

PRÁCTICAS PREDICTIVAS EN MEDICINA. UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO DE LA VARIACIÓN

Angélica Moreno-Durazo, Ricardo Cantoral

Cinvestav. (México)

gamoreno@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

La noción matemática de variación es un objeto de estudio en Socioepistemología, mediante la noción más compleja de variación sucesiva. Estas investigaciones se interesan en el análisis de las explicaciones de los individuos ante fenómenos dinámicos, mediante la organización de prácticas; dichas explicaciones requieren como elemento fundamental de parte de los individuos, a la construcción de estados intermedios del fenómeno. El objetivo principal de este reporte versa sobre cómo la construcción de los *estados intermedios* (a través del uso de la variación sucesiva) conduce a una *secuenciación* que otorga un carácter evolutivo al fenómeno de estudio, lo cual, sostenemos, son los dos elementos que caracterizan la presencia del pensamiento y lenguaje variacional. El análisis se realiza desde un escenario no determinista, el de la evolución de enfermedades cardíacas a través de las prácticas que un cardiólogo realiza en el diagnóstico médico al interpretar electrocardiogramas.

Palabras clave: variación sucesiva, diagnóstico médico, socioepistemología

Abstract

The mathematical notion of variation is an object of study in Socio-epistemology, through the most complex notion of successive variation. These researches are interested in the analysis of individuals' explanations to dynamic phenomena, through the organization of practices; such explanations require, as a fundamental element on the part of individuals, the construction of intermediate states of the phenomenon. The main objective of this report is how the construction of intermediate states (through the use of successive variation) leads to a sequencing that gives an evolutionary character to the phenomenon in study, which we maintain, are the two elements that characterize the presence of variational thinking and language. The analysis is carried out from a non-deterministic scenario, that of the evolution of heart diseases through the practices that a cardiologist performs in the medical diagnosis when interpreting electrocardiograms.

Key words: successive variation, medical diagnostic, socioepistemology

■ Introducción

Nuestra investigación se interesa por el uso contextual del conocimiento matemático, por ello, se precisa de la identificación y la organización de las *prácticas que acompañan a los objetos matemáticos* formales. En particular, cuestionamos el uso del conocimiento matemático en la explicación de fenómenos de

cambio, es decir, cómo emerge la noción de variación frente a la necesidad humana de predecir estados futuros.

Elegimos la Cardiología como escenario de investigación, dado que tiene la característica de ser no determinista. Esto es, la predicción no es alcanzada en la práctica médica, por ejemplo, no es posible determinar la hora y la intensidad de un infarto; sin embargo, con el estudio articulado de las variables y sus variaciones existen otras prácticas predictivas en el diagnóstico y el tratamiento de enfermedades cardíacas, que son nuestro objeto de estudio. Nos preguntamos pues, ¿cuáles son las *prácticas* involucradas en la construcción de *argumentos* que utilizan los cardiólogos para describir y analizar el cambio?, ¿cuáles son los usos situados de la noción de variación en el diagnóstico?

■ Elementos teóricos

Una de las principales aportaciones del Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLV), desde sus primeras investigaciones con enfoque socioepistemológico, fue el descubrir que la constitución de los objetos formales, de las matemáticas del cambio, requiere de una *coordinación de las derivadas sucesivas* a través de las variaciones sucesivas (Cantoral 1990; Cantoral y Farfán, 1998). Como ejemplo, consideremos al enfoque de J. Lagrange como una base de significación para la derivada de una función, entendida como el coeficiente lineal en el desarrollo de series de potencias. De manera general, la expresión $f(x+h) = f(x) + \frac{f'(x)h}{1!} + \frac{f''(x)h^2}{2!} + \dots$, se concibe como una entidad que alude de manera funcional a las nociones de variable, variación y predicción en forma coordinada, son simultáneas y se apoyan unas en otras.

Por otro lado, en el *discurso Matemático Escolar* se aborda a la derivada desde el enfoque propuesto por Cauchy, como el límite de un cociente incremental $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, relacionada primordialmente con la propiedad tangencial a una curva y los procedimientos que devienen de las derivadas sucesivas $((f') \dots)$, esto último refiere a un conocimiento de la derivada similar a un análisis recursivo en tanto que, para conocer a la derivada de orden $n+1$ se requiere de la expresión de la n -ésima derivada y, por tanto, no está articulado en más que un orden. Este tratamiento habitual sobre la derivada se ha relacionado con dificultades en su significación (Nemirovsky y Rubin, 1992; Carlson et al, 2002; Dolores, 2004; Sánchez, García y Llinares, 2008; Jonhson, 2015).

Tal como es tratado por Cantoral (2013), partiendo de la evidencia empírica aportada por las investigaciones del PyLV, estos dos posicionamientos no son dos maneras de expresar lo mismo, sino que ambas poseen diferentes dimensiones (epistemológica, didáctica, cognitiva y social). Esta mirada sobre las derivadas sucesivas resulta importante pues en ella se articulan la noción estratégica de *predicción* con la noción matemática de *variación local* (que demanda la consideración de aquello que varía, la noción de *variable*). Esto es, la búsqueda del estado futuro $f(x+h)$ y su determinación, sólo bajo el conocimiento de los estados de facto $x, h, f(x), f'(x), f''(x), \dots$; donde la consideración de órdenes de variación superiores brinda información cada vez más específica de comportamiento del fenómeno.

De manera que, el surgimiento y el desarrollo del PyLV refiere a los cuestionamientos sobre las formas en las que los individuos coordinan las derivadas sucesivas, o bien, ante el desconocimiento de la expresión algebraica que modele el fenómeno, las preguntas tratan de cómo los individuos usan los

órdenes de variación (figura 1); ambas durante el desarrollo de sus prácticas predictivas. Es decir, las motivaciones e intereses de las investigaciones son relativos a la *transversalidad* y la *funcionalidad* de la noción de variación sucesiva, a través del estudio y organización de las prácticas que acompañan su constitución, en las diversas áreas de la sabiduría humana (saber técnico, saber popular, saber científico).

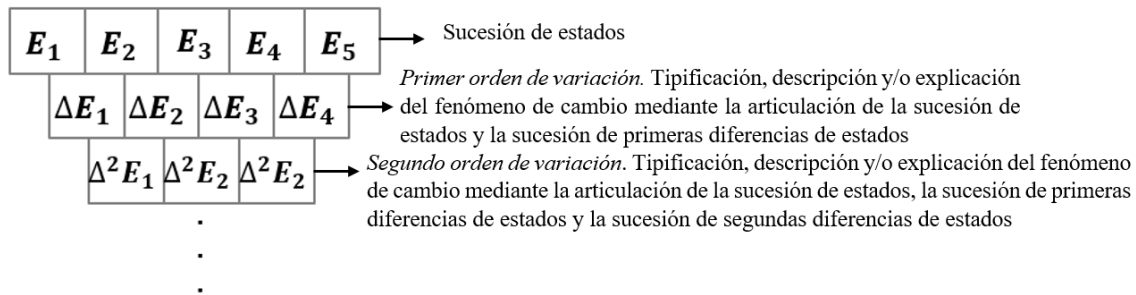


Figura 1. Órdenes de variación

Nuestra investigación se interesa por la determinación y la organización de las prácticas desarrolladas en el contexto médico durante la interpretación de electrocardiogramas en el diagnóstico de enfermedades cardíacas, un escenario plenamente no determinista donde el diagnóstico (entendiéndolo como práctica predictiva) no depende de la articulación de derivadas sucesivas sino de la articulación de órdenes de variación, pero sí sucesivos. Entonces, ante la imposibilidad de predecir estados futuros ¿cuáles son las prácticas que sustentan el diagnóstico y permitan el tránsito entre los estados de salud – enfermedad de un paciente?, ¿cuáles son los argumentos que brindan los especialistas ante situaciones de cambio?, ¿cuál es la naturaleza epistemológica del saber matemático detrás de estas prácticas y del lenguaje especializado?

El objetivo de este reporte de investigación es mostrar evidencia de la presencia del *pensamiento y lenguaje variacional*, como forma particular del *pensamiento matemático* que trata con el estudio del cambio con fines predictivos a través del uso de la noción de variación sucesiva. Cantoral y Farfán (1998) sostienen que el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional es favorecido por actividades que consideren el manejo amplio de formas gráficas y potencien la constitución de la noción de predicción. Lo que ponemos a discusión ahora es la participación de este pensamiento como guía en las prácticas médicas, para ello, abordaremos un episodio de un estudio de corte etnográfico dentro del servicio de cardiología, analizándolo bajo el siguiente esquema:

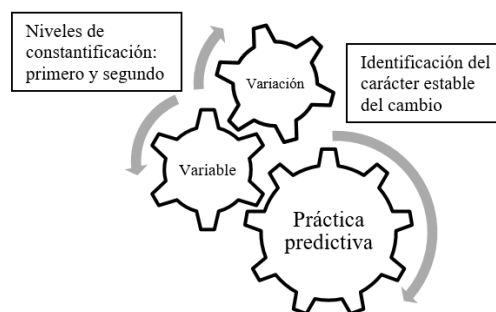


Figura 2. Modelo sobre la construcción de conocimiento matemático relativo a fenómenos de cambio

La unidad mínima de análisis para el estudio de fenómenos dinámicos con fines *predictivos* requiere de la vinculación de las nociones de *variable* y *variación* (Figura 2). Cantoral (1990) exhibe cómo la vinculación – variable, variación y predicción – se desarrolla mediante los *niveles de constantificación*, el primero radica en la selección de las variables intervinientes en el fenómeno que lo describan de buena manera y el segundo refiere a la selección de las variaciones suficientes para llevar a cabo predicciones; entonces, es el proceso de *constantificar* lo que articula las nociones de variable y variación. Este proceso sustenta la *identificación del carácter estable del cambio*, ligado a la búsqueda de las leyes que rigen el cambio identificando lo invariante en él, lo cual conduce al establecimiento de predicciones en el fenómeno (Cantoral, 2013).

■ Ejemplo del uso de la variación en el diagnóstico médico

Una de las herramientas utilizadas por los cardiólogos durante el diagnóstico de enfermedades en sus pacientes es la interpretación del electrocardiograma (ECG), situación que tomamos como objeto de estudio para llevar a cabo una problematización del saber relativo a la noción de variación sucesiva en las prácticas de *interpretación*, *diagnóstico* y *tratamiento* en cardiología. Analizamos cómo los cardiólogos usan esta noción durante la identificación del comportamiento en el funcionamiento cardíaco del paciente y/o en la búsqueda del rompimiento de la evolución o degeneración de la enfermedad.

Con base en esta problematización, y una metodología de análisis documental, identificamos algunas prácticas socialmente compartidas usadas en la interpretación de electrocardiogramas, tales como *comparar*, *seriar* y *estimar* (Moreno – Durazo y Cantoral, 2016); prácticas analizadas también en el PyLV en otras prácticas de referencia. Además, caracterizamos el uso *del segundo orden de variación* en la identificación de enfermedades cardíacas, por ejemplo, en el diagnóstico de bloqueos en la conducción eléctrica: el bloqueo aurículo ventricular (BAV) grado II Mobitz I (Moreno – Durazo y Cantoral, 2017).

Retomamos esto durante un estudio de corte etnográfico que realizamos en el servicio de cardiología del Hospital Universitario “Manuel Ascunce Domenech” en Camagüey, Cuba durante dos meses. Ahora, nos interesa enfatizar que la variación sucesiva, presente en la interpretación de electrocardiogramas, también es parte fundamental en la secuenciación de estados que hace el cardiólogo; esto, durante la explicación de la evolución de su paciente o los estados por los que ha transitado. En el episodio analizamos el problema: dado un conjunto de electrocardiogramas ¿cómo el cardiólogo informa de una evolución?, ¿cuáles son los argumentos que sustentan su explicación?, particularmente, ¿cuál es el estado de salud del paciente cuyos electrocardiogramas son los exhibidos en la figura 3.

