

UN MOOC DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS

Rubén-Darío Santiago-Acosta, Ma de Lourdes Quezada-Batalla, Carlos Prado-Pérez
Tecnológico de Monterrey (México)
ruben.dario@itesm.mx, lquezada@itesm.mx, cprado@itesm.mx

Resumen

Los estudiantes que ingresan a carreras profesionales en el ITESM muestran algunas deficiencias en sus habilidades matemáticas. Sólo unos cuantos ingresan directamente a cursos de cálculo y otros requieren tomar cursos de matemáticas básicas. Un nuevo examen diagnóstico permite determinar sus carencias. Para apoyar el desarrollo de sus competencias matemáticas se elaboró un curso masivo en línea (MOOC) de Introducción a las Matemáticas. El curso contiene temas de Álgebra I, Álgebra II, Trigonometría, Geometría Analítica y Funciones. Cada tema se organiza en pequeñas secciones que contienen: teoría, ejemplos, ejercicios interactivos y prácticas de exploración computacional de conceptos. Para la evaluación se construyó un sistema semi-adaptativo basado en preguntas conceptuales, ejercicios y problemas. En el trabajo se presentan resultados del examen de ubicación, la metodología seguida en la elaboración del curso y los resultados obtenidos en el aprendizaje de estudiantes.

Palabras clave: openEdX, aprendizaje adaptativo, retos

Abstract

The students who start professional studies at the Technological Institute of Mathematics Higher Education (ITESM) show some deficiencies in their mathematical skills. Only a few can enter directly the calculus-based courses, others need to take courses on basic mathematics first. A new placement test allows us to diagnose the students' deficiencies. To support the development of their mathematical skills, a mass online course (MOOC) on basic Mathematics was designed. The course involves topics of Algebra I, Algebra II, Trigonometry, Analytic Geometry and Functions. Each topic is organized in small sections that contain: theory, examples, interactive exercises, and computer- practices where the students explore basic concepts. The evaluation of this course consists of a semi-adaptive system which is based on conceptual questions, exercises and problems. The results obtained by the students in the placement test, the methodology applied on the elaboration of the course, and the results on the students' learning skills are shown in this research work .

Key words: openEdX, adaptive learning, challenges

■ Introducción

Estudios recientes muestran que, en general, los estudiantes que ingresan a las carreras profesionales en los campus del Tecnológico de Monterrey, ubicados en la zona centro de México, tienen deficiencias en el uso de las herramientas algebraicas. Al analizar el examen de ubicación de matemáticas se encuentra

que poco más de la mitad de los sustentantes lo acreditan, y sólo tres cuartas partes tiene éxito al cursar “Introducción a las matemáticas” (Santiago, 2014). Se ha observado también que muchos estudiantes que no acreditan el examen de ubicación tienen deficiencias sólo en uno o dos temas y no existe ningún mecanismo que les permita subsanarlas y acreditar sus competencias matemáticas básicas rápidamente. Existen esfuerzos en la institución para apoyar el aprendizaje de los estudiantes. El proyecto “Matemáticas y Movimiento” pretende desarrollar el pensamiento matemático mediante una línea conductora basada en el movimiento de objetos (Salinas, Quintero y Rodríguez, 2015).

En un segundo proyecto sobre “Tutoriales Inteligentes”, Santiago, Quezada y Delgado (2012) y Santiago y Quezada (2013: 2014) reportan mejoras en las competencias algebraicas cuando se usan tutoriales y entrenadores computacionales en estudiantes de matemáticas. Sin embargo, estos proyectos sólo consideran a los estudiantes de ingeniería y no toman en cuenta a los alumnos de otras áreas.

Este trabajo surge con la intención de reducir las deficiencias algorítmicas y conceptuales en alumnos de nuevo ingreso de todas las carreras. Se propone utilizar un curso masivo en línea que sea flexible, auto-contenido y con un sistema de prácticas y exploraciones computacionales semi-adaptativas que permitan mejorar las competencias matemáticas de los alumnos de recién ingreso a carreras profesionales.

