, 2003) de los profesores bajo un estudio etnográfico (Murillo y Martínez, 2010). Para esto, se hace necesario comprender cuál es el papel que juega la resolución de problemas en la transposición didáctica (Chevallard, 1991) que implica la preparación que hace el profesor de un corpus del conocimiento (que surge de la investigación) al saber enseñando (la práctica en el aula). Los resultados se obtienen mediante observación, registros de clase y apuntes de estudiantes. Lo anterior permite concluir que los profesores ven la resolución de problemas como aplicación de temas; como contenido; como metodología; y como vehículo para la comprensión de las entidades matemáticas.

Palabras clave: creencias, concepciones, resolución de problemas, etnografía

Abstract

This research aims to analyze the conceptions of mathematics university teachers according to the approach that problem solving has in the teaching of the concepts of differential and integral calculus. In this sense, the beliefs and conceptions (Moreno and Azcárate, 2003) of teachers under an ethnographic study are used as a reference framework (Murillo and Martínez, 2010). Then, it is necessary to understand the role of problem solving in the didactic transposition (Chevallard, 1991), which implies the teacher's training from knowledge corpus (arising from research) to know teaching (practice in the classroom). The results are obtained through observation, class records and student notes. The above allows us to conclude that teachers see problem solving as application of topics; as content; as methodology; and as a vehicle for the understanding of mathematical entities.

Key words: beliefs, conceptions, problem resolution, ethnography

■ Introducción

Los profesores en su proceso de planificación y diseño de clase, en el caso particular de la enseñanza de las matemáticas, realizan procesos de transposición didáctica (Chevallard, 1991) asociados a los conceptos fundamentales del espacio académico respectivo. Esta transposición didáctica emerge de los saberes institucionales y personales (Godino, Batanero, Rivas, y Arteaga, 2013) que cada profesor tiene asociado a una creencia o concepción de como utiliza la resolución de problemas (RP) como: contenido, aplicación después de haber terminado un tema o una unidad didáctica, o como estrategia de enseñanza y aprendizaje, y como un proceso ligado al uso sentido y significado de los objetos matemáticos del conocimiento desde posturas sociales y culturales que ponen los saberes matemáticos en la dinámica de las actividades humanas. En este sentido, la RP como estrategia para la enseñanza de los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial (CD) y Calculo Integral (CI), está asociada a las creencias o intuiciones y a las concepciones o saber personal que tienen los profesores, porque están vinculadas a prácticas institucionales, personales, epistemológicas, didácticas, instruccionales y cognitivas, desligadas de contextos reales y situaciones problema, lo que hace necesario sea objeto de estudio por parte de los investigadores (Serrano, 2010).

En este sentido, investigaciones como las de Schmelkes (2001); Ávila (2004); Ezpeleta (2004); Búrquez, Domínguez y Vera (2005), afirman que existe una descontextualización de los programas educativos en torno a aspectos como las concepciones, las creencias, actitudes, posturas, hábitos y la realidad del docente, como variables que intervienen en el desarrollo de la práctica educativa al igual que la planificación de la misma. En función de ello, este escrito da cuenta de una investigación realizada en el Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío (Colombia) sobre la Resolución de Problemas en Cálculo Diferencial e Integral y propende analizar ¿Cuáles son las creencias y las concepciones que tienen los profesores sobre el papel de la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos fundamentales del Cálculo diferencial e Integral?

■ Marco Teórico

En función de los planteamientos anteriores en este apartado se establecen conceptos claves como las creencias, las concepciones, la relación entre estos dos constructos, la resolución de problemas, además de algunos estudios relacionados para responder a la pregunta planteada.

