

DETECCIÓN DE ERRORES Y CONTRADICCIONES EN UN PROBLEMA DE UN LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS: UNA EXPLORACIÓN INICIAL DEL PENSAMIENTO CRÍTICO DE LOS MAESTROS

Honorina Ruiz-Estrada, Josip Slisko, Juan Nieto-Frausto
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. (México)
hruizestrada@gmail.com, josipslisko47@gmail.com, jfrausto@cfm.buap.mx

Resumen

Se reportan los resultados de una investigación inicial diseñada en base de un problema tomado de un libro de texto de tercero de secundaria, donde se describe el enfriamiento de una taza de café a 80 °C expuesta a una temperatura ambiente de 20 °C. Los datos contradictorios y erróneos del proceso de enfriamiento aparecen en una tabla y una gráfica. Se les pidió a siete maestros de matemática que asuman ser los revisores de tal libro y que dictaminen con argumentos si la gráfica representa correctamente la información cuantitativa dada en la tabla. Los maestros revelaron varios elementos del pensamiento crítico.

Palabras clave: pensamiento crítico, conocimiento analítico del maestro de matemáticas, errores en los libros de texto, detección de errores.

Abstract

We report the results of an ongoing research that was based on a problem taken from a textbook for third- year of junior high-school. The problem describes a coffee cup cooling at 80 °C exposed to room temperature of 20 °C. The cooling process contradictory and wrong data are shown in a table and a graph. Seven mathematics teachers were asked to take on the role of supervisors of the textbook and to evaluate with arguments if the graph represents correctly the quantitative information given in the table. The teachers revealed various elements of critical thinking.

Key words: critical thinking, analytical knowledge of the math teacher, mistakes in textbooks, error detection.

■ Introducción

Actualmente, hay un consenso amplio que el pensamiento crítico forma parte de las habilidades del siglo XXI (Trilling & Fadel, 2009) y que, consecuentemente, debe ser el objetivo importante en todos los niveles educativos. Según Black (2012), los procesos básicos que constituyen el pensamiento crítico son: (a) analizar argumentos; (b) evaluar la relevancia y el significado de la información; (c) construir argumentos claros y coherentes y (d) formar juicios y decisiones bien razonados.

Es claro que los estudiantes de matemáticas no pueden practicar y mejorar esos procesos del pensamiento crítico sin que sus maestros los conozcan, dominen e integren en el diseño de las actividades de aprendizaje. Por eso, las habilidades del pensamiento crítico de los futuros profesores de matemáticas

fueron exploradas en varios estudios (Ozen & Cakiroglu, 2015; Applebaum, 2015). Algunas investigaciones reportaron resultados preocupantes (Aktaş & Ünlü, 2013). Una razón más para preocuparse es el hecho que varios proyectos de intervención, con el propósito de mejorar el pensamiento crítico de los estudiantes, no lograron resultados satisfactorios (Niu, Behar-Horenstein & Garvan, 2013).

Recientemente, los libros de texto de matemáticas se perfilan como una línea emergente de investigación en la educación matemática (Fan, 2013). De acuerdo a Fan, quien se reconoce como un promotor importante de tal línea, los libros de texto pueden ser considerados como variables independientes que inciden, por ejemplo, en la enseñanza y el aprendizaje. También pueden abordarse como variables dependientes que se ven influenciadas por otros factores: las políticas educativas nacionales de cada país o la preparación profesional de los autores. La propuesta investigativa de Fan permite llevar el análisis de libros de texto más allá de la identificación de sus características o como están estructurados, planteando preguntas de tipo causal (relación causal entre dos variables) o correlacional (cómo dos o más variables están correlacionadas). Fan ha propuesto agregar una posibilidad más, denominada: “otras preguntas”. Él recomienda hacer este tipo de preguntas porque hay pocos datos en esta dirección y porque permitiría explorar el efecto de los libros de texto en el aprendizaje de los alumnos. En resonancia con las propuestas de Fan, dirigimos nuestra investigación hacia la exploración crítica de algunas actividades de aprendizaje matemático propuestas para los estudiantes de las escuelas secundarias de México.