■ Marco teórico

La competencia matemática se define, de acuerdo con el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), como “la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos buscando usar conceptos, procedimientos y datos para describir, explicar y predecir fenómenos” (OCDE, 2013). En reportes recientes de PISA se muestra que la mayoría de los estudiantes mexicanos de 15 años no obtienen resultados satisfactorios en la competencia matemática. Esta situación es nacional e influye en los alumnos que recibe el ITESM en carreras profesionales. Estudios hechos por Santiago (2014) muestran que el estudiante promedio que ingresa al ITESM-CEM sólo obtiene 61 de 100 puntos posibles en el examen de ubicación de matemáticas. Análisis históricos muestran que sólo un 70% de los alumnos acreditan el curso de “Introducción a las matemáticas” y con dificultades pueden acreditar cursos superiores. Por otra parte, Stillson y Alsup (2003) han propuesto el uso del sistema adaptativo Aleks (Assessment and Learning in Knowledge Spaces) para: (1) analizar las deficiencias en procesos algebraicos básicos y (2) apoyar el aprendizaje de estudiantes que ingresan a la educación universitaria. La base de este tipo de sistemas es la capacidad de las computadoras y paquetes computacionales para analizar en tiempo real gran cantidad de información proveniente de las acciones de los estudiantes. A partir de esos datos, se intenta responder ¿qué es mejor enseñar ahora para maximizar la probabilidad de mejorar el rendimiento escolar?

Dubinsky (1991) ha propuesto la teoría APOE (acciones, procesos, objetos, esquemas) para entender cómo se aprende matemáticas y fortalecer el proceso de enseñanza. En esta teoría, un esquema de un tema matemático determinado es el conjunto de acciones, procesos, objetos y, posiblemente esquemas de otra índole, unidos por relaciones diversas que el alumno utiliza como referente para resolver problemas ligados al tema matemático en cuestión (Dubinsky y McDonald, 2002). Si el esquema es coherente el alumno podrá reconocer sus alcances y limitaciones en la solución de problemas (Salgado y Trigueros, 2014).

En la práctica, la teoría APOE se usa mediante ciclos de aprendizaje ACE formados por actividades, discusiones en clase y ejercicios. Por ejemplo, Vizcaíno (2004) utilizó el ciclo en un curso de cálculo, y sugiere: organizar a los alumnos en equipos de trabajo y desarrollar buena parte de las actividades en un laboratorio de cómputo. En este lugar, los estudiantes deben realizar tareas diseñadas para desarrollar construcciones mentales adecuadas al tema matemático a explorar. Posteriormente, en la clase se orienta a los alumnos para discutir y reflexionar sobre el trabajo realizado en el laboratorio. Finalmente, el ciclo se culmina mediante una actividad de solución de ejercicios individual que se realiza fuera del aula.

La técnica didáctica de aprendizaje basado en problemas (ABP) es una metodología donde se proponen problemas y/o escenarios reales. Se pretende que los estudiantes encuentren soluciones viables trabajando colaborativamente. En este ambiente los alumnos aprenden contenidos matemáticos, desarrollan habilidades sociales de comunicación, establecen estrategias, toman decisiones y encuentran sentido a lo que aprenden (ITESM, 1999). Una buena estrategia de enseñanza es considerar ciclos de aprendizaje con actividades, discusiones en clase y ejercicios, culminadas con la resolución de problemas reales.

Por otra parte, los cursos masivos abiertos en línea (MOOC) son una alternativa para apoyar el aprendizaje de contenidos matemáticos. La propuesta de este trabajo es usar un MOOC de “Introducción a las Matemáticas” que considere herramientas tecnológicas de vanguardia y utilice ciclos de aprendizaje, teniendo como soporte la Teoría APOE y los ciclos ACE.

