

VARIABLES DE ESTUDIO PARA CARACTERIZAR LAS PRODUCCIONES DE ESTUDIANTES CON TALENTO MATEMÁTICO ANTE TAREAS DE INVENCIÓN DE PROBLEMAS

Johan Espinoza González, Isidoro Segovia Álex, Jose Luís Lupiáñez Gómez
Universidad Nacional de Costa Rica. Universidad de Granada España. (Costa Rica, España)
jespinoza@una.cr, isegovia@ugr.es, lupi@ugr.es

Resumen

La invención de problemas es considerada como una tarea relevante en clases de matemática. Sin embargo, pocos estudios abordan estrategias que permita caracterizar las producciones de los estudiantes ante este tipo de actividades. Así, se presentan seis variables de estudio denominadas “características del talento matemático claves para la invención de problemas” que se emplearon para caracterizar las producciones de dos grupos de estudiantes, uno considerado con talento y el otro de un colegio público normal, mediante indicadores de dominio definidas en cada una de ellas. Los resultados muestran la viabilidad de las características definidas para estudiar el talento matemático mediante la invención de problemas, ya que los estudiantes con talento presentan mejores niveles de dominio en cuatro de las seis características definidas. Este estudio es parte de una investigación más amplia de tesis doctoral, que busca caracterizar el talento matemático mediante tareas de invención de problemas.

Palabras clave: invención de problemas, resolución de problemas, talento matemático

Abstract

Problem posing is regarded as a relevant task in mathematics classes; however, few studies deal with strategies that allow characterizing the students' performance in this type of activities. Thus, we present six study variables called "characteristics of the mathematical talent essential to the problem posing" that we used to characterize the productions of two groups of students, one considered with talent and the other of a normal public school, through domain indicators defined in each of them. The results show the feasibility of the defined characteristics to study mathematical talent by problem posing, since talented students present better levels of proficiency in four of the six defined characteristics. This study is part of a broader research of a doctoral thesis that seeks to characterize the mathematical talent by tasks of problem posing.

Key words: problem posing, problem solving, mathematical talent

■ Introducción

La invención de problemas es considerada como una actividad importante que promueve la participación de los estudiantes en una auténtica tarea matemática (Silver & Cai, 2005). De hecho, algunos estudios ponen de manifiesto el creciente interés por este tema, el cual se refleja en las diversas líneas de investigación definidas en este campo, así como las bondades y usos que se le ha dado como

enfoque de instrucción y de investigación (Espinoza, Lupiáñez & Segovia, 2014). A pesar de esto, poco se sabe sobre las variables que se pueden emplear para caracterizar las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas, dada la complejidad que esto representa (Rosli, Goldsby y Capraro, 2013).

En este sentido, se pueden citar los estudios de Leung y Silver (1997); Ellerton (1986); Cázares (2000), Silver y Cai (2005) y Espinoza, Lupiáñez y Segovia (2016), que muestran algunas variables empleadas para estudiar la complejidad y características de las producciones de los estudiantes ante este tipo de tareas.

Así, en este trabajo se presentan seis variables de estudio que hemos denominado “características del talento matemático claves para la invención de problemas”, las cuales fueron definidas con base en el análisis de las características del talento matemático que están relacionadas con los procesos de invención de problemas y las variables empleadas en estudios previos. Además, en cada característica se definieron indicadores de dominio que permiten valorar con mayor profundidad el nivel de presencia de dichas características en las producciones de los estudiantes.

Una vez definidas, se realizó un estudio piloto que consistió en aplicar a dos grupos de estudiantes un instrumento conformado por ocho tareas en las que inventan problemas con base en alguna situación presentada de forma textual o a partir de una imagen. El objetivo del estudio piloto fue valorar si las características definidas eran viables para caracterizar el talento matemático y mejorar los indicadores de dominio definidos inicialmente.

Con respecto a los grupos, el primero está conformado por tres estudiantes del colegio científico de Pérez Zeledón identificados con talento mediante el test de Raven y el otro grupo lo conforman cinco estudiantes de un colegio público normal, llamado Liceo Fernando Volio Jiménez, de la zona de Pérez Zeledón, Costa Rica.

De esta forma, el diseño del estudio es mixto, que combina aspectos de diseños simples cuantitativos y cualitativos. Además, corresponde a un estudio descriptivo transversal (Cohen & Manion, 1990) que busca caracterizar el talento matemático mediante el análisis de los problemas que inventan los estudiantes en un momento determinado, predominando la descripción en términos cualitativos y cuantitativos.