Las creencias: están asociadas a rasgos de tipo subjetivo de las personas, en este caso particular de los profesores de matemáticas, ligadas a los sentimientos y un poco guiadas por las emociones relacionadas con aspectos propios de la personalidad; las creencias obedecen a acciones más de tipo empírico sobre percepciones del hacer del profesor sobre su práctica pedagógica. Por su parte, Pajares (1992) citado en Gil Cuadra y Rico (2003), considera que las creencias son “verdades personales indiscutibles, sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tiene un fuerte componente evaluativo y afectivo.

Las concepciones: incluyen las creencias y en este caso se podría estar hablando de concepciones de tipo subjetivo, estas obedecen más a procesos mentales construidos y establecidos que pueden ser además epistemológicos porque obedecen a un conocimiento sobre el programa o la naturaleza de la enseñanza

de las matemáticas. En su estudio Flores (1998) relaciona el término “concepciones” en torno a las matemáticas de 4 tipos; la forma como se concibe el conocimiento y su relevancia personal (concepciones sobre las matemáticas), método de aprendizaje y enseñanza (concepciones sobre el estudio y preparación en matemáticas), aplicabilidad cotidiana (concepciones sobre la adaptabilidad a las situaciones en contexto), y finalmente su propia preparación para profesor (concepciones sobre la didáctica de las matemáticas).

Relación entre creencias y concepciones: Las concepciones y creencias, de acuerdo con Ponte (1994) conciben parte del conocimiento, y en este sentido, las creencias son certezas descendientes de vivencias o inventiva propia, muy a diferencia de las concepciones, siendo estas la moldura organizacional de los conceptos involucrados en procesos de cognición que intervienen al momento de realizar una actividad de cualquier naturaleza.

■ La resolución de problemas (RP):

El término “*resolución de problemas*” se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular. De acuerdo con Stanic y Kilpatrick (1989), la resolución de problemas ha adoptado diferentes significados en función del uso que se le ha dado:

- ✓ *Resolver problemas como contexto para:* enseñar matemática, crear motivación por algunos temas, recrear, desarrollar habilidades, y práctica.
- ✓ *Resolver problemas como habilidad:* rutinarios (habilidades básicas), no rutinarios (de nivel superior), y técnicas de resolución como contenido para aplicar lo aprendido.
- ✓ *Resolver problemas es “hacer matemática”:* creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática consiste en problemas y soluciones (Pólya, 1954).

■ Metodología

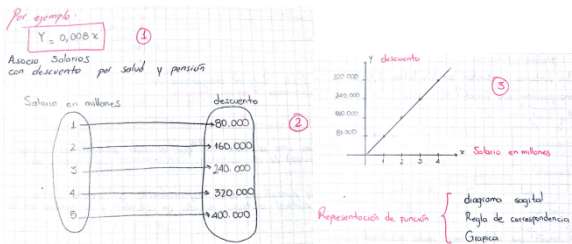
Esta investigación tiene un enfoque cualitativo, porque “está orientada a la comprensión, cuyo objetivo es describir e interpretar la realidad educativa desde dentro” (Sabariego, 2009, p. 281); y tiene que ver con la forma cómo los estudiantes comprenden/construyen los conceptos de: límite, derivada, e integral definida, mediante el planteamiento y resolución de problemas y el papel que la RP juega en la enseñanza y aprendizaje en estudiantes de tercer año de Licenciatura de Matemáticas. Para ello se sustenta en un método de investigación etnográfico ya que este tipo de investigación es “el más conocido y utilizado en el campo educativo para analizar la práctica docente, describirla desde el punto de vista de las personas que en ella participan y enfatizar las cuestiones descriptivas e interpretativas” Sabariego (2009) p. 281. Para el diseño metodológico se tuvieron en cuenta las fases de la investigación etnográfica (Murillo y Martínez, 2010): Selección del diseño; determinación de las técnicas; acceso al ámbito de investigación; selección de los informantes; recogida de datos y la determinación de la duración de la estancia en el escenario; procesamiento de la información recogida; y elaboración del informe.

