

ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA DE LOS POLIEDROS EN EL LIBRO DE TEXTO OFICIAL DE SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Gladys Milagros Rondan Trocones
Instituto Pedagógico Nacional Monterrico. (Perú)
grondan@ipnm.edu.pe

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo analizar la organización matemática asociada a los poliedros que se presenta en el texto escolar de matemática de sexto grado de educación primaria distribuido gratuitamente por el Ministerio de Educación del Perú y determinar el grado de completitud de su organización matemática. En este sentido, para identificar la organización matemática hemos utilizado como referencial teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y para conocer el grado de completitud de la organización matemática utilizamos los Indicadores de Completitud de Fonseca. La metodología utilizada fue cualitativa de tipo bibliográfica y los resultados obtenidos evidencian la presencia de 3 tipos de tareas, 5 tareas, 2 técnicas, 6 tecnologías y 1 teoría y la organización matemática analizada muestra un grado de completitud menos completa.

Palabras clave: poliedros, organización matemática, indicadores de completitud

Abstract

The aim of this paper is to analyze the mathematical organization associated with polyhedra that is presented in the elementary education sixth-grade mathematics textbook (distributed free of charge by the Ministry of Education of Peru), as well as to determine the degree of completeness of its mathematical organization. In this sense, to identify the mathematical organization we have used as theoretical reference the Anthropological Theory of Didactics (TAD) and to know the degree of completeness of the mathematical organization we used Fonseca's completeness indicators. We used a qualitative, bibliographic -type methodology. The results show the presence of 3 types of tasks, 5 tasks, 2 techniques, 6 technologies and 1 theory. The mathematical organization analyzed shows a low degree of completeness.

Key words: polyhedra, math organization, indicators completeness

■ Introducción

Este artículo presenta aspectos de la investigación de Rondán (2015) en lo referente al análisis de la organización matemática y el grado de completitud de la misma. En este sentido, desde el año 2012, el Ministerio de Educación del Perú implementó una estrategia denominada “Buen Inicio del Año Escolar”, con el objetivo de establecer condiciones adecuadas y desarrollar acciones que permitan recibir a los estudiantes en escuelas preparadas y aptas desde el primer día de clases. Esta estrategia tiene como uno

de sus componentes la distribución de materiales educativos que implica la distribución gratuita de textos escolares en todos los niveles de Educación Básica del Perú.

Es así que, el libro de texto se convierte en uno de los principales materiales didácticos para el trabajo en el aula de los docentes, por lo tanto, la elección adecuada y pertinente del mismo va condicionar la actividad de enseñanza aprendizaje (Rondan, 2015). Asimismo, el análisis de libros de textos es un componente importante del análisis didáctico de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; y éstos se constituyen en la primera fuente para los docentes más aún en el nivel primario, donde los alumnos no son autónomos en el uso del libro, ya que no afrontan solos el estudio de los contenidos curriculares (Godino, Font y Wilhemi, 2006).

En relación al objeto matemático poliedros el Currículo Nacional de Perú, en la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización (estándar 5) señala que los alumnos del V ciclo de educación básica (quinto y sexto grado de educación primaria) deben resolver problemas en los que se modela las características y ubicación de los objetos tridimensionales así como sus elementos y propiedades (Perú, 2017). Por ello, las actividades que se propongan para la enseñanza de los sólidos deben tener en cuenta los procedimientos de construcción o generar modelos de los mismos; ya que, los estudiantes en los primeros niveles, necesitan representaciones físicas de los sólidos; porque deben integrar el objeto mental que van construyendo con todos los significados que provienen de los diferentes contextos en los que aparecen dichos objetos matemáticos. En este sentido, el diseño de tareas o actividades de introducción de los conceptos sobre sólidos deben presentar diferentes ejemplos de cada uno de ellos; que les permita experimentar, reflexionar y comprender que las ideas de los conceptos se van precisando en la medida que se encuentren más ejemplos de los mismos; esto permitirá que puedan generalizar e incluir el objeto mental de una determinada familia de sólidos (poliedros), los ejemplos de dichos objetos matemáticos, así como sus propiedades y relaciones de sus elementos (Guillén, 2010).