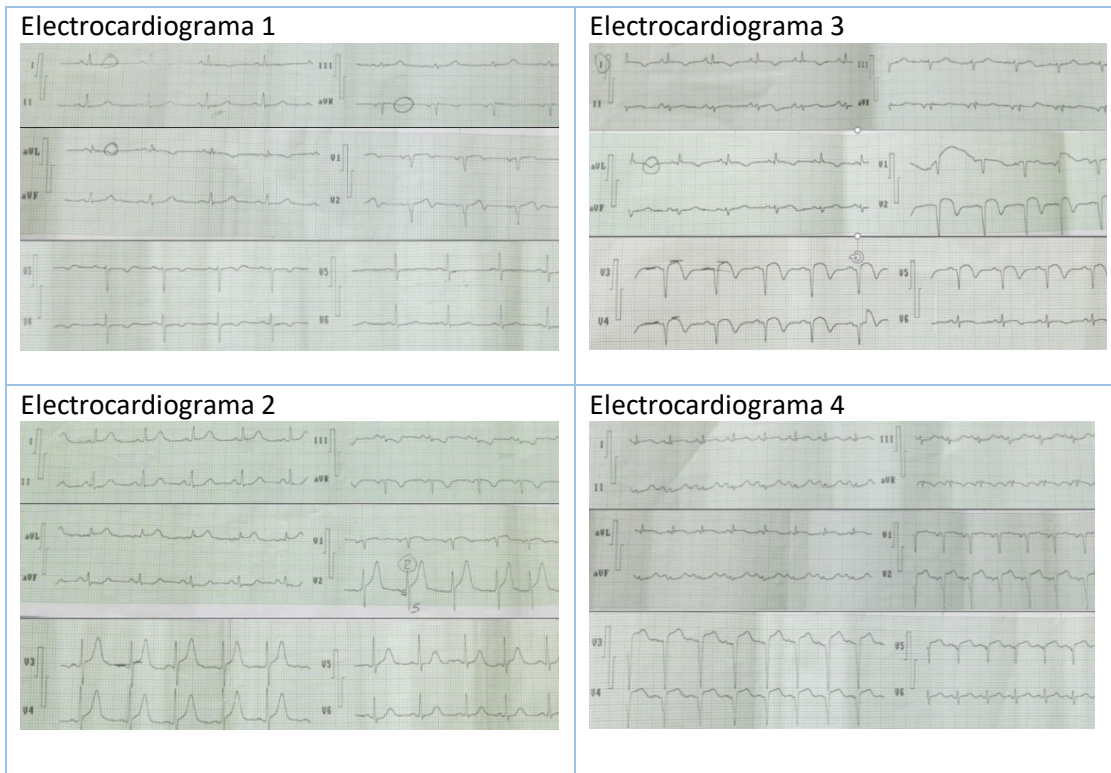
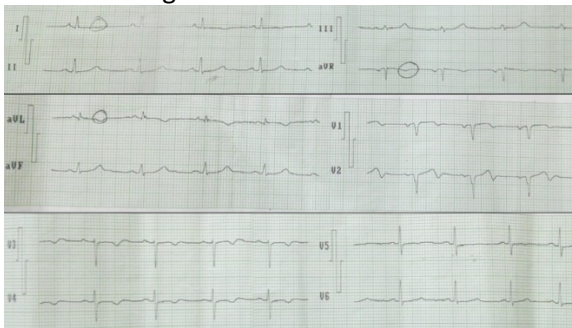


Figura 3. ¿Cuál es el estado de salud del paciente con estos electrocardiogramas?

En la tabla 1 mostramos las características electrográficas que le son relevantes al cardiólogo para proporcionar un diagnóstico sobre su paciente.

Electrocardiograma	Características principales de cada ECG (extractos de la entrevista)
<p data-bbox="251 1354 511 1386">Electrocardiograma 1</p> 	<p data-bbox="852 1354 1367 1459">{1} Aquí y aquí hay unas ondas T que se negativizan [marcas sobre DI y aVL]. Lo normal es que estén positivas</p> <p data-bbox="852 1480 1367 1564">{2} DI y aVL son medidores de una cara específica del corazón, que es la cara lateral</p> <p data-bbox="852 1585 1367 1669">{3} No hay onda R en V1. No hay onda R en V2. Esto me hace pensar que este paciente ha tenido una necrosis de la cara septal</p> <p data-bbox="852 1690 1367 1774">{4} si seguimos, vemos que la onda R aquí es muy pequeñita [refiriéndose a V3, figura 1], o sea que, progresó muy poco</p> <p data-bbox="852 1795 1367 1879">{5} Este paciente ha sufrido un infarto, o sea, hay una necrosis de la cara anteroseptal del corazón</p>