Las técnicas utilizadas en este estudio etnográfico fueron: La observación no participante, diario de campo y estudio de los apuntes de los docentes y estudiantes. De acuerdo con la literatura existente se consolidaron las categorías y subcategorías adaptadas de Cortés y Sanabria (2012): *Posturas sobre las matemáticas; Posturas sobre la práctica educativa; Posturas sobre el planteamiento y la resolución de problemas*

■ **Resultados y discusión**

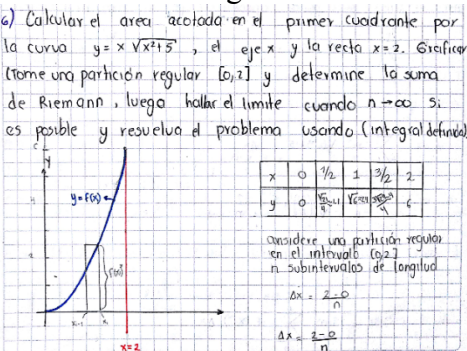
En este apartado se presenta en función de los episodios de dos profesores en las clases de cálculo diferencial e integral durante el primer semestre de 2017. La información obtenida se obtuvo a partir de registro en un diario de campo configurado por las notas de clase de los profesores y los apuntes de los estudiantes. En este sentido, los episodios son presentados y discutidos mediante la triangulación de la información obtenida de estos instrumentos mencionados como se presenta a continuación:

Tabla 1: Observación de clase (Profesor 1: Cálculo Diferencial)

Descripción (situación)	Argumento (visión del etnógrafo)
<p>El docente de CD plantea que son de interés funciones que relacionan números reales establecidos mediante una <u>Regla de correspondencia</u> llamada <u>ecuación</u>, así como a una gráfica en el plano cartesiano. A continuación el profesor plantea un ejemplo:</p> <p>La ecuación $y = 0,008x$ asocia salarios con descuento por salud y pensión</p>  <p><i>Figura 1:</i> Apuntes de los estudiantes</p>	<p>El docente plantea una situación que tiene que ver desde lo cotidiano pero articulado en el contexto matemático, que asocia una función lineal con salarios y descuentos de salud y pensión propios de los trabajadores Colombianos. De esta manera el profesor liga situaciones reales para poder ejemplificar las definiciones.</p> <p>Con este ejemplo del docente logra mostrar a sus estudiantes las tres formas de representación de una función (Regla de correspondencia, Diagrama sagital, y Grafica cartesiana).</p> <p>Finalmente el profesor expone a sus estudiantes la definición formal de función real y notaciones funcionales.</p>

Fuente: López y Aldana (2017)

Tabla 2: Observación de clase (Profesor 2: Cálculo Integral)

Descripción (situación)	Argumento (visión del etnógrafo)
<p>Después de realizar algunos ejercicios de evaluación de integrales, el docente de CI plantea un ejemplo de área bajo la curva, para lo cual solicita a sus estudiantes determinar la suma de Riemman con una partición regular y luego resolver el problema usando integral definida:</p>  <p>Figura 2: Preparador del docente</p> <p>A continuación el docente presenta a sus estudiantes una “aplicación” de la integral definida “desplazamiento o cambio de posición de una partícula” y realiza un ejemplo:</p> <p><i>Ejemplo:</i> Una partícula se mueve a lo largo de una recta con velocidad $v(t) = t^2 - t - 6$. La velocidad se expresa en metros por segundos (m/s). Calcule el desplazamiento en el periodo $1 \leq t \leq 4$. Calcule la distancia total recorrida durante ese lapso.</p> <p>Figura 3: Preparador del docente</p>	<p>El docente mediante este ejemplo ilustra el paralelo que existe entre resolver el problema de área bajo la curva mediante sumas de Riemann y el uso del último teorema visto (teorema fundamental del cálculo); mediante la aproximación de la suma de Riemann los estudiantes evidencian a nivel algorítmico que el proceso para resolver el problema se hace con una suma finita de particiones (que representan áreas) y que al tomar el límite cuando la partición tiende a cero puedo hallar el área exacta. Posteriormente el profesor plantea el problema por el método de integración definida y enfatiza que es fundamental que se vea el proceso mediante el cual el límite de una suma de Riemann representa una integral definida.</p> <p>El profesor después de exponer problemas de área bajo la curva que ilustran la utilización de integrales definidas, afirma que se estudiaran aplicaciones que requieren del uso de integrales, estas dan desde diferentes situaciones un contexto de lo que significa resolver una integral.</p> <p>El docente parte de un ejemplo del contexto físico para relacionar el objeto matemático con su aplicación desde otra disciplina, este ejemplo es resuelto en clase.</p>