En tal sentido, resulta interesante analizar los libros de texto de matemáticas de la Educación Secundaria, porque son materiales básicos de trabajo para alumnos y maestros y porque han sido sometidos a una exhaustiva revisión por parte de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) que depende de la Secretaría de Educación Pública de México (SEP), con lo que esperarían materiales de muy alta calidad educativa. Sin embargo, en los libros de texto de matemáticas para la educación básica (grados 1, 2 y 3 de las escuelas secundarias) se han detectado varios errores sustanciales (conceptuales y numéricos) en los contextos relacionados con la física (Slisko, Corona, Ruiz, y Pastrana, 2016). También, se han encontrado un gran número de errores en ejemplos y problemas relacionados con el uso de la balanza en libros de texto de matemáticas (Zamora, 2017) y otros tantos en las Pruebas Nacionales Mexicanas, ENLACE y PLANEA (Jiménez, 2017). En estos dos trabajos de tesis se dan evidencias de que, incluso, algunos estudiantes de secundaria son capaces de detectar los errores en los problemas seleccionados de estas tres fuentes.

Es oportuno mencionar que hay algunos trabajos relacionados con el análisis de libros de texto de la CONALITEG. Recientemente, Quiroz y Rodríguez (2015) siguieron una línea de investigación diferente a la propuesta por Fan y analizaron las praxeologías de modelación matemática usadas en los seis libros de texto de matemáticas de la educación primaria en México, correspondientes a la edición 2009. Las autoras consideraron los contenidos de probabilidad y estadística. Encontraron que la modelación matemática no está presente en la mayor parte de las lecciones de matemáticas de estos los libros de texto.

En este contexto, la pregunta de investigación es: ¿son capaces los maestros de matemáticas en servicio de detectar errores y contradicciones en un problema de matemáticas que describe un fenómeno físico? El objetivo es: explorar la activación y la calidad de los procesos del pensamiento crítico que ellos usan al evaluarlo. Con este fin, seleccionamos un problema de un libro de texto de matemáticas, que contiene omisiones, errores y contradicciones y diseñamos una tarea de lápiz y papel que permite explorar el pensamiento crítico de los maestros.

■ **Un problema matemático relacionado con el enfriamiento**

De un libro de texto de matemáticas de tercero de secundaria (Villaseñor, García, Montes, 2011) se seleccionó un problema relacionado con el fenómeno de enfriamiento: una taza de café que ha sido calentada en un horno de microondas hasta los 80°C, se saca del horno y se deja a una temperatura ambiente de 20°C. En el problema se aclara que, la temperatura de la taza disminuirá conforme pase el tiempo y como consecuencia, hay una relación decreciente entre estas dos cantidades. Se pregunta si se puede suponer que la temperatura cambia de manera constante y se pide argumentar a favor o en contra. Se proporcionan tres gráficas "aproximadas", en las que se observa una relación decreciente entre la temperatura y el tiempo y se pregunta cuál de esas gráficas representa la variación entre estas dos cantidades. Se menciona que, para verificar lo anterior se tomaron los datos del enfriamiento de una taza, se proporcionan las temperaturas del café en los primeros 30 minutos del proceso de enfriamiento (vea la Tabla 1) y se pregunta cómo es la variación de la temperatura en intervalos de cinco minutos, si disminuye esta variación de manera constante o cambia de un intervalo a otro. Pide que se grafiquen los datos para tener una idea de la forma de la línea de enfriamiento.

Tabla 1. *Temperatura de la taza de café como función del tiempo de enfriamiento*
La temperatura inicial de la taza es de 80°C.

Tiempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (grados centígrados)	80	65	54	46	39	35	32

Esta tabla fue elaborada según la tabla del libro de texto.

De las tres gráficas ofrecidas en el libro de texto, la única que podría considerarse como "idónea" (vea la Figura 1) contiene varias omisiones, errores y contradicciones en relación con los datos de la Tabla 1. Se observa que en ella se omiten las escalas que representan las marcas, tanto en el eje de las temperaturas como en el eje de los tiempos. En este último solo aparecen cinco marcas, en lugar de siete, como se esperaría, ya que en la Tabla 1 aparecen siete instantes de tiempo. Además, la temperatura inicial es menor a 80°C, y a partir de la segunda marca (10 minutos) llega a ser menor a los 20°C. Esto es una contradicción porque de ser así, la temperatura de la taza de café disminuiría de manera incesante e independiente de la temperatura del aire que la rodea. De nuestra experiencia cotidiana sabemos que esto no es posible.