■ Diseño del curso

El trabajo se estructuró en dos fases. En la primera se elaboró un examen diagnóstico de matemáticas básicas, diferente al utilizado por la institución, que permite detectar las áreas de mejora de los alumnos por cada uno de los temas del curso. El examen se validó estadísticamente mediante su aplicación a diferentes grupos de estudiantes. Posteriormente, se construyó un libro electrónico con diferentes materiales didácticos y se organizó un curso en la plataforma Open-EdX. Se seleccionó esta plataforma porque permite interactividad en todo momento y lugar con cualquier dispositivo móvil. El curso se estructuró en cinco módulos. En los dos primeros “Álgebra I y II” se revisan las herramientas algebraicas más usuales: factorización, solución de ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones entre otros temas. En el tercer módulo “Geometría Analítica” se analizan las curvas cónicas y sus propiedades. En el cuarto “Trigonometría” se presentan y exploran las propiedades de los triángulos. En el último se discuten los conceptos básicos de funciones. Por otra parte, cada módulo está estructurado en la forma usual de un MOOC y contiene: presentación de entrada, material electrónico de apoyo, teoría básica, práctica de exploración, ejemplos, ejercicios interactivos, problema y evaluación, ver figura 1.

2.3 Método de completar el cuadrado perfecto

Para resolver una ecuación cuadrática podemos utilizar el método de completar cuadrados. Este método se basa en utilizar el producto notable $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$. En efecto, el proceso empieza por considerar la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, después se manipula como se describe a continuación

$ax^2 + bx = -c$	reescribiendo
$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$	dividiendo entre a
$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$	completando el cuadrado
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	identificando y simplificando
$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$	despejando x

Para precisar ideas, supón que queremos determinar las raíces de $x^2 + 4x + 3 = 0$. Tenemos entonces

$x^2 + 4x = -3$	reescribiendo
$x^2 + 4x + 4 = -3 + 4 = 1$	completando el cuadrado
$(x + 2)^2 = 1$	identificando el cuadrado
$x + 2 = \pm 1$	tomando la raíz
$x_{1,2} = -2 \pm 1$	despejando x

Las raíces son entonces $x = -1, -3$.

Pregunta:

¿Qué término hay que sumar en $x^2 + 10$ para tener un cuadrado perfecto?

Figura 1. Material electrónico de apoyo del curso

En el apartado de teoría se consideran los conceptos más importantes, los algoritmos necesarios y los resultados relevantes, este apartado se enlaza con un video complementario, donde se explican los conceptos fundamentales. En las prácticas de exploración se utilizan los paquetes Mathematica, Desmos y Geogebra para analizar conceptos del tema y practicar ejercicio. En la figura 2 se muestra una práctica de exploración sobre la hipérbola en Desmos.

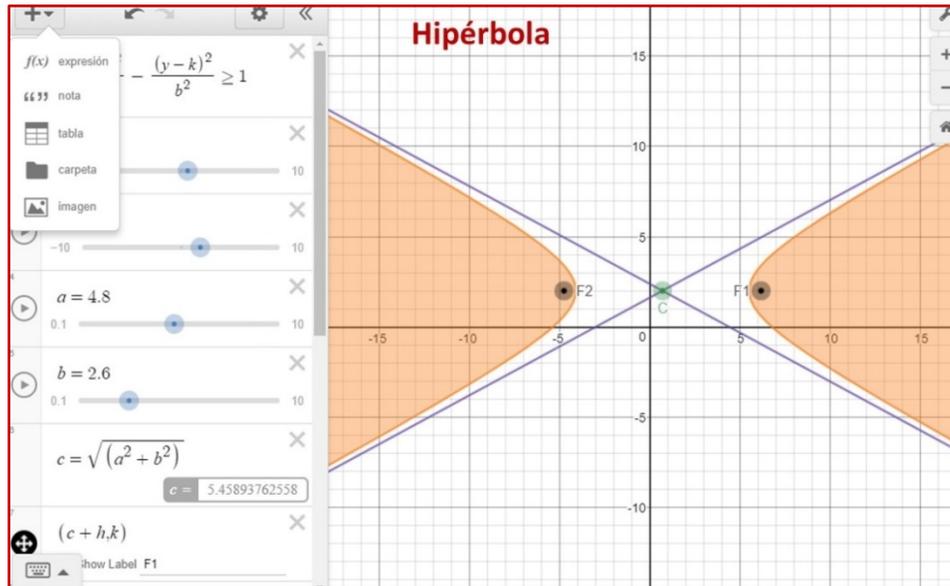


Figura 2. Actividad de exploración con el paquete Desmos.

