

# EL MODULOR COMO AGENTE CONSTRUCTOR DE CONOCIMIENTO: EL NÚMERO ÁUREO Y USOS EN LA ARQUITECTURA

Emmanuelle Peralta Orbenes; Jaime Huincahue Arcos  
Universidad de Playa Ancha. (Chile)  
emmanuelle.93@outlook.com, jaime.huincahue@upla.cl

## Resumen

La Teoría Socioepistemológica afirma la necesidad del uso del Conocimiento Matemático de comunidades de conocimiento, como la del arquitecto, y en la construcción social del conocimiento matemático para rediseñar el discurso matemático escolar. Para este RdME debemos construir marcos de referencia. En este trabajo se analiza la construcción epistemológica de la comunidad de arquitectos y cómo hacen uso del CM, para la conformación de un MR de los usos de la optimización del número áureo y de una situación de aprendizaje, logrando así una matemática funcional en estudiantes de 8° grado y permitiendo la permanente confrontación y rediseño del dME.

**Palabras clave:** número áureo, teoría socioepistemológica

## Abstract

The Socio-epistemological Theory states the need of using Mathematical Knowledge in communities of knowledge, like the architect's one, and in the social construction of the mathematical knowledge to redesign the school mathematical discourse. For such redesign, we must build reference frameworks. In this paper, we analyze the epistemological construction of architects' community and how architects make use of the mathematical knowledge for building the frame of reference of the uses of optimization of the auric number and of a learning situation. It allows achieving a functional mathematics in eight-grade students and the systematic evaluation and redesign of the school mathematical discourse.

**Key words:** golden number, socioepistemological theory

## ■ Introducción

La existencia de un sujeto olvidado, el discurso matemático escolar (dME) y la negación de una pluralidad epistemológica por parte de la sociedad misma, son los tres fundamentos por el cual la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas hoy en día es un problema. El dME por su lado reconoce dos epistemologías diferentes que existen pero que no se entrelazan, la matemática escolar y el cotidiano. En este contexto se legitima la existencia de tres fenómenos producidos por el dME: la exclusión, la adherencia y la opacidad. Para una afrontación de los fenómenos que en éste dME se produce, debemos rediseñar el dME, a través del estudio de los usos del conocimiento matemático, mediante una Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM), y donde la funcionalidad de la matemática

es lo primordial. Para lograr esta CSCM es necesario diseñar Marcos de referencia (MR), y para ello estudiaremos la transversalidad del conocimiento de la escuela, del trabajo y de la ciudad, con el objetivo de rescatar los usos del conocimiento matemático. Por otro lado, está el sujeto olvidado, el cual se interpreta como la ausencia de la matemática funcional en el aula, ya que los usos del conocimiento matemático fueron soslayados por el dME.

En la actualidad sabemos que existe una brecha muy grande entre la matemática escolar y el cotidiano de la gente, es entonces que nace una problemática inminente: el conocimiento adquirido por la gente en el cotidiano no se parece al de la escuela, y el conocimiento de la matemática escolar no responde al cotidiano de la gente, pero aun así el conocimiento adquirido por la matemática escolar es legitimado por la misma sociedad produciéndose una opacidad epistemológica. Es entonces que nace la necesidad de construir una situación de aprendizaje centrado en los usos de un concepto matemático, usos que fueron olvidados en el tiempo, y en los planes y programas es considerado como una construcción matemática.

Esta investigación hace referencia a la resignificación del número áureo, a través de los usos de este en la comunidad de arquitectos. Si nos centramos en Fhi, a través de los planes y programas actuales, podemos decir que se realiza una construcción matemática para  $\Phi$  en donde los usos de este son totalmente excluidos del proceso enseñanza – aprendizaje y es tratado como un objeto matemático, adjudicándole un estatus de elemento matemático que ensancha la lista de los números irracionales. Por otro lado, el número de oro, desde un estudio epistemológico, se reconocen diversas comunidades de conocimiento que fueron capaces de hacer uso de este conocimiento. Es por ello que, para esta investigación, es importante considerar los usos del conocimiento matemático en el cotidiano del arquitecto, a partir de una situación de aprendizaje, en la que se utilizará El Modulor para comprobar los usos funcionales del número áureo en el cotidiano del estudiante. De esta forma también poder entregar a los docentes, propuestas para que estos realicen su práctica docente apuntando a un rediseño del dME.