A continuación se presenta de forma breve en qué consiste la invención de problemas, las características del talento matemático asociadas a este tipo de actividades y las seis “características del talento matemático claves para la invención de problemas”, así como los indicadores de dominio definidos en cada una de ellas luego de la revisión del estudio piloto. Por último, se exponen los principales resultados de la aplicación del estudio piloto de acuerdo con las características definidas.

■ La invención de problemas matemáticos

De acuerdo con Singer, Ellerton y Cai (2013) la actividad de inventar problemas no es nueva, sino que forma parte de la resolución de problemas desde hace ya varios años. Sin embargo, es hasta en las

últimas décadas que se identifica como una línea de investigación (Espinoza, Lupiáñez y Segovia, 2016). Pero ¿en qué consiste este proceso?

La literatura consultada muestra que se le conoce como generación de problemas o reformulación de problemas dados (Silver, 1994), formulación de problemas (Kilpatrick, 1987), planteamiento de problemas (Brown & Walter, 1990) o creación de problemas (Malaspina, 2011).

Para Koichu y Kontorovich (2013) la invención de problemas es el proceso mediante el cual los estudiantes construyen interpretaciones personales de situaciones concretas y las formulan como problemas matemáticos. Ayllón, Castro y Molina (2011) la conceptualiza como la acción de producir un enunciado que presente un planteamiento o historia a partir del cual se formulan una o más preguntas que son contestadas a partir de ciertos datos. Otra conceptualización se refiere al hecho de crear un problema nuevo, ya sea por variación de uno dado o por elaboración (Malaspina, 2011).

Por último, se adopta la definición dada por Espinoza et al., (2016a) quienes afirman que es un proceso matemático complejo donde se construyen enunciados a partir de la interpretación personal o significado que le da un sujeto a una situación concreta o a un problema previamente dado, el cual puede ocurrir antes, durante o después del proceso de resolución.

■ Características del talento matemático asociadas a la invención de problemas

Luego de una revisión sobre la caracterización del talento matemático, se encontró que varios autores proporcionan una serie de rasgos que se pueden observar en niños aventajados en esta disciplina y que se relacionan con los procesos de invención de problemas. Al respecto se pueden citar las siguientes: captan la estructura interna de los problemas, examinan el contenido matemático de un problema analítica y sistemáticamente, recuerdan información matemática general y métodos de resolución (Krutetskii, 1976); capacidad para formular y reformular el contenido con el fin de crear nuevos problemas (Singer & Voica, 2014); analizan el problema y consideran alternativas, tienen energía, persistencia y concentración (Banfield, 2005); disfrutan inventando problemas originales (House, 1987; citado en Keşan et al., 2010); poseen flexibilidad en la manipulación de datos, agilidad mental para el flujo de ideas o pensamiento divergente, capacidad de generalización y formulación espontánea de problemas (Greenes, 1981); producen ideas originales, valiosas y extensas, localizan la clave de los problemas (Freiman, 2006).

■ Características del talento matemático claves para la invención de problemas

A partir de la revisión de literatura sobre la caracterización del talento matemático y los procesos de invención de problemas, se definieron seis “características del talento matemático claves para la invención de problemas”. A continuación se explica brevemente cada una de ellas, así como los indicadores de dominio correspondientes.

1. Coherencia en el enunciado

De acuerdo con Krutetskii (1976) los estudiantes con talento captan con facilidad la estructura interna de los problemas. De igual forma Freiman (2006) constata que les resulta más sencillo localizar la clave de

los problemas. Así, esta variable estudia la formulación de problemas bien concebidos en el sentido de que sean coherentes de acuerdo con las siguientes características: el enunciado contiene todas sus partes (información, requerimientos, contexto, entorno matemático), relación entre los requerimientos y la información del problema, coherencia matemática de los conceptos empleados, buen uso de la semántica. Los indicadores de dominio son los siguientes:

Nulo: El problema no contiene alguna de sus partes, a saber, información, requerimientos, contexto o entorno matemático (Malaspina & Vallejo, 2014). No existe relación entre los requerimientos y la información del problema.

Bajo: La información del problema presenta expresiones que no tienen sentido matemático en el contexto del problema o errores de semántica. Los requerimientos presentan alguna ambigüedad. Falta algún elemento en la información.

Medio: El problema no presenta incoherencias matemáticas. Los requerimientos no presentan ninguna ambigüedad. Existe relación entre las partes del problema; pero faltan elementos en la información, el entorno matemático o los requerimientos.