En la sección de ejemplos y ejercicios se explican ejemplos típicos y los estudiantes resuelven ejercicios mediante el entrenador del tema, que retroalimenta inmediatamente. Este sistema se construyó mediante programas escritos en Lenguaje Phytón y se usó el lenguaje LaTeX y la librería MathJax para uniformizar la simbología matemática. En la figura 3 se muestra un ejemplo y el código de su implementación En el apartado de problemas se presentan situaciones complejas a los estudiantes. Finalmente, cada alumno es evaluado mediante ejercicios y problemas seleccionados aleatoriamente.

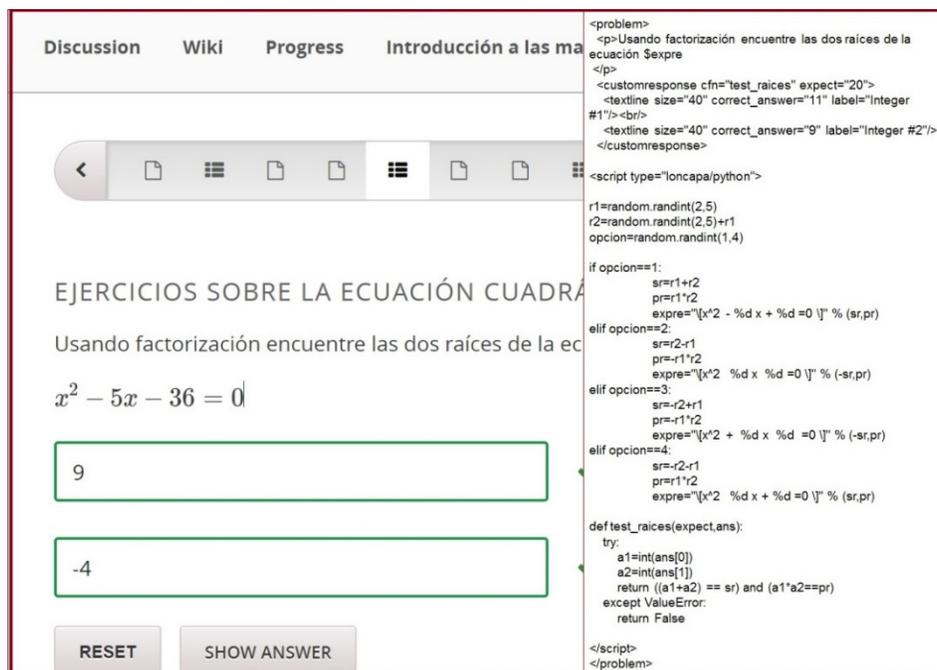


Figura 3. Entrenador de ejercicios

■ Investigación

El examen diagnóstico se aplicó a 343 estudiantes para validarlo estadísticamente. A ellos se les clasificó como alumnos sobresalientes, regulares y deficientes, dependiendo de su resultado. Posteriormente se aplicó, tanto el examen oficial de 25 preguntas como el de diagnóstico de 50 preguntas, a 212 alumnos de nuevo ingreso del ciclo agosto-diciembre de 2016. Finalmente, se compararon los resultados obtenidos en ambos exámenes. Por otra parte, el curso se terminó de construir en el semestre agosto-diciembre de 2017 y se han puesto en escena los módulos de Álgebra II y Geometría Analítica. Aquí se seleccionó a un grupo de 27 alumnos del curso de Introducción a las Matemáticas. Ellos resolvieron actividades y ejercicios propuestos y fueron evaluados en la plataforma. Estos alumnos contestaron una encuesta de percepción del material propuesto. Se espera hacer una más amplia investigación en el futuro.

■ Resultados

El examen diagnóstico consta de 50 preguntas agrupadas en módulos: 14 para álgebra básica (Alg1), 16 para álgebra II (Alg2), 7 para trigonometría (Trig), 6 para geometría analítica (GeoA) y 7 para conceptos de funciones (Func). Al aplicar este examen se obtuvieron los resultados que se muestran en la figura (4), allí se comparan con el global del examen oficial (E-O). Aun cuando los resultados globales son significativamente similares, el examen diagnóstico muestra conocimientos no detectados por el examen oficial. Un resultado interesante es que los alumnos considerados como sobresalientes resuelven satisfactoriamente las preguntas sobre “ecuación de segundo grado” y “sistemas de ecuaciones de 2×2 y 3×3 ” y los alumnos deficientes no las contestan.

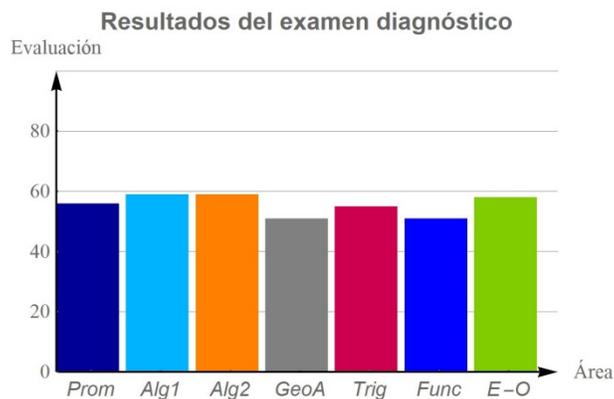


Figura 4. Resultados del examen diagnóstico.

Por otra parte, los resultados en la aplicación del módulo de geometría analítica con alumnos de “Introducción a las Matemáticas” muestran que los alumnos que se apoyan con el material en línea (M) obtienen notas ligeramente superiores a los que no lo llevan (C), ver figura (5). Este resultado no debe ser considerado definitivo y deberá analizarse a la luz de nueva información.

Los resultados de percepción del uso del material indican que los alumnos consideran que el trabajo de profesor (Prof), la organización (Org) y los objetivos (Obj) del curso fueron adecuados. Sin embargo,

sugieren dedicar más tiempo (Tiem) También y mejorar la comunicación (Com) entre el profesor y ellos. También consideran que es posible mejorar los apoyos y el entrenador interactivo (Apo), ver figura (6).

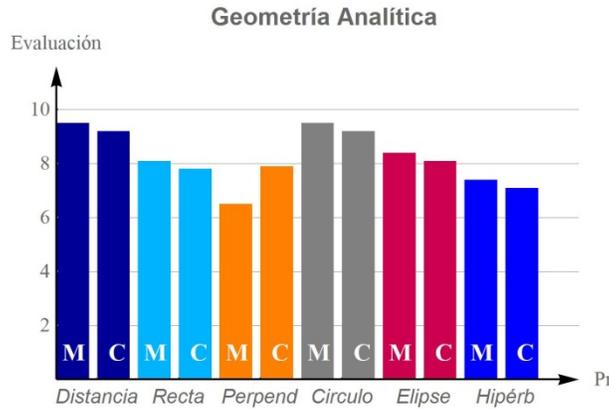


Figura 5. Resultados al aplicar el módulo de Geometría analítica.

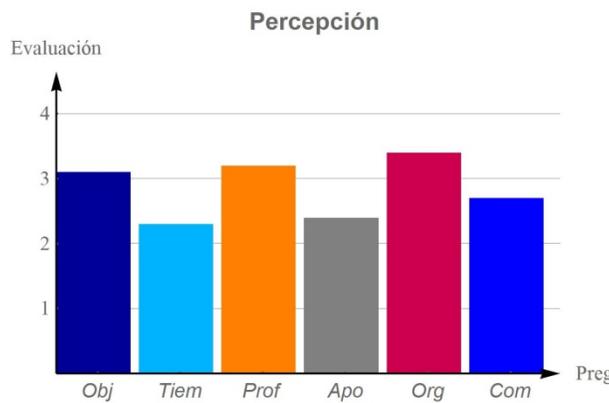


Figura 6. Resultados de la encuesta de percepción.