## ■ Marco Teórico

### Teoría Socioepistemológica

La Teoría Socioepistemológica (TSE) se centra en la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM), la cual busca intervenir en el sistema educativo mediante un rediseño del discurso Matemático Escolar. Por ello se han realizado estudios de la matemática escolar, de la obra matemática, de los docentes y de los estudiantes (Cordero, 2001; Cantoral, 2013). Además, esta también afirma la necesidad del uso del Conocimiento Matemático de comunidades de conocimiento, comunidades que no son necesariamente la del matemático, y en la construcción social del conocimiento matemático para rediseñar el discurso matemático escolar (Cordero, 2001, 2016).

Para poder Rediseñar el dME debemos construir marcos de referencia los cuales son fundamentales. Estos MR deben de reconocer la funcionalidad, multidisciplinariedad y transversalidad del conocimiento matemático (Cordero, 2016). Así, la TSE menciona que el problema fundamental es la exclusión del cotidiano en la matemática escolar. La existencia de estas dos epistemologías, la del cotidiano y la matemática escolar, presentan un problema en la enseñanza – aprendizaje, ya que, si bien lo ideal es que

estas estuvieran en un mismo estatus, la sociedad considera la matemática escolar como lo importante y lo fundamental, siendo este el legitimado por la sociedad, opacando el cotidiano de la matemática escolar. El discurso Matemático Escolar (dME)

La socioepistemología afirma la existencia de un discurso Matemático Escolar (dME) que es capaz de beneficiar a una epistemología dominante, la matemática escolar, y soslaya a la del cotidiano, y por consecuencia no hace funcional los usos del conocimiento matemático de la gente. Para esto, la socioepistemología plantea un Rediseño del dME, rediseño que es capaz de relacionar la matemática escolar con la del cotidiano basado en la construcción social del conocimiento (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015).

### Marco de Referencia de la Optimización

Al mencionar una resignificación de los usos de la optimización a través de un Marco de Referencia que estima la justificación funcional que demandan otros dominios de conocimientos y el cotidiano de las comunidades que usan la optimización, originan un rediseño del dME. Es por ello que este MR demanda que el dME de la optimización sea transversal a su uso en otros dominios de conocimiento y en el cotidiano de la gente.

Los usos de Phi en la arquitectura: una descripción de Le Corbusier.

Para este estudio, se pretende resignificar los usos del número phi,  $\Phi$ , en la comunidad de conocimiento (Cordero, 2016) de arquitectos, específicamente en la construcción de herramientas propias de la comunidad, para que construyan conocimiento en su quehacer, la Arquitectura. Desde tal indagación, es que Le Corbusier, un referente en la arquitectura moderna del siglo XX, plantea el cuestionamiento de la medida por la llegada del sistema métrico decimal (el metro), buscando una humanización de ésta. Fue entonces que utilizando elementos matemáticos como  $\Phi$  y Geometría Euclidiana, se reconocen instrumentos como el Modulor (Le Corbusier, 1961) para sostener una visión de equilibrio armónico entre la obra arquitectónica y el entorno y también entre la obra y el humano, además de que las construcciones son hechas en torno a la persona, a lo que Le Corbusier le llama la humanización del conocimiento, por último establece un orden en la obra mediante el trazado regulador que impone el Modulor en la obra.

### Articulación de Le Corbusier con el Marco de Referencia de la Optimización

La construcción de una obra arquitectónica centrada en los principios de Le Corbusier y el Modulor, además de la conformación de instrumentos de medición basados en el Modulor, corresponden a unos de los funcionamientos y formas correspondientemente, así es que, generando un enfrentamiento entre ellos, fuimos capaces de generar las significaciones los procedimientos y la herramienta que le es útil al humano. La situación de selección de los elementos de la obra, busca patrones de adaptación para que posea un equilibrio armónico, orden y el sentido de humanización esté inmersa, para poder distinguir cualidades dirigido al proceso de selección en la búsqueda de lo estable. “De este modo, todos los procesos de adaptación y distinción que realice el humano en su cotidiano para seleccionar lo más próximo a lo estable, serán Arg(op) justificadas a la luz de una epistemología de usos” (Del Valle, 2015, p. 84), argumentaciones que corresponden a la optimización.

## ■ Marco Metodológico

Se propone la elaboración de un MR en la obra matemática del número áureo y en la resignificación de los usos en la optimización en la comunidad de conocimiento de arquitectos (Del Valle, 2015), y aplicando de manera conjunta una situación de aprendizaje (Cordero, 2016) a estudiantes de 8° grado, rediseñando de esta manera el dME. Por otro lado, la elaboración de la situación de aprendizaje se justifica en el estudio preliminar de la micro-ingeniería didáctica y, en la modelación que plantea Cordero (2016), dándole énfasis al no adherirse al discurso matemático escolar. Además, la forma de implementar la modelación matemática en el aula, se realizará de tal manera que el docente es aquel que posee el rol como agente en la identificación y diseño de situaciones.