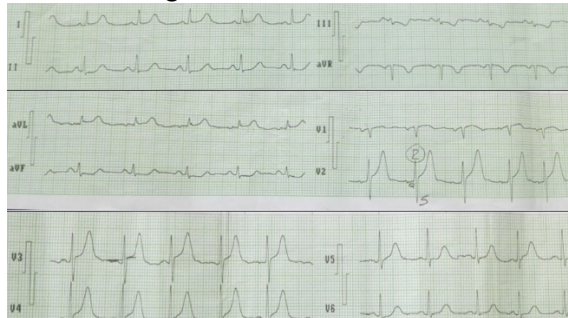
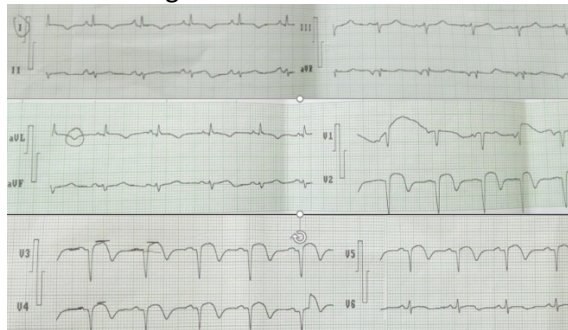
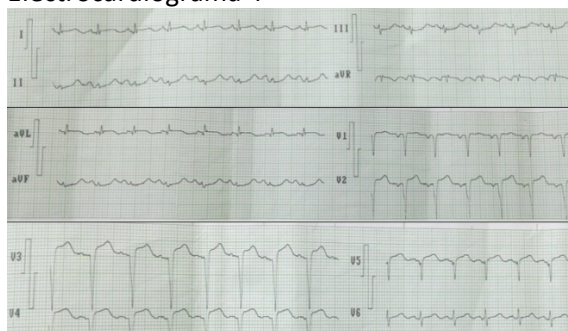
<p>Electrocardiograma 2</p> 	<p>{6} Este electro [Electrocardiograma 2] no tiene nada que ver con este electro [Electrocardiograma 1], por tanto, o no es del mismo paciente o este electro es primero [Electrocardiograma 2]</p> <p>{7} Sí se ve una onda R apropiada, una onda R grande [marcada en V2]</p> <p>{8} Quizás este paciente tuvo un infarto a partir de este electro, siendo este un electro normal</p>
<p>Electrocardiograma 3</p> 	<p>{9} Este electro se parece a este electro [comparando electrocardiogramas 1 y 3]. O sea, pudiera ser que este sea el primero [Electrocardiograma 2], este fuera el segundo [Electrocardiograma 1]; tenemos un electro normal, ya un electro patológico y este viene a continuación [Electrocardiograma 3]</p> <p>{10} Seguimos viendo que DI tiene una T negativa, aVL tiene una T negativa y V5-V6, la T de V5 se ha profundizado, eso quiere decir que la isquemia se ha incrementado</p>
<p>Electrocardiograma 4</p> 	<p>{11} Este electro debe pertenecer a los primeros momentos después del infarto [Electrocardiograma 4].</p> <p>{12} Aquí obviamente el paciente no está infartado [Electrocardiograma 2], pero aquí sí se infarto [Electrocardiograma 1].</p> <p>{13} Fíjate en este hay taquicardia [Electrocardiograma 4] ¿no vez que la distancia de R a R es más rápida?</p> <p>{14} El corazón estaba muy rápido porque estaba sufriendo variaciones importantes en él</p>

Tabla 1. Interpretación de electrocardiogramas

Nos interesamos por el uso de la variación de segundo orden en la interpretación de los ECG, donde intervienen tanto los niveles de constantificación como la identificación del carácter estable del cambio, además, mostramos escenarios de confrontación – solución; es precisamente a través de ambos que el cardiólogo realiza el diagnóstico y explica la evolución de su paciente mediante la secuenciación de estados por lo que transitó.

En la interpretación de los ECG observamos que el cardiólogo analiza la morfología de las ondas que componen al electrocardiograma (onda P, complejo QRS, onda T. Figura 4), fundamental para ello es la práctica de comparar. Argumentos del tipo *la T se ha profundizado* (tabla 1, {10}) o *la distancia de R a R es más rápida* (tabla 1, {11}) aluden al hecho de comparar las magnitudes de voltaje en estas ondas donde

observa crecimiento, pero más aún, argumentos como *la onda R aquí es muy pequeña, progresó muy poco* (tabla 1, {4}) alude a un segundo orden de variación, pues no es suficiente identificar el crecimiento sino que tipifica el crecimiento como “muy poco” y, es con base en ello que el cardiólogo amplía la zona de daño en el corazón (pasando de la cara septal a la anteroseptal).

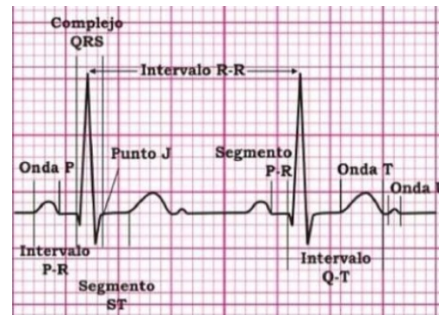


Figura 4. Ciclo cardíaco (dos latidos)

Además, son argumentos relativos a la noción de variación los que permiten al cardiólogo explicar la confrontación que surge a partir de la presencia, en su paciente, de dos ECG antagónicos: uno normal y uno patológico, *este electro no tiene nada que ver con este electro, por tanto, no es del mismo paciente o este electro es primero* (tabla 1, {6}). Es precisamente, a través de comparaciones de los estados entre diferentes electrocardiogramas que plantea una *secuenciación o evolución del infarto, este electro se parece a este electro. O sea, pudiera ser que este sea el primero, este fuera el segundo; tenemos un electro normal, ya un electro patológico y este viene a continuación* (tabla 1, {9}).

■ Reflexiones finales

El sentido en que referimos a la variación sucesiva no radica en los objetos matemáticos como diferencial o diferencia, sino, como una noción articuladora fundamental para el desarrollo de prácticas predictivas, en tanto que resulta fundamental para el conocimiento de *cómo cambia* y *cuánto cambia* el fenómeno de estudio. De manera que, la naturaleza de la variación sucesiva es relativa al contexto en el que se construye y reconstruye, bajo lenguaje especializado; lo cual es sustentado teóricamente desde los cuatro principios de la Teoría Socioepistemológica: *racionalidad contextualizada, relativismo epistemológico, resignificación progresiva y normatividad de la práctica social*.

Con el estudio de fenómenos de naturaleza no determinista se amplían los acercamientos al pensamiento y lenguaje variacional, como forma de particular de pensamiento matemático. Hasta el momento, era considerando a través del manejo de formas gráficas mediante su articulación con la noción de predicción y, con base en el análisis del episodio nos permitimos puntualizar a la *secuenciación de estados*, entendiéndola en un sentido explicativo sobre la evolución de un fenómeno dinámico bajo argumentos variacionales, como una característica de la presencia del pensamiento y lenguaje variacional. Con esto, se atendería no solo la identificación de aquello que cambia, cómo y cuánto lo hace, sino, se agregaría *por qué cambia de esa manera*; lo que da un sentido explicativo sobre el fenómeno y da apertura a la manipulación sobre él.

Estos resultados tienen una importante implicación didáctica sobre las consideraciones de actividades que introduzcan la necesidad de identificar, construir y/o secuenciar estados del fenómeno. Por ejemplo, si el cambio entre dos estados vecinos E_1 y E_2 se mide con una diferencia fundamental $E_2 - E_1$, la naturaleza del cambio no puede ser identificada con ese método, pues la sola diferencia no alcanza a develar la forma en la que se pasa del estado primero al segundo, qué tan rápido lo hace, qué tan homogéneamente ocurre; para ello se ocupa de la construcción de un estado intermedio – variable – que denominamos E_i que al moverlo entre E_1 y E_2 , muestra la forma, los detalles y matices del modo en que cambia E .

En esta investigación mostramos que la secuenciación de estados intermedios, no empíricos sino abductivos, son la base del pensamiento variacional. Esta hipótesis habrá de ser corroborada bajo el análisis de otros esquemas teóricos que no serán reportados en este escrito. Con esto se continúa en la línea de investigación sobre los elementos que caracterizan al pensamiento variacional en situaciones determinísticas, estocásticas y caóticas – determinísticas.

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. (1990). *Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría Elemental de las Funciones Analíticas. Simbiosis y predación entre las nociones de “el Prædicere” y “lo Analítico”*. Tesis Doctoral. México: Cinvestav.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios de construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon* 42, 353 – 369.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352 – 378.
- Johnson, H. (2015). Together yet separate: Students’ associating amounts of change in quantities involved in rate of change. *Educational Studies in Mathematics* 88, 89 – 110.
- Moreno–Durazo, G. & Cantoral, R. (2016). Pensamiento y lenguaje variacional en la práctica médica. El caso de la “lectura” del electrocardiograma. En F. Rodríguez, R. Rodríguez y L. Sosa (Eds.). *Investigación e Innovación en Matemática Educativa* 1(1), 238 – 245. Oaxaca: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.
- Moreno–Durazo, A. & Cantoral, R. (2017). El uso de los órdenes superior de variación en la interpretación clínica del electrocardiograma. En L. A. Serna (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 30, 927 – 935. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Niemirovsky, R. y Rubin, A. (1992). Students’ tendency to assume resemblances between a function and its derivative. TERC communications, Cambridge.

Sánchez, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11 (2), 267 – 296.