■ Discusión

En el examen diagnóstico se observa que menos del 50% de los alumnos cuenta con competencias básicas de álgebra, situación que coincide con los resultados históricos obtenidos por alumnos de nuevo ingreso al CEM y con los resultados reportados por PISA para el país. Por otra parte, existen semejanzas y diferencias con los estudios hechos por Stillson & Alsup (2003). Ellos utilizaron el sistema adaptativo Aleks y reportan que 42.6% de sus alumnos no aprueban el examen diagnóstico de álgebra básica y que mejoran hasta un 89% después de tomar el curso. Sus preguntas fueron abiertas y aleatorias. Los resultados de este trabajo son similares, pero difieren en el tipo de preguntas utilizadas. En general, los resultados de este estudio están acordes con las investigaciones realizadas en otros ámbitos hasta ahora. En cuanto a los resultados parciales del curso de “Introducción a las Matemáticas”, se observa mejora en la presentación de los temas, hecho atribuible a que se siguieron las recomendaciones de Zapata (2015) para la construcción de un curso en línea o MOOC. Además, se percibe que los alumnos participan activamente

en los ejercicios interactivos propuestos lo que produce una comprensión ligeramente superior de sus procesos algorítmicos. Este resultado deberá estudiarse a fondo cuando el curso se aplique completamente.

■ Conclusiones

Las tendencias educativas en el aprendizaje adaptativo deben ser consideradas en la implementación de proyectos educativos. El reconocer que los estudiantes son diferentes y que cada uno de ellos requiere un plan acorde a sus necesidades abre nuevas perspectivas de investigación educativa. En este trabajo, notamos que un nuevo examen diagnóstico de matemáticas básicas permite conocer con mayor amplitud y profundidad las fortalezas y las deficiencias matemáticas de los estudiantes que ingresan a carreras profesionales en el Tecnológico de Monterrey. Este examen da información sobre los conocimientos y habilidades en Álgebra, Geometría Analítica, Trigonometría y Funciones.

Por otra parte, existen nuevas tecnologías educativas que producen mejoras sustantivas en los estudiantes. Un ejemplo es el MOOC de Introducción a las Matemáticas, cuyos primeros resultados indican que los alumnos participan mucho más que en cursos convencionales, y sus resultados son estadísticamente equiparables.

■ Referencias bibliográficas

- Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. En D. Tall (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*, 95-123, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. (2002). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In *The teaching and learning of mathematics at university level*, 275-282, Springer, Netherlands.
- ITESM (1999). *El ABP como técnica didáctica*. México: ITESM.
- OCDE (2013). Reporte PISA 2012. Recuperado el 14 de febrero de 2017 de <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf>
- Salgado, H., & Trigueros, M. (2014). Una experiencia de enseñanza de los valores, vectores y espacios propios basada en la teoría APOE. *Educación Matemática*, 26(3), 75.
- Salinas, P., Quintero, E. & Rodríguez, J. (2015). Curso híbrido y de aula invertida apoyado en MOOC: experiencia de autoevaluación. *Apertura*, 7(1), 50-63.
- Santiago, R. (2014). Reporte a escuelas proveedoras de nivel A. Reporte interno: ITESM.
- Santiago, R., Delgado, D. & Quezada, M. (2012) Sistema de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas basado en Web. *Compendio de innovación educativa 2012*. Proyectos apoyados por el Fondo NOVUS.
- Santiago, R. & Quezada, L. (2013) GenTutor: un sistema generador de entrenadores adaptativo. Documento interno no publicado, ITESM, México.
- Santiago, R. & Quezada, L. (2014). Laboratorio de Matemáticas. Recuperado el 14 de febrero de 2017 de <http://laboratoriomatematicas.weebly.com>.

Stillson, H., & Alsup, J. (2003). Smart ALEKS... or not? Teaching Basic Algebra using an online interactive learning system. *Mathematics and Computer Education*, 37(3), 329.

Vizcaino, O. (2004). Evaluación del aprendizaje del cálculo desde una perspectiva constructivista. México: IPN.

Zapata, M. (2015). El diseño instruccional de los MOOC y el de los nuevos cursos abiertos personalizados. *Revista de Educación a Distancia*, (45).