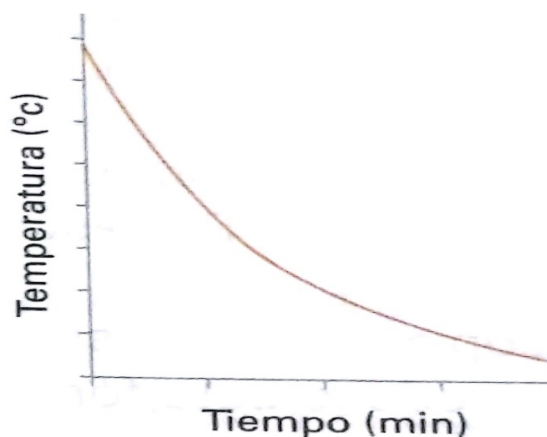


Figura 1. Gráfica de la temperatura de la taza de café en función del tiempo transcurrido

La gráfica se elaboró según la gráfica del libro de texto de matemáticas.

Basados en estas omisiones y consideraciones físicas incorrectas, diseñamos una tarea de papel y lápiz, con la intención de explorar el pensamiento crítico de los lectores de este problema. En especial, nos interesa saber si los maestros (en servicio) son capaces de encontrar errores cuando se les proporcionan las condiciones adecuadas. Esta actitud crítica no la realizan muchos maestros espontáneamente, porque si así fuera, ya se habrían detectado los errores en los libros de texto de matemáticas arriba señalados.

■ El método y la población

Diseñamos una tarea, de papel y lápiz, en la que se narra lo siguiente:

El autor de un libro de texto de matemática para tercero de secundaria propone un problema relacionado con el enfriamiento de una taza de café caliente a la temperatura de 80°C , que se expone a una temperatura ambiente de 20°C . Él proporciona la siguiente tabla de datos para el proceso de enfriamiento (se da la Tabla 1). La acompaña con una gráfica que representa la variación de la temperatura del café en función del tiempo (se proporciona la Figura 1).

Supón que eres la revisora técnica o el revisor técnico de tal libro y que tu función es dictaminar si la gráfica representa correctamente la información cuantitativa dada en la tabla.

¿Cuál, de los tres dictámenes breves dados a continuación, sería el tuyo? Antes de decidir, lee cuidadosamente cada uno de los tres dictámenes breves. Acompaña tu dictamen de tu justificación.

1. La gráfica *representa correctamente* la información cuantitativa dada en la tabla.
2. La gráfica *no representa correctamente* la información cuantitativa dada en la tabla.
3. No es posible determinar con precisión si la gráfica *representa correctamente* la información cuantitativa dada en la tabla.

Esta tarea se aplicó a siete maestros de matemática (en servicio), que en ese tiempo atendían grupos de estudiantes de primaria y secundaria de escuelas públicas del Estado de Puebla, México, y que, al mismo tiempo, cursaban la Maestría Profesionalizante en Matemática Educativa que se imparte en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Ellos resolvieron la tarea en una sesión de una hora y quince minutos, en un salón de clases de esta universidad. Primero la resolvieron individualmente (45 minutos) y enseguida de manera grupal (30 minutos). Se formaron un grupo de tres maestros y dos grupos de dos maestros.

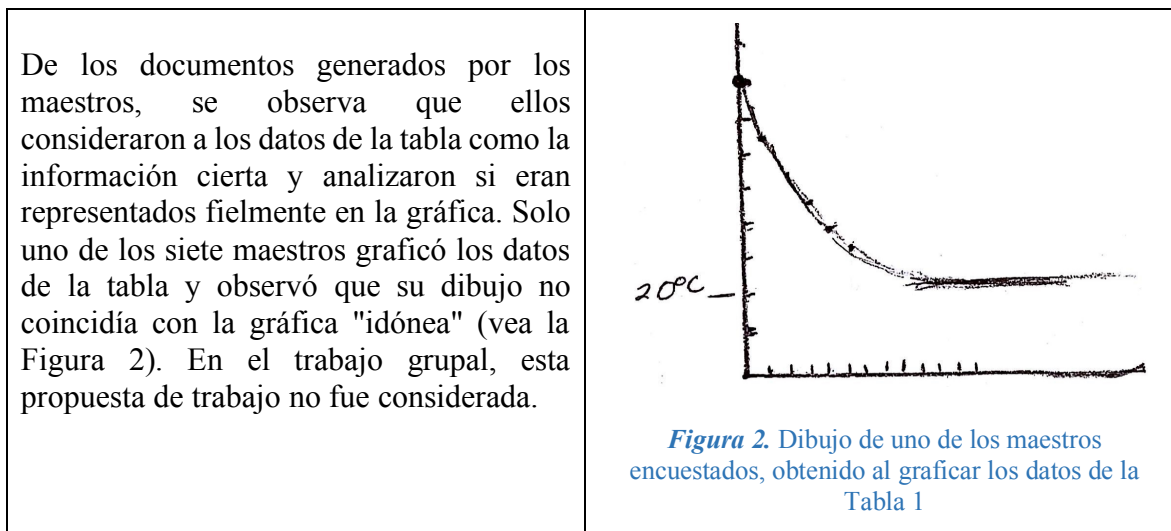
■ Resultados

De las respuestas y argumentaciones elaboradas por los siete maestros, concluimos que ellos determinaron que la gráfica no representa correctamente los datos de la tabla. La información para llegar a esta afirmación, la pudieron haber obtenido de: (1) del texto, (2) de la tabla o (3) de la gráfica, dados en la tarea. De los documentos generados por ellos, observamos que trabajaron preferentemente en la gráfica (seis realizaron al menos tres anotaciones). Menos atención le dedicaron a la tabla (cuatro hicieron una

anotación), mientras que solamente un maestro trabajó sobre el texto, subrayando la frase “temperatura ambiente de 20°C” y usando esta información para dar su dictamen.

En relación con la gráfica, seis maestros descifraron con facilidad que las marcas del eje de las temperaturas estaban espaciadas 10°C y cuatro de ellos usaron esta información, junto con la curva de enfriamiento, para respaldar su dictamen. En el trabajo grupal, solo uno de los tres equipos usó esta misma ruta de solución. Cuatro maestros argumentaron que la temperatura del café no podía ser menor a 20°C y que en la gráfica llegaba a ser menor a ésta. Ellos llegaron a esta conclusión basándose en la magnitud de la temperatura ambiente. Esta afirmación crucial fue compartida completamente en la resolución grupal.

Que la temperatura de la taza de café no sea menor a los 20°C, no es un dato visible en la redacción del problema, sino que debe desprenderse del contexto en el que el problema matemático está inmerso. El proceso de enfriamiento se desencadena cuando una sustancia se expone a un medio ambiente que está a una temperatura menor. Es un fenómeno al que se enfrentan cotidianamente las personas. Sin embargo, tres maestros no activaron este conocimiento para elegir y justificar su dictamen. Es un resultado inesperado porque, de acuerdo con Palm (Palm, 2009), un problema en contexto, como experimentado por los alumnos, logra que su matemática de fuera de la escuela sea usada en las aulas. Se requiere generar más datos empíricos, con una mayor cantidad de maestros, que permitan identificar las causas de este resultado.



Otro maestro concluyó que las marcas, en el eje de las abscisas, debían estar separadas 5 min. A cada marca le asoció su temperatura (acorde con la curva de enfriamiento) y concluyó que las temperaturas calculadas no correspondían a los datos de la tabla. Esta observación fue el elemento básico que usó para concluir que la gráfica no representa fielmente los datos dados en la tabla.

En su justificación anotó:

Independientemente que no se escribe la escala que se maneja al graficar los datos de la tabla; se puede determinar que en el eje del tiempo cada intervalo dado es de 5 minutos, y los datos no corresponden con los proporcionados en la tabla. Además, al observar la gráfica se identifica que la temperatura disminuye de forma exponencial.

En la Figura 3 se observa su trabajo en la gráfica. Vea que está considerando que, las marcas en el eje de las ordenadas, están separadas 10°C .

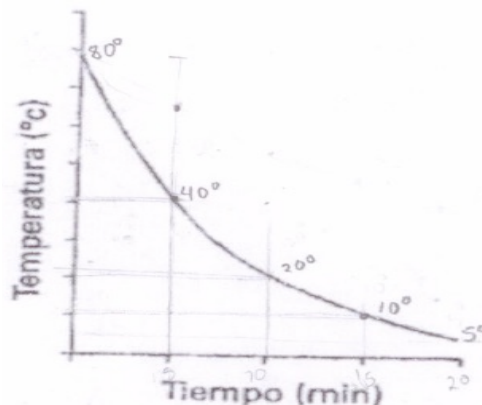


Figura 3. A la altura de la marca correspondiente a los 5 min se observa un punto sobre la curva de enfriamiento con coordenadas (5,40) y otro punto más arriba con coordenadas (5, 65). Esta información no se usó para dictaminar.

Estos dos maestros son los únicos que no usaron suposiciones sin fundamento o elementos contradictorios. En la visión de Black sobre el pensamiento crítico (2012), ellos entendieron el significado de la información y usaron argumentos claros y coherentes en la elaboración de su dictamen.

Los otros cinco maestros argumentaron de manera inconsistente, como enseguida se narra. Ellos no consideraron a la gráfica como la representación de los datos de la tabla. Un maestro pensó que la gráfica debería tender a una asíntota horizontal en 20°C y sobre esta base, graduó el eje de las temperaturas. Como consecuencia, la temperatura inicial de enfriamiento no coincidió con la dada en la tabla. Este resultado lo usó para emitir su dictamen (vea la Figura 4). Observe que este maestro, por un lado, ubicó al origen del sistema coordenado cartesiano en el cruce de los ejes de la temperatura y el tiempo (anotó el punto s: (0,80)) y, como consecuencia, aceptó que el espaciamiento entre marcas consecutivas es de 10°C ; y por otro, cambió el valor de la separación de estas mismas marcas al anotar el punto m: (t, 20). En consonancia con el marco de Black (2012), este maestro no detectó la incoherencia en sus argumentos y su decisión no fue bien razonada.

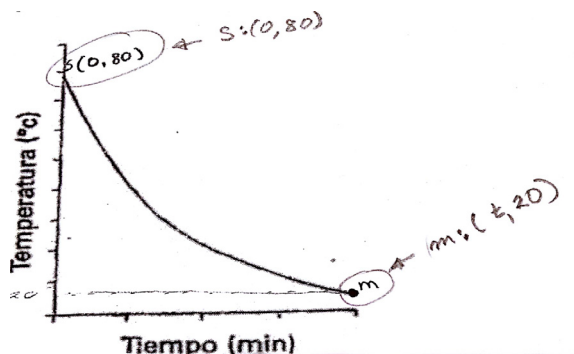


Figura 4. Este maestro no se percató que, dadas las coordenadas cartesianas del punto s, las del punto m, no son las que anotó en su dibujo.

Los cuatro maestros restantes anotaron las temperaturas de la tabla en el eje de las ordenadas y usaron el trazo de la curva de enfriamiento para obtener los tiempos correspondientes. Concluyeron que éstos no coincidían con los de la tabla y eligieron el Dictamen 2 (la gráfica no representa correctamente los datos de la tabla). En la Figura 5 se presenta uno de estos trabajos. Observe que el último punto de la curva de enfriamiento corresponde a un tiempo de 60 minutos y que este tiempo no está reportado en la tabla.

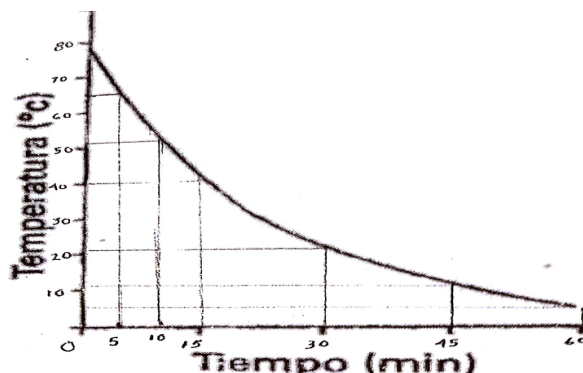


Figura 5. Este maestro usó el segundo dato de la temperatura y usando de la curva de enfriamiento, encontró el intervalo en el eje del tiempo; justificó la elección del Dictamen 2 argumentando que solo los primeros puntos de esta gráfica se correspondían con los datos de la tabla.

Ahora, hay que comentar las anotaciones que realizaron en la tabla los siete maestros encuestados. Cuatro de ellos calcularon la variación de la temperatura en los seis intervalos de tiempo, dados en la tabla. De sus anotaciones pudieron llegar a inferir que, a medida que el tiempo de enfriamiento se incrementa, la temperatura disminuye con más dificultad, y que, por este motivo, se requieren tiempos de observación más grandes que los dados en la tabla para detectar la forma en que la curva de enfriamiento se acerca asintóticamente a la recta $T=20^{\circ}\text{C}$. Estos maestros no se percataron de la relevancia y el significado de la información que generaron y no la usaron para justificar su conclusión. En particular, uno de ellos esperaba que la gráfica "idónea" mostrara este comportamiento asintótico. En su justificación señaló (refiriéndose a la gráfica):

Representa parcialmente el comportamiento de la curva de descenso de temperatura con respecto al tiempo. Pero conforme avanza el tiempo, la temperatura tiende a permanecer constante y en la gráfica no representa el momento en que la variación de temperatura con respecto al tiempo tienda a infinito. Además, que la temperatura ambiente es de 20°C , y en la gráfica representa una disminución mayor a esa temperatura.