Fuente: López y Aldana (2017)

En función de las sesiones abordadas, los referentes teóricos de apartados anteriores y las temáticas evidenciadas, es posible situar el desarrollo de las clases a la luz de la bibliografía encontrada. A partir de ello se constata, que el profesor 1 (CD) concibe la resolución de problemas desde su praxis educativa como contexto para enseñar matemáticas, es decir, mediante el uso de situaciones reales y pragmáticas ejemplifica e ilustra la formalidad de las definiciones (Stanic y Kilpatrick, 1989). En este sentido, la enseñanza de las matemáticas se determinó por el fundamento teórico y conceptual, el acondicionamiento

de reglas y procedimientos, la práctica de ejercicios en los cuales se ilustran teoremas, definiciones, el uso de palabras clave para describir algunos procesos, la búsqueda de habilidades para el desarrollo de ejercicios que aumentan en su complejidad, y finalmente el uso de este aprendizaje conceptual es utilizado como una aplicación después de haber concluido la enseñanza de un objeto matemático del conocimiento (Bedoya y Ospina, 2014; Benites, 2013; Salinas y Sgreccia, 2017).

Para el caso del profesor 2 se concibe la resolución de problemas como habilidad (Stanic y Kilpatrick, 1989), es decir, después de un estudio conceptual a profundidad en el cual se desarrollan definiciones, teoremas y demostraciones, el docente plantea ejercicios de práctica y problemas de habilidades básicas que posteriormente se reflejan en una “aplicación”, lo anterior de acuerdo con Barrantes (2008); Bedoya y Ospina (2014) evidencia que la postura que toma el docente en el desarrollo de sus clases consiste en resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual. El desarrollo de algunos problemas planteados evidencia la intervención del modelo de Pólya (1954) aplicado de una forma intuitiva, en la cual el docente realiza un análisis del enunciado del problema con todos los participantes en el aula, propone un método de solución (concibe un plan) el cual es ejecutado paso a paso para ilustrar métodos de solución a diferentes situaciones y al finalizar se cuestiona la coherencia y veracidad de los resultados obtenidos.

■ Conclusiones

Las concepciones de los profesores universitarios sobre las matemáticas, las prácticas educativas y la misma resolución de problemas, están ligadas a su formación y experiencia profesional, más que a un proceso consciente de la necesidad de cambiar las formas de considerar las trayectorias que sigue un aprendiz a la hora de acercarse a un objeto matemático del conocimiento; no obstante, las evidencias obtenidas a partir del estudio etnográfico permiten inferir que el docente universitario concibe la matemática como una articulación entre el aprendizaje, el saber y la enseñanza; triada en la cual asume otra concepción sobre la RP como agente de motivación para el aprendizaje.

En cuanto a las Concepciones que tienen los Profesores del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío sobre la Resolución de Problemas en Cálculo Diferencial e Integral, desde un estudio etnográfico, permiten además concluir: la RP viene después de la conceptualización del objeto matemático, tiene existencia cuando hay un contexto, existe si hay una aplicación a la matemática o a otras ciencias, en la licenciatura en particular no puede ser el eje vertebral del aprendizaje, en cuanto prevalece la estructura matemática.

Así mismo, no existe un modelo puro para la enseñanza de la matemática desde la RP; tampoco tiene cabida cuando se trata de una matemática teórica, en algunos casos está asociada con un enfoque intuitivo, de motivación y para garantizar el aprendizaje, a través del refuerzo de los temas vistos en clase de los temas vistos en clase y por último, los profesores consideran que los estudiantes deben formar unas bases sólidas en matemáticas formales, para después profundizar en algún campo específico, pero la RP es una situación posterior al aprendizaje conceptual; y el modelo de RP con el que más se identifican los dos profesores del estudio etnográfico es el de Pólya.

■ Referencias bibliográficas

- Ávila-Storer, A. (2004). Reseña de conocimientos y aptitudes para la vida. Resultados de pisa 2000. *Educación Matemática*, 16 (1), 225-227.
- Barrantes Campos, H. (2008). *¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense*. CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2008, pp. 83-98. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6902/6588>
- Bedoya, M. M. y Ospina, S. A. (2014). *Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza aprendizaje*. Tesis de maestría. Universidad de Medellín, Medellín – Antioquia, Colombia. Recuperado de <http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/300/Concepciones%20que%20poseen%20los%20profesores%20de%20matem%C3%A1tica%20sobre%20la%20resoluci%C3%B3n%20de%20problemas%20y%20c%C3%B3mo%20afectan%20los%20m%C3%A9todos%20de%20ense%C3%B1anza%20y%20aprendizaje.pdf?sequence=1>
- Benítez Chará, W. (2013). Concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje de docentes en formación. *Revista Científica*, pp.176 - 180. Recuperado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/6009>
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Cortés, J, y Sanabria, F. (2012) *Concepciones y Creencias de Profesores de Matemáticas sobre Resolución de Problemas: un estudio de casos*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Ezpeleta, J. (2004). Innovaciones educativas. Reflexiones sobre los contextos para su implementación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 9(21), 403-424.
- Flores, P. (1998). Libro *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Universidad de Granada, departamento de didáctica de la matemática, España. (pp. 30).
- Gil Cuadra, F y Rico Romero L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (1), 27-47.
- Godino, J., Batanero, C., Rivas, H., y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. Madrid.
- López, C. y Aldana, E. (2017). Análisis de las creencias y concepciones de los profesores en torno a la resolución de problemas como vehículo para el aprendizaje del cálculo diferencial e integral: un estudio etnográfico. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa "RELME 31"*. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa "CLAME". Lima, Perú.
- Moreno, M. y Azcárate Giménez, C. (2003). *Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las educaciones diferenciales*. *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (2), 265-280.
- Murillo, J y Martínez, C (2010). *Investigación etnográfica, métodos de investigación educativa*. pp 9.

- Ponte J. P. (1994). Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. En L. Bazzini (ed.), *Theory and practice in mathematics education*.
- Pólya, G. (1954). *How to solve it*, Princeton:Princeton University Press.
- Sabariego, M. (2009). La Investigación Educativa: Génesis, Evolución y Características. En R. Bisquerra (Coord.). *Metodología de la Investigación Educativa*. 2ª edición, pp. 50-87. Madrid: La Muralla.
- Schmelkes, S. (2001). Cambiar la escuela rural. Evaluación cualitativa del Programa para Abatir el Rezago Educativo, PARE. *Revista Mexicana de investigación Educativa*, 6(11), 173-179.
- Salinas, N. y Sgreccia, N. (2017). *Concepciones docentes acerca de la Resolución de Problemas en la escuela secundaria*. Revista números ISSN: 1887-1984. Volumen 94, marzo de 2017, paginas 23-45. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/94/Articulos_02.pdf
- Serrano, R. C. (2010). Pensamientos del profesor: un acercamiento a las creencias y concepciones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior. *Revista de Educación*, 352, 267-287.
- Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989), Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles&Silver (Eds.) *The teaching and assesing of mathematical problem solving*, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.