Por ello, surge la inquietud de realizar el análisis de la organización matemática (OM) asociada al objeto matemático poliedros que corresponden a tres organizaciones matemáticas puntuales que lo conforman los tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}); que a su vez conforman una organización matemática local, que presenta el libro de texto escolar de matemática de sexto grado de educación primaria que lo utilizan los estudiantes de 11 y 12 años de edad, desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y determinar su grado de completitud en base a los indicadores de completitud de Fonseca (2004).

■ Aspectos teóricos de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)

La TAD tiene elementos teóricos que son característicos y propios de esta teoría; siendo necesario definir los siguientes:

Noción de praxeología u organización matemática

Uno de los postulados básicos y principales de la TAD es la noción de praxeología en la que considera que toda actividad matemática es una actividad humana más, que puede describirse como un modelo único al que denomina praxeología. Es así que, la TAD propone que toda actividad matemática puede ser modelada mediante las praxeologías, que se constituyen en la herramienta fundamental de esta teoría (Chevallard, 1999).

En este sentido, podemos afirmar que la praxeología u organización matemática (OM) está constituida por cuatro componentes principales: tipos de tareas (T), técnicas (τ), tecnologías (θ) y teorías (Θ) y consta de dos niveles:

1. El nivel de la praxis (saber hacer) que está formado por tipos de tareas (T) y las técnicas (τ) que se utilizan para resolverlas.
2. El nivel del logos (saber) que está formado por las tecnologías (θ) que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan y las teorías (Θ) que es la descripción, explicación y justificación de las tecnologías. (ver Tabla 1)

Tabla 1. Componentes de una organización matemática

Elemento teórico	Símbolo	Bloque	Tipo de saber
Tipo de tarea	T	Práctico – técnico (praxis)	Saber hacer
Técnica	τ		
Tecnología	θ	Tecnológico- teórico (logos)	Saber
Teoría	Θ		

Fuente: Adaptado de Chevallard (1999, p.222)

Indicadores de Completitud de una organización matemática

Los indicadores del grado de completitud de una praxeología local son establecidos en Fonseca (2004); quién señala siete indicadores de completitud de una Organización Matemática Local (OML), sin embargo, se establecieron criterios por cada indicador, los cuales presentamos a continuación:

OML1: Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.

- Los tipos de tareas (T_i) sobre los poliedros se relacionan entre sí, mediante el desarrollo sucesivo de sus técnicas.
- Los tipos de tareas (T_i) sobre poliedros hacen uso del cuestionamiento tecnológico de las técnicas (fórmulas, definiciones y propiedades) del objeto matemático poliedros que hagan referencia a la interpretación, la justificación, la fiabilidad, la economía, el alcance y la comparación de las técnicas.

OML 2: Diferentes técnicas para cada tipo tareas y criterios para elegir entre ellas.

- Existen dos o más técnicas para resolver un tipo de tareas (T_i) asociadas al objeto matemático poliedros.
- El libro de texto presenta elementos tecnológicos que permiten analizar cuál es la técnica más fiable y económica para realizar una tarea ($t_{i,j}$).

OML 3: Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.

- La técnica hace uso de distintas representaciones (palabras, expresiones, notaciones, escrituras, gráficos, etc.) que permite resolver un tipo de tarea (T_i).

OML 4: Existencia de tareas y técnicas “inversas”.

- El libro de texto presenta tareas inversas asociadas al objeto matemático poliedros; es decir, tareas con los datos e incógnitas intercambiadas o tareas que parten de la respuesta y analizan la situación de partida.

- El libro de texto presenta técnicas reversibles para resolver tareas inversas asociadas al objeto matemático poliedros.

OML 5: Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.