Solo uno de estos cuatro maestros proporcionó valores negativos para las seis variaciones de la temperatura en intervalos de cinco minutos. Eso es correcto porque corresponde al hecho que la temperatura de la taza de café va disminuyendo conforme transcurre el tiempo.

■ Reflexiones

Con la actividad descrita en este trabajo fue posible generar en siete maestros (en servicio), una actitud crítica hacia la contextualización del problema que obviamente faltaba en los verdaderos revisores técnicos de la editorial y los evaluadores expertos de la Secretaría de Educación Pública que autorizaron la impresión del libro de texto en cuestión y su uso en las escuelas públicas de México. Concretamente, de manera individual, los maestros detectaron dos errores relevantes en la gráfica "idónea" en relación a los datos de la tabla:

- la temperatura de la taza de café inicia en un valor menor a los 80°C ; y
- la temperatura de la taza llega a ser menor a los 20°C, que es la temperatura del medio ambiente.

De los argumentos presentados por los siete maestros en servicio, se observó que algunos no se dieron cuenta de la incoherencia de sus argumentos, que basaron en consideraciones contradictorias entre sí. No lograron pensar en la gráfica como la visualización de los datos de la tabla. El trazo continuo de la curva de enfriamiento pudo dar la impresión que, en la gráfica "idónea" hay más datos que los que aparecen en la tabla. En consecuencia, llegaron a generar datos erróneos que no están en la tabla.

Siguiendo la propuesta de Fan (2013) en el sentido de analizar los efectos de los libros de texto en la enseñanza de la matemática escolar, hemos mostrado que es posible generar en los maestros en servicio un pensamiento crítico. Tal pensamiento debería estar más presente tanto en los que generan los libros de texto (autores y revisores) de la CONALITEG como en los que los usan en el proceso de enseñanza de las matemáticas (maestro y estudiantes).

■ Nota

La investigación forma parte del proyecto "Aprendizaje activo de la física y de las matemáticas: El diseño y la implementación de actividades y posibles predictores del desempeño estudiantil" financiado por la VIEP de la BUAP en el año 2017.

■ Referencias bibliográficas

- Aktaş, G. S., & Ünlü, M. (2013). Critical thinking skills of teacher candidates of elementary mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 93, 831-835.
- Applebaum, M. (2015). Activating pre-service mathematics teachers' critical thinking. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 3(1), 77-89.
- Black, B. (2012). An overview of a programme of research to support the assessment of Critical Thinking. *Thinking Skills and Creativity*, 7(2), 122-133.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 765-777.

- Jiménez, B. A. (2017). *La autenticidad de los problemas de matemáticas en la prueba ENLACE y PLANEA: El caso de los problemas relacionados con los contextos de física* (Tesis de maestría no publicada). Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.
- Niu, L., Behar-Horenstein, L. S. & Garvan, C. W. (2013). Do instructional interventions influence college students' critical thinking skills? A meta-analysis. *Educational Research Review*, 9, 114-128.
- Ozen, M., & Cakiroglu, E. (2015). *Making sense of statistical and probabilistic information in the media texts: Pre-service teachers' critical thinking processes*. In Krainer, K. & Vondrová, N. (Ed.), CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 727-733). Prague: Charles University & CERME.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In B. Greer, L. Verschaffel, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Word and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19), Rotterdam: Sense Publishers.
- Quiroz Rivera, S. & Rodríguez Gallegos, R. (2015). Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria. *Educación matemática*, 27, 45-79.
- Slisko, J., Corona Cruz, A., Ruiz-Estrada, H., & Pastrana-Sánchez, R. (2016). Problems with Physics-Related Contexts in Mathematics Textbooks for Mexican Secondary School: Some Alarming Examples of Artificial Problem Contextualizations. In T. Greczyło y E. Dębowska (Eds.), *Key Competences in Physics Teaching and Learning*. Proceedings of the International Conference GIREP EPEC 2015 (pp. 225-233). Wrocław: Institute of Experimental Physics, University of Wrocław.
- Trilling, B., & Fadel, C. (2009). *21st century skills: Learning for life in our times*. New York: John Wiley & Sons.
- Villaseñor, R., García, V., Montes, D. (2011). *Matemáticas en contexto 3*, segunda edición. Naucalpan de Juárez, Estado de México, México: Editorial Esfinge.
- Zamora Corona, Y. *El uso de la balanza para el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado: el caso de los libros de texto autorizados* (Tesis de maestría no publicada). Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.