La metodología implementada consiste en un estudio cualitativo, de carácter experimental. La experimentación se desarrolló en un curso de 8° básico, del Colegio Sunnyland School, tipo particular subvencionado, de la comuna de San Felipe, región de Valparaíso. El colegio posee un Proyecto educativo centrado en un “currículo Socio – Cognitivo centrado en el aprendizaje social que potencie el aprender a aprender en el marco de la sociedad del conocimiento y la información, a través del desarrollo del modelo que responde a la arquitectura del conocimiento anterior en la escuela.” (Sunnyland School, 2017). El colegio cuenta con una jornada escolar completa, que va desde pre – básica hasta cuarto medio, con una cantidad de 949 estudiantes, de los cuales 501 son varones y 448 corresponden a damas. El curso al cual se decidió realizar situación de aprendizaje consta de 29 estudiantes, además ellos no conocían el concepto de número áureo, lo cual fue primordial para la toma de datos. De esta manera la situación de aprendizaje se diseñó de 4 momentos en donde el primero consistía simplemente de preguntas abiertas, y lo que se les presentó fue lo siguiente:

### Actividad Grupal (Momento 2)

Instrucciones: En grupos que será asignado por el profesor, se ubicarán donde haya un lienzo de papel y seguir los siguientes pasos:

1° Un integrante de cada grupo (el cual será designado por el profesor) se pondrá sobre el lienzo de papel con un brazo alzado, y otro integrante calcará su silueta con el plumón negro (tal y como muestra en la imagen de referencia).



2° Tomen la huincha de medir y midan al boceto desde los pies hasta la mano alzada. Cuando tengan esto, dividan el resultado en dos.

3° Con el plumón de color azul construir un cuadrado con medidas iguales al resultado del paso 2°, este cuadrado debe de tener su base en los pies del boceto.

4° Construir otro cuadrado con medidas iguales, pero este tendrá su base en la parte superior del cuadrado anterior.

5° Luego en el cuadrado inferior ubicar el punto medio de uno de sus lados laterales.

6° Tomar la medida desde el punto realizado en el paso 5° hasta la esquina superior opuesta al punto del mismo cuadrado (el cuadrado inferior), y copiar esa medida desde el punto del paso 5° hacia el cuadrado superior (debe de ser el mismo costado del punto del paso 5°).

7° Construir una recta perpendicular al lado del cuadrado superior y que pase por el punto creado en el paso 6° (apoyarse con la escuadra).

8° Construir un cuadrado con las mismas medidas que los dos anteriores, pero este será construido partiendo de la recta del paso 7° hacia abajo.

9° Trazar una diagonal del cuadrado inferior que comience del vértice inferior derecho de este. Trazar una diagonal del cuadrado superior que comience del vértice inferior izquierdo de este.

10° Ubicar los puntos de intersección entre las diagonales y el cuadrado que se creó en el paso 8°.

11° Trazar una recta que pase por estos dos últimos puntos.

12° Extender la recta que se encuentra al costado izquierdo del boceto, y también hacer la extensión de la recta que se dibujó en el paso anterior hasta el punto en que estas dos se intercepten. (deberán pegar más papel en este paso).

Actividad:

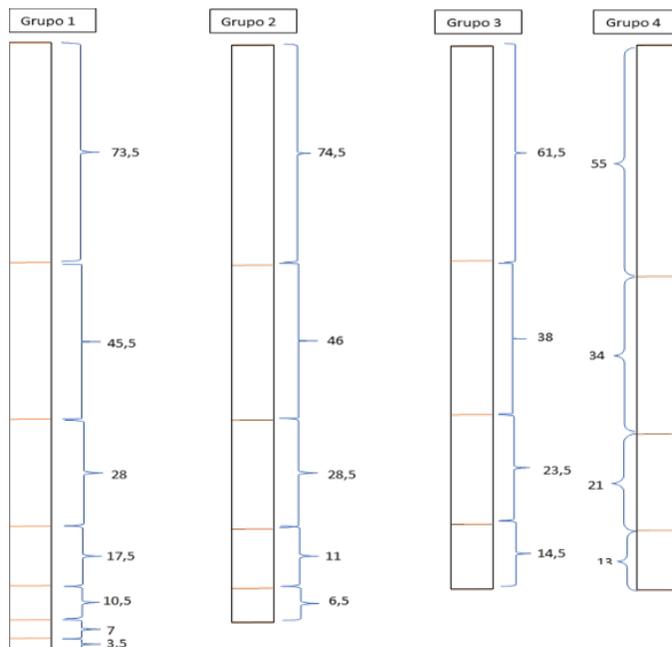
1. Con ayuda del video seguir la secuencia de triángulos rectángulos en el trabajo que realizaron anteriormente.

2. En un rollo de papel que será entregado uno por grupo, realizar unas marcas tal y como se mostrará en el video con el plumón rojo. A este rollo le llamaremos “huincha blanca”.

3. También en la huincha blanca se deberá de anotar cuanto mide cada marca desde el comienzo de esta hasta la marca misma.

Datos Relevantes de las huinchas blancas de cada grupo (Momento 3)

- 1) Comprueben sus resultados con la de otros grupos y contesten la siguiente pregunta: ¿En qué se diferencian? ¿en qué se parecen?
- 2) ¿En qué medida estaría la marca número  $x+1$ ? ( $x$  corresponde a la cantidad de marcas que realizó cada grupo en su propia huincha blanca). ¿Y la  $X+2$ ?, ¿ $X+3$ ?
- 3) ¿Existe alguna relación entre una marca y la siguiente?
- 4) Expliquen con sus propios medios como podrían obtener la medida que se encuentra en la marca con posición número  $x+10$ ,  $x+40$  o  $x+60$ .
- 5) Realizar un momento de reflexión a las marcas  $x+10$ , etc. entre los grupos. De esta manera llegar a un consenso en el método del cálculo de las medidas de la huincha blanca. Mencione a continuación a que resultado en común llegó el curso entero.



Modificando La sala de Clases (Momento 4)

Supongamos que yo (el profesor) en estos momentos soy un arquitecto (en ese instante saco una huincha blanca confeccionada con mis medidas). Viendo esta sala noto que algo no anda bien, por lo que con mi huincha mido toda la sala (alto, largo y ancho de ella), y con ella obtengo las siguientes conclusiones dependiendo de las medidas que haya obtenido:

- a) La sala es muy grande para mí solo.
- b) La sala es muy alta para mí, si tomo en consideración que deben de existir un grupo grande de estudiantes en ella.
- c) La sala está muy bien para mí.
- d) La sala me queda chica para mí.

Ahora les toca a ustedes: Medirán con sus huinchas la altura de la sala y la de la puerta, contestando a las siguientes preguntas:

1. ¿Es alta, o no, la sala?
2. ¿El alta, o no, la puerta?

## ■ Resultados

Para el momento 1 la mayoría de los estudiantes estaban de acuerdo con que la sala de clases era grande por el hecho de que caben más de 30 personas en ella. Además, un alumno mencionó que el salón debería de ser cómodo para ellos y que debería de estar en proporciones a sus alturas. Por último, mencionaron que medir consistía en que con una huincha obtener números de distancias ya sea de altura o no. Estos resultados dan la certeza de que por lo menos la mayoría de los estudiantes realizó una comparación de su cotidiano con las medidas de la sala, y uno fue capaz de relacionarla matemáticamente con las proporciones.

Para el momento 2, se realizaron 6 grupos de trabajo, de los cuales lograron terminar las huinchas solamente 4, esto fue producido porque el lenguaje utilizado en las instrucciones no era conocido, aun cuando ellos si lo poseen en los planes y programas como aprendizaje previo.

Para el momento 3 se les entregó a los grupos que terminaron tablas que poseían las medidas de sus propias huinchas y además de las de los otros grupos de trabajo (cabe mencionar que los estudiantes que no lograron terminar la huincha se les integró a los grupos que sí terminaron. Los estudiantes lograron responder todas las preguntas, y en la pregunta 5 el consenso realizado por todos fue que para poder obtener una medida de una marca que no se conoce solamente basta con sumar las dos marcas anteriores (de la forma de la sucesión de Fibonacci), además todos quedaron de acuerdo que al realizar el cociente entre una marca y la anterior a ella resulta ser 1,6 , y que el grupo 3 menciona que a ellos les resulto el número 1,618030842 (obteniendo de esta manera una aproximación muy cercana a fhi).

Para el momento 4, los estudiantes lograron determinar cómo era la manera correcta de medir con esas huinchas, y determinaron que la puerta de la sala era alta por ser pequeños, y que además la altura de la sala era demasiado alta, ya que utilizando la huincha y ellos al lado sobran muchas marcas desde sus dedos (con la mano alzada) hasta el cielo de esta. Aquí además hubo algunos comentarios de que la sala debería de ser adaptada a ellos para que de esta manera estuvieran más cómodos.

Así es como se determinó que se logró construir el concepto de número áureo en estos estudiantes, donde para lograrlo tuvieron que construir la huincha el Modulor (instrumento de la comunidad de arquitectos para la construcción de obras basada en el número áureo), además de poder determinar que elementos matemáticos existían en ella (la sucesión de Fibonacci y el número de oro), en donde por ultimo lograron usarla para determinar si la obra arquitectónica por la que ellos estan tan familiarizados, es o no apta para sus proporciones. Logrando de esta manera una significación, en estudiantes de 8° básico, del número áureo a través de los usos que éste posee en la comunidad de conocimiento de arquitectos.

## ■ Conclusiones

Esta investigación a problematizado sobre como el discurso matemático escolar opaca los usos del conocimiento matemático del número áureo, dándole a la matemática escolar un estatus epistemológico más importante que a la matemática existente en el cotidiano. Es así que el tema del número áureo, según el currículo nacional, se encuentra en 2° año de enseñanza media, como un elemento en la enorme lista de los números irracionales. Es entonces que esta investigación reconoce este problema y lo trabaja según la teoría socioepistemológica, que menciona la importancia del uso del Conocimiento Matemático de comunidades de conocimiento, las cuales no necesariamente es la del matemático, y en la construcción social del conocimiento para rediseñar el discurso matemático escolar.

La Investigación ha logrado determinar la importancia de la enseñanza del conocimiento matemático del número áureo mediante los usos que este posee en otras comunidades de conocimiento, como lo es la comunidad de arquitectos, que hacen uso de este número en la creación de herramientas propias de la comunidad, para que construyan conocimiento en su quehacer, la Arquitectura. El Modulor, herramienta propia de los arquitectos, construida a partir de elementos de la geometría euclidiana y el número fhi, es capaz de humanizar la medida, establecer un equilibrio armónico y determinar un orden en la obra.

En la investigación se ha hecho uso del marco de referencia de la optimización, marco que se ha utilizado por única vez por Del Valle (2015), y que ahora en nuestro trabajo nos dimos cuenta de que es coherente con nuestra investigación, siendo este un segundo trabajo que hace uso de él. Por lo que, de esta forma, estaríamos validando el Marco de Referencia de la Optimización.

El discurso matemático escolar se encuentra presente en nuestros procesos de enseñanza – aprendizaje, en donde la falta de marcos de referencia que ayudan a resignificar el conocimiento es otra problemática. En este trabajo se analiza la construcción epistemológica de la comunidad de arquitectos y cómo hacen uso del CM, para la conformación de un MR de los usos de la optimización del número áureo y de una situación de aprendizaje, logrando así una matemática funcional, permitiendo la permanente confrontación y rediseño del dME.

### ■ Referencias bibliográficas

- Buscador de Arquitectura (2012). Proyecto: Toda House. [imagen] Recuperado de: <http://images3.arq.com.mx/noticias/articulos/16407-04.jpg>
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Barcelona: Gedisa.
- Corbusier, L. (1961). *El Modulor*. Buenos Aires: Editorial Poseidón.
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. & Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona: Gedisa.
- Cordero, F. (2016) *Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: El Eslabón de la Matemática y el Cotidiano*. En Díaz y Arrieta (Eds). *Investigaciones latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa*. México: Gedisa.
- Cordero, F. (2001). *La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana*. *Revista Latinoamericana de Investigaciones en Matemática Educativa*, 4 (2), 103-128.
- Del Valle, T. (2015). *Los Usos de la Optimización: un Marco de Referencia y la Teoría Socioepistemológica*. Tesis de Doctorado, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso, Chile.
- Franco, J. & Manuel, J. (1997). *El Modulor de Le Corbusier (1943-54)*. *Boletín Académico. Escola Técnica Superior de Arquitectura da Coruña*, vol. 1, núm. 20. 20-30. Recuperado de: [http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/5278/ETSA\\_20-6.pdf?sequence=1](http://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/5278/ETSA_20-6.pdf?sequence=1).
- Fubini, E. (1990). *La estética musical desde la antigüedad hasta el siglo XX*. Madrid: Alianza.
- Sunnyland School. (2017). Proyecto educativo. Disponible en: <http://www.sunnylandschool.cl/images/PEI-2017.pdf>