Alto: El problema está bien concebido desde el punto de vista semántico y matemático.

2. Capta, manipula y relaciona información a partir de la situación propuesta

Algunos autores destacan la capacidad que tienen los estudiantes con talento de prestar atención a los detalles, identificar patrones y relaciones; así como realizar un razonamiento lógico sobre relaciones cuantitativas y especiales (Banfield, 2005; Freiman, 2006; Reyes-Santander & Karg, 2009). Por tanto, se analiza la capacidad que tienen los estudiantes de observar, manipular y establecer relaciones a partir de la información implícita o explícita que contiene la situación propuesta; así como profundizar en las relaciones que establecen los datos e imágenes. Los indicadores de dominio son los siguientes:

Nulo: No establece ninguna relación.

Bajo: Establece solo una relación a partir de la situación propuesta.

Medio: Establece una relación entre los datos e imágenes y profundiza en ella, o bien, establece dos relaciones sin profundizar en ellas.

Alta: Establece más de dos relaciones a partir de la situación propuesta y profundiza en ellas.

3. Comprensión en profundidad de ideas complejas

La comprensión en profundidad de ideas complejas de la matemática es una capacidad que caracteriza a un estudiante con talento (Reyes-Santander & Karg, 2009). En este sentido Greenes (1981) afirma que poseen la habilidad de elaborar ideas y conclusiones complejas y coherentes. Esta característica se refleja cuando el estudiante plasma en sus producciones este tipo de ideas y logra resolver el problema con éxito. Se considera que una idea es compleja cuando es comprendida, generalmente, por estudiantes que están en grados superiores de quien la está empleando. Los indicadores de dominio definidos en esta característica son los siguientes:

Nulo: No emplea ideas complejas

Bajo: Emplea una idea compleja pero no la comprende correctamente.

Medio: Emplea idea compleja y la comprende correctamente.

Alto: El estudiante emplea dos o más ideas complejas y las comprende correctamente.

4. Empleo de diversos campos del conocimiento

De acuerdo con Reyes-Santander y Karg (2009) los estudiantes con talento se caracterizan por poseer dominio de varios campos del conocimiento, por lo que podrían plasmar en sus producciones dicha característica. Así, esta característica se refiere a la diversidad de campos de conocimiento que emplea el estudiante al inventar un problema. Los indicadores de dominio de esta característica son los siguientes:

Bajo: Emplea un campo de conocimiento.

Medio: Emplea dos campos de conocimientos.

Alto: Emplea tres o más campos de conocimiento.

5. Flexibilidad en el uso de datos numéricos

En esta característica se analiza el tipo de número que el estudiante incluye en el enunciado del problema, ya que según algunos estudios los estudiantes con talento muestran flexibilidad para la manipulación de datos (Espinoza, Lupiáñez, & Segovia, 2016b; Greenes, 1981). Los indicadores de dominio son los siguientes:

Bajo: Emplea sólo números enteros.

Medio: Emplea números enteros y racionales o sólo racionales.

Alto: Emplea números irracionales y racionales o sólo número irracionales.

6. Pensamiento divergente

El pensamiento divergente o la fluidez de ideas es una característica que presentan los estudiantes con talento (Greenes, 1981). De acuerdo con González y Domigues (2015) una persona con pensamiento divergente añade a partir de una sola idea varios y diversos pensamientos relacionados con la misma. En este sentido, el pensamiento divergente en la invención de problemas será estudiado de acuerdo con la cantidad de proposiciones no semejantes presentes en el enunciado del problema (Espinoza, Segovia, & Lupiáñez, 2015).

Por ejemplo, de las siguientes proposiciones “Juan le da tres vueltas a la plaza”, “María le da siete vueltas a la plaza” y “Pedro le da dos vueltas más que María”, las dos primeras son semejantes pues aportan información semejante, mientras que la tercera es una variación de las dos primeras. La pregunta del problema no se incluye como una proposición

Los indicadores de dominio definidos en esta característica son los siguientes:

Bajo: Emplea dos o menos proposiciones no son semejantes.

Medio: Emplea tres proposiciones no semejantes.

Alto: Emplea más de tres proposiciones no semejantes.

Flexibilidad en el uso de datos numéricos

Con respecto a la flexibilidad en el uso de datos numéricos, resultó que el 85% de los enunciados del grupo talento contienen solo números enteros; mientras que el 100% de los problemas inventados por el grupo estándar presenta este tipo de número. Por tanto ambos grupos se encuentran en un nivel bajo en esta característica.