- El libro de texto presenta tipos de tareas que permitan al alumno interpretar el real funcionamiento de una técnica para percibir su beneficio matemático en relación con otras técnicas.

OML 6: Existencia de tareas matemáticas “abiertas”

- El libro de texto presenta tipos de tareas (T_i) en donde los datos y las incógnitas no están prefijados completamente.
- El libro de texto presenta tipos de tareas de modelización matemática asociadas a situaciones matemáticas o extramatemáticas relacionadas al objeto matemático poliedros.

OML 7: Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la práctica.

- La tecnología presente el libro de texto permite la construcción de técnicas nuevas capaces de ampliar los tipos de tareas.

■ Metodología

La metodología es cualitativa de tipo bibliográfica; porque se desarrolla sobre la base de materiales ya preparados y está constituida principalmente de libros y artículos científicos, y éstos constituyen fuentes bibliográficas por excelencia (Gil, 2002). En este sentido, nuestra investigación adopta esta metodología; porque el sujeto de investigación es el libro de texto oficial del sexto grado de educación primaria que es distribuido por el Ministerio de Educación del Perú y pretendemos analizar como el autor presenta la organización matemática de tres tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}) asociada a los poliedros que conforman una organización matemática local y determinar el grado de completitud.

■ Análisis de la organización matemática

En esta sección, describiremos la organización matemática local conformada por los tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}) que presenta el libro de texto oficial de sexto grado de educación primaria; donde tenemos lo siguiente:

$T_i: 3$ $t_{i,j}: 5$ $\tau_{i,j,k}: 2$ $\theta_n: 6$ $\Theta: 1$

A continuación, presentamos los tres tipos de tareas:

Tipo de tarea (T1): Identificar poliedros a partir de alguno de sus desarrollos planos.

Tarea ($t_{1,1}$): Identificar el cubo a partir de su desarrollo plano

Esta tarea está conformada por dos ejercicios, el primero propuesto en la sección: Conocemos los sólidos geométricos y el segundo en la sección: Trabajo en parejas. A continuación, transcribimos los ejemplos representativos de esta tarea.

Entre las siguientes figuras. ¿Cuáles son plantillas para armar un modelo de cubo?

a)



b)



c)

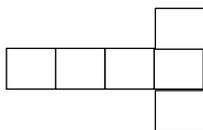


d)



Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p. 161)

Identifiquen el prisma a partir de su desarrollo plano.

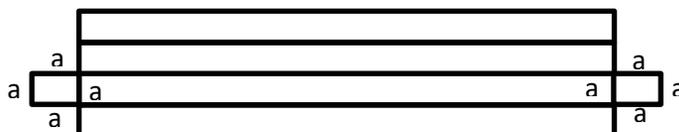


Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p.171)

Tarea (t_{1,2}): Identificar el prisma a partir de su desarrollo plano.

Esta tarea está conformada por el problema que corresponde a la sección: Trabajo en parejas; el cual corresponde al problema 1, ejercicio b.

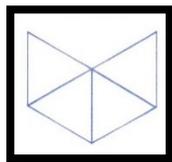
Identifiquen el poliedro representado por cada plantilla



Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p.171)

Tarea (t_{1,3}): Identificar el tetraedro a partir de su desarrollo plano.

Esta tarea está conformada por el problema que corresponde a la sección: Construimos modelos de poliedros y es el siguiente: ¿Crees que la figura adjunta es el desarrollo de un tetraedro? Explica tu respuesta.



Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p 163)

Técnica (τ): No presenta técnica de resolución.

Tecnología (θ): θ_1 Definición de desarrollo plano de poliedros, θ_2 Definición de poliedros y θ_3 Elementos de poliedros

Teoría (Θ): Geometría plana y del espacio.

Tipo de tarea (T_9): Calcular el volumen de los poliedros utilizando fórmulas

Tarea (t_{9,1}): Calcular el volumen de un prisma a partir de dimensiones dadas

Esta tarea está constituida por 1 problema que corresponde a la sección: Medimos volumen, en la subsección: Trabajo individual. Es así que, presentamos el ejemplo del problema:

Una tableta de margarina tiene la forma de un prisma rectangular. Sus dimensiones son: 2 cm, 2 cm y 10 cm. Si en una caja de esa margarina vienen 4 tabletas. ¿Cuál es el volumen de esa caja?

Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p.177)

Técnica ($\tau_{9,1,1}$):

1. Utiliza la fórmula de volumen:

$V =$ medida del largo x medida del ancho x medida de la altura

2. Reemplaza las medidas que tienen las dimensiones del largo, ancho y altura de la tableta de margarina.
3. Menciona el volumen que tiene la tableta de margarina.
4. Suma cuatro veces el volumen de la tableta de margarina.
5. Menciona el volumen que tiene la caja que contiene las cuatro tabletas de margarina.

Tecnología (θ): θ_1 Dimensiones de los poliedros (largo, ancho y altura), θ_2 Definición de volumen de los poliedros y θ_3 Fórmula del volumen de los poliedros.

Teoría (Θ): Geometría plana y del espacio.

Tipo de tarea (T_{10}): *Calcula la longitud de los elementos de los poliedros*

Tarea ($t_{10,1}$): Determina la longitud de las aristas de un cubo a partir de un volumen dado.

Esta tarea está constituida por 1 problema que corresponde a la sección: Medimos volumen, en la subsección: Trabajo individual. A continuación, presentamos el ejemplo del problema:

El volumen de un cubo es 729 m^3 . Determina la longitud de sus aristas

Fuente: Libro de texto de Matemática 6 (Perú, 2012, p.177)

Técnica ($\tau_{10,1,1}$):

1. Utiliza la fórmula de volumen:
 $V =$ medida del largo x medida del ancho x medida de la altura
2. Reemplaza la medida del volumen del cubo en la fórmula.
3. Asigna el mismo valor al largo, ancho y altura del cubo.
4. Menciona el volumen que tiene el cubo.
5. Divide el volumen del cubo entre el valor asignado al largo, ancho y altura del cubo.
6. Menciona el resultado de la división que viene a ser la longitud de la arista del cubo.

Tecnología (θ): θ_1 Dimensiones de los poliedros (largo, ancho y altura), θ_2 Definición de volumen de los poliedros y θ_3 Fórmula del volumen de los poliedros

Teoría (Θ): Geometría plana y del espacio.

Grado de completitud de las organizaciones matemáticas locales

En esta sección, presentamos el análisis de los indicadores de completitud de tres organizaciones puntuales (tipos de tareas: T_1 , T_9 y T_{10}) que conforman una organización matemática local. Para ello, tomamos en cuenta los trabajos de Fonseca (2004) y Rondan (2015). A continuación, presentaremos el análisis de la organización matemática basada en los siete indicadores de completitud de Fonseca:

Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico (OML1); la integración de los tipos de tareas es un aspecto importante en una OML; porque ello evitará la reiteración de tareas cuya ejecución requiere de procedimientos mecánicos y nada significativos para el estudiante (Fonseca, 2004). (ver Tabla 2)

Tabla 2. Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.

Criterios considerados	Cantidad de tipos de tareas	Sí	No
Los tipos de tareas (T_i) sobre los poliedros se relacionan entre sí, mediante el desarrollo sucesivo de sus técnicas.	03	02	01

Los tipos de tareas (T_i) sobre poliedros hacen uso del cuestionamiento tecnológico de las técnicas.	03	--	03
--	----	----	----

Fuente: Libro de texto Matemática 6 (Perú, 2012)

Los tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}) presentan una escasa cantidad de tareas donde se pueda realizar el cuestionamiento tecnológico a las técnicas que se usan para hacer las tareas.

Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas (OML2); en este indicador solo existe 1 técnica para resolver estos tipos de tarea (T_9 y T_{10}) que hace uso de un solo elemento tecnológico que es la fórmula del volumen. Sin embargo, el hecho de que solo exista una técnica no le da al alumno la posibilidad de contrastar o comparar cual es la técnica más eficiente para realizar un tipo de tarea o una tarea determinada; y en el caso del tipo de tarea T_1 no presenta técnica; (Rondan, 2015). (ver Tabla 3)

Tabla 3. Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas

Criterios considerados	Número de tipos de tareas	Cantidad de técnicas	Elementos tecnológicos
Existen dos o más técnicas para resolver un tipo de tarea (T_i) asociadas al objeto matemático poliedros.	03	01	--
El libro de texto presenta elementos tecnológicos que permitan analizar cuál es la técnica más fiable y económica para realizar una tarea ($t_{i,j}$).	03	--	01

Fuente: Libro de texto Matemática 6 (Perú, 2012)

Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas (OML3); este indicador considera la posibilidad de hacer uso de varias representaciones en la ejecución de cada tipo de tarea (Rondan, 2015).

Tabla 4. Objetos ostensivos que sirven para representar las tareas

Forma de representación	Cantidad de representaciones ostensivas
Figuras	08
Gráfica	--
Verbal	11
Numérica	05
Total	24

Fuente: Libro de texto Matemática 6 (Perú, 2012)

Existencia de tareas y de técnicas “inversas” (OML4); en los tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}) no existe ninguna tarea inversa ni tampoco una técnica inversa (Rondan, 2015).

Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas (OML5); en los tipos de tareas (T_1 , T_9 y T_{10}) no se proponen tareas que incluyan la interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas, las tareas presentadas en el libro de texto están orientadas a obtener respuestas específicas y no se han identificado tareas asociadas a la comprobación o verificación de determinados resultados (Rondan, 2015).

Existencia de tareas matemáticas “abiertas” (OML6); no se presentan tareas donde los datos y las incógnitas no están prefijados completamente y T_9 está conformado por una tarea de modelización matemática que hace referencia a una situación extramatemática.

Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la práctica (OML7); el único elemento tecnológico que podemos resaltar en este criterio es la fórmula del volumen.

■ Conclusiones

En primer lugar, se logró analizar la organización matemática que presenta: 3 tipos de tareas, 5 tareas, 2 técnicas, 6 tecnologías y 1 teoría.

En segundo lugar, se logró determinar el grado de completitud de la organización matemática que resultó ser *menos completa*; porque se observa muy poco grado de coincidencia en 4 indicadores (OML1, OML2, OML3 y OML6) y la ausencia total de 3 indicadores (OML4, OML5 y OML7).

En tercer lugar, la metodología empleada fue adecuada porque permitió realizar un análisis previo de los tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías que presentaba el libro de texto analizado.

En cuarto lugar, el referencial teórico utilizado que en este caso fue la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) fue pertinente para el análisis de la organización matemática; en función a los elementos que conforman una O.M. que son tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías.

■ Referencias bibliográficas

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266. Recuperado de <http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF>

Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. Tesis de doctorado en Ciencias Matemáticas. Universidad de Vigo. España. Recuperado de http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS_en__PDF.pdf

Gil, A. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4ta. edicao. Brasil: Editorial Atlas. Recuperado de http://www.academia.edu/4405328/GIL_Antonio_Carlos_COMO_ELABORAR_PROJETOS_DE_PESQUIS_A_Copia

Guillén, G. (2010). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didáctica*, 18 (1), 35-53. Recuperado de <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v18n1/02124521v18n1p35.pdf>

Perú, Ministerio de Educación (2017). *Currículo Nacional de la educación básica*. Lima. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-2017.pdf>

Perú, Ministerio de Educación (2012). *Matemática 6*. Perú: Ediciones El Nosedal.

Rondan, G. (2015). *Los poliedros: Análisis de una organización matemática en un libro de texto de sexto grado de educación primaria*. Tesis de maestría en Enseñanza de la Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.