Pensamiento divergente

En relación con el pensamiento divergente, los estudiantes del grupo talento se encuentra en un nivel medio, mientras que el grupo estándar en un nivel bajo. Esto porque el 76% de los problemas inventados por el grupo talento presentan un nivel medio o alto de pensamiento divergente, en contraste con el 14% del grupo estándar que están en dicho nivel. Además, resultó que la media en el nivel de dominio de esta característica en el grupo talento (2,35) es mayor que en el grupo estándar (1,14).

■ Conclusiones

En primera instancia se puede concluir que el estudio piloto permitió mejorar los indicadores de dominio definidos inicialmente haciéndolo más precisos. Además, se concluye que las “características del talento claves para la invención de problemas” definidas en este estudio son pertinentes para caracterizar las producciones de los estudiantes con talento, ya que se lograron establecer algunas diferencias en las producciones de ambos grupos.

En este sentido, el estudio piloto muestra que los estudiantes del grupo talento presentan mejores niveles de dominio que sus compañeros del grupo estándar en las siguientes características:

- Capta, manipula y relaciona información a partir de la situación propuesta
- Comprensión en profundidad de ideas complejas
- Empleo de diversos campos del conocimiento
- Flexibilidad en el uso de datos numéricos
- Pensamiento divergente

Con respecto a las características coherencia en el enunciado y flexibilidad en el uso de datos numéricos, los estudiantes de ambos grupos presentan un nivel de dominio similar: medio y bajo respectivamente.

■ Referencias bibliográficas

- Ayllón, M. F., Castro, E., & Molina, M. (2011). Invención de problemas y tipificación de problema difícil por alumnos de educación primaria. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco & M. Palarea (Eds.), *Investigación en educación matemática XV* (pp. 277–286). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3731153.pdf>
- Banfield, T. (2005). Ability grouping for mathematically gifted adolescent boys. *International Education Journal*, 6(2), 141–149.
- Brown, S., & Walter, M. (1990). *The Art of problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- Cázares, J. (2000). *Invencción de problemas por escolares de primaria. Un estudio Evolutivo*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Granada. España.
- Cohen, L., & Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Ellerton, N. (1986). Children's made-up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261–271.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital Matemática, Educación E Internet*, 14(2), 1–12.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2016a). La invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(2), 368–392. <http://dx.doi.org/10.14204/ejrep.39.15067>
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2016b). Un estudio de los problemas inventados por estudiantes de secundaria en España. *Revista de Educación de La Universidad de Granada*, 23, 85–101.
- Espinoza, J., Segovia, I., & Lupiáñez, J. L. (2015). Un esquema para analizar los enunciados de los estudiantes en contextos de invención de problemas. *Revista Uniciencia*, 29(1), 58–81. doi.org/10.15359/ru.29-1.4, 29(1), 58–81.
- Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A Challenging Situations Approach. *The Mathematics Enthusiast*, 3(1), 51–75.
- González, M., & Domingues, F. S. (2015). ¿Existen indicadores para identificar el talento? *Aula*, 21, 21–32
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 28(6), 14–17.
- Keşan, C., Kaya, D., & Güvercin, S. (2010). The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's Mathematical Abilities. *International Online Journal of Educational Sciences*, 2(3), 677–687.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problem come from? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–148). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Koichu, B., & Kontorovich, I. (2013). Dissecting success stories on mathematical problem posing: A case of the Billiard Task. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 71–86. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9431-9>
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: Universidad de Chicago Press.
- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the Arithmetic Problem Posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5–24. <https://doi.org/10.1007/BF03217299>
- Malaspina, U. (2011). Sobre creación de problemas. *Revista Iberoamericana De Educación Matemática*, 28, 159–164.
- Malaspina, U. & Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia y la investigación. En Malaspina, U. (Ed.) *Reflexiones y Propuestas en Educación Matemática* (pp. 7 – 54). Lima: IREM-PUCP
- Reyes-Santander, P., & Karg, A. (2009). Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas. En M. J. González, M. J. González, & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 403–414). Santander: SEIEM.
- Rosli, R., Goldsby, D., & Capraro, M. M. (2013). Assessing students' mathematical problem-solving and problem-posing skills. *Asian Social Science*, 9(16), 54–60. <https://doi.org/10.5539/ass.v9n16p54>
- Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129–135.
- Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1–7. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>
- Singer, F. M., Pelczer, I., & Voica, C. (2011). Problem posing and modification as a criterion of mathematical creativity. En M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1133–1142). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów.