

PROMOCIÓN DIRECTA VERSUS EXAMEN FINAL. ERRORES RECURRENTE ALGEBRAICOS EN ALUMNOS DE CÁLCULO II

Andrea Seoane, Liliana Milevicich

Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional General Pacheco. (Argentina)

Seoane_andrea@yahoo.com.ar, liliana_milevicich@yahoo.com.ar

Resumen

Los alumnos de la carrera de Ingeniería que cursan la materia Cálculo II en segundo año, presentan dificultades en adquirir nuevos conceptos, relacionados con aquellos que han estudiado en Álgebra y Geometría Analítica (AyGA), materia de primer año.

Se analiza este problema en el marco de la Teoría del Cambio Conceptual, desde la hipótesis de que la significatividad de los aprendizajes logrados por los alumnos en AyGA, están asociados al tipo de evaluación con que promocionaron la materia.

Luego de la primera etapa exploratoria, se especifican y analizan los errores algebraicos, que cometen los alumnos en Cálculo II, en función de los conocimientos anteriores asociados a los estudiados en AyGA y al tipo de evaluación con que estos alumnos aprobaron la materia en primer año.

Palabras claves: evaluación, aprobación por promoción, errores algebraicos

Abstract

Engineering students that study the subject Calculus II in second year, show difficulties in acquiring new concepts, related to those who have studied in Algebra and Analytical Geometry (AyGA), subject of first year.

This problem is analyzed in the framework of Conceptual Change Theory, from the hypothesis that the significance of the learning achieved by the students in AyGA, are associated with the type of evaluation with which they promoted the subject.

After the first exploratory phase, the students' algebraic errors were calculated and analyzed in Calculus II, based on the previous knowledge associated to those studied in AyGA and the type of evaluation with which these students approved the subject in the first year.

Key Words: assessment, promotion approval, algebraic mistakes

■ Introducción

Los conocimientos previos que poseen los alumnos como así también las ideas intuitivas que pudieran tener influyen en los nuevos aprendizajes. Schnotz, Vosniadou y Carretero (2006), explican que los llamados preconceptos, concepciones erróneas o concepciones alternativas, que poseen los alumnos,

producto de su conocimiento ingenuo o de aprendizajes previos, pueden interferir en el aprendizaje de los nuevos.

Este problema se detectó en alumnos de segundo año de Ingeniería. Las dificultades en la adquisición de nuevos conceptos en Cálculo Multivariable, parecían estar asociados a conceptos que no conocían o no podían relacionar, vinculados a la materia AyGA, de primer año.

■ Indagación bibliográfica

Los conocimientos previos están organizados en nuestra mente en forma de estructuras cognitivas. Estas se definen como “un conjunto de conocimientos ya adquiridos que se encuentran interrelacionados entre sí, son los que permiten o no, dar sentido a cualquier nuevo conocimiento” (Fairstein y Gissels, 2004, p. 38).

Acá se destacan aspectos importantes ya que las estructuras cognitivas son productos de la historia de los aprendizajes de cada persona. Es decir, las estructuras que posee una persona en un momento determinado dependen de los conocimientos que ha adquirido en el pasado. Las estructuras cognitivas pueden actuar como facilitadores u obstaculizadores en el aprendizaje, un conocimiento cualquiera se incorpora si y solo si puede incluirse en alguna estructura cognitiva que le dé sentido y significado. Si no hay una estructura previa para incorporarlo, el nuevo conocimiento puede ser deformado y hasta rechazado por la mente.

Charnay (1994), afirma que las producciones de los alumnos nos dan información acerca de su “estado de saber”. Si en sus producciones se encuentran errores, y éstos persisten en el tiempo, nos habla de la manera de conocer del alumno y no de la ausencia de saber.

Diferentes autores han estudiado cómo los conocimientos previos erróneos pueden obstaculizar la adquisición de los nuevos. Según Bachelard (1988) algunos conocimientos previos pueden constituirse en obstáculos epistemológicos cuando se pretenden adquirir nuevos conocimientos.

La Teoría del cambio conceptual explica que los preconceptos y conocimientos previos erróneos pueden obstaculizar la adquisición o aprendizaje de los nuevos. En ciertas ocasiones la nueva información no puede ser agregada a la ya existente y entra en conflicto con la preexistente (Schnotz, Vosniadou y Carretero, 2006).

El problema expuesto se comenzó a analizar en el marco de esta Teoría, la cual pretende explicar cómo influyen los conocimientos previos que poseen los alumnos en los procesos de adquisición de los nuevos; esto es: en ocasiones la nueva información resulta incompatible con la preexistente, produciéndose un conflicto cognitivo cuya resolución adecuada da origen a una reorganización de los conocimientos en la mente del alumno; por el contrario, la coexistencia de esquemas mentales incompatibles explicaría los errores que cometen los estudiantes (Del Puerto y Seminara, 2010).

■ Método

De nuestra práctica cotidiana, en el trabajo de aula, en las producciones escritas (evaluaciones, trabajos prácticos), en el aula virtual de la materia y de las preguntas orales, se observó que, los alumnos cometían

errores algebraicos y/o tenían dificultades para recordar definiciones, fórmulas o establecer relaciones sencillas. Se observó que esto dificultaba la correcta apropiación de los contenidos en Cálculo II. Por lo que en una primera instancia, se inferió que aquellos que aprobaron AyGA con exámenes pre-parciales, eran los que tenían mayores dificultades. El problema expuesto dio origen a una investigación de tipo interpretativa, que se desarrolló durante el transcurso del ciclo lectivo 2016 en la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional General Pacheco.

■ Hipótesis de investigación

Los alumnos que promocionan AyGA con examen pre-parcial tienen dificultades en la aplicación de conceptos algebraicos básicos necesarios para adquirir nuevos conceptos de Cálculo II.

■ Objetivo

1. Categorizar los errores conceptuales que cometen los alumnos en Cálculo II, en función de los conocimientos anteriores asociados a conceptos estudiados en AyGA y al tipo de evaluación con que estos alumnos aprobaron la primer materia.
2. Comparar las producciones de los alumnos en Cálculo II en relación con la forma en que aprobaron AyGA

Desarrollo: En AyGA, los alumnos tienen las siguientes opciones para aprobar la materia:

- Por medio de “*promoción directa*”:
- Aprobar durante el transcurso de la cursada por medio de la resolución de cuatro exámenes pre-parciales.
- Por medio de un “*examen final*”, donde se rinde la materia en forma completa en una sola evaluación.

A partir de una primera exploración sobre el problema, se identificó al grupo de alumnos que cometía con mayor frecuencia errores algebraicos y/o tenía mayores dificultades en comprender los nuevos conceptos. Este grupo estaba compuesto por alumnos que habían promocionado AyGA mediante el sistema de exámenes denominado “pre-parcial”

Para identificarlos con mayor precisión y poder analizar sus producciones, se confeccionó una encuesta donde se les pidió que se identificaran con nombre y apellido y se les preguntó de qué forma habían aprobado AyGA.

A partir de la misma se pudo diferenciar: El Grupo 1 (G1): alumnos que aprobaron AyGA con exámenes pre-parcial, y el Grupo 2 (G2): alumnos que aprobaron AyGA con examen final. Además se utilizaron los siguientes instrumentos de recolección de datos: primer examen parcial de Cálculo II, contenidos y competencias que involucran a ambas materias.

■ Análisis de los Instrumentos

De las producciones de los estudiantes en la asignatura Cálculo II, se detectaron diferentes errores:

- Para el cálculo del vector Binormal, el contenido algebraico asociado a este concepto es el producto vectorial entre vectores. Se encontró que varios alumnos seleccionaron mal el signo de los cofactores. Se observó la falta de relación entre el signo del cofactor con el determinante de la matriz menor.
- En el cálculo del plano normal o plano tangente a una superficie, el conocimiento previo necesario es la condición de perpendicularidad entre vectores y la ecuación general del plano. Se detectó que el error cometido fue no plantear la ecuación correspondiente al producto escalar entre vectores igualada a cero. Aquí los alumnos no relacionaron que la ecuación general del plano es el resultado del producto punto entre dos vectores, uno general $(X - A)$ incluido en el plano y un segundo vector normal al mismo.
- Para el cálculo de la derivada direccional, el alumno necesita estar familiarizado con el concepto del producto punto/escalar entre vectores. Se encontró en las producciones que los alumnos escribían un vector en vez de un escalar. Aquí se observa que se confunde el resultado del producto *vectorial* con el producto *escalar* (es decir un número real).
- En la búsqueda de un plano paralelo a otro tangente a una superficie, se requiere el conocimiento previo de las posiciones relativas entre planos, (vectores normales paralelos entre sí). Los alumnos planteaban la igualdad entre sus componentes homólogas y no su proporcionalidad.
- Sobre las propiedades del vector gradiente, y de su relación con el cálculo de la derivada direccional máxima, el contenido previo asociado es la interpretación geométrica del producto escalar entre vectores. Es necesario que el alumno analice el paralelismo, dirección y sentido entre el vector gradiente y el vector tangente a la curva en el punto, relacionando esto con el ángulo comprendido, y cómo se modifica el valor del Coseno del ángulo, según las posiciones de los vectores antes mencionados. Se observó que al plantearles la pregunta: ¿coincide la derivada direccional máxima con la derivada direccional?, respondían utilizando la definición estudiada en clase sin justificar la afirmación a partir de los contenidos matemáticos pertinentes.

$\textcircled{3} g(r, \theta) = e^{-r} \sin \theta$, $\vec{v} = 3i - 2j$; $P = (1, \pi/3)$
 $\vec{D}_{\vec{v}} g(r, \theta) = \vec{\nabla} g(r, \theta) \cdot \vec{v}$
 $\vec{D}_{\vec{v}} g(r, \theta) = \langle -e^{-r} \sin \theta, e^{-r} \cos \theta \rangle \cdot \langle 3, -2 \rangle$
 $\vec{D}_{\vec{v}} g(r, \theta) = \langle -3e^{-1} \sin \pi/3, -2e^{-1} \cos \pi/3 \rangle$
 $\vec{D}_{\vec{v}} g(r, \theta) = \left\{ -\frac{3\sqrt{3}}{2e}, -\frac{1}{e} \right\}$
 $\textcircled{6}$ No, la derivada direccional máxima ^{máxima} _{ve} a estar en $\theta = \pi/2$.

Figura 1. Se exhibe la respuesta de un alumno, donde en el punto b responde a la pregunta anteriormente expuesta.

Luego de analizar los errores cometidos por los alumnos, se realizó la categorización y clasificación de los mismos. También se diferenciaron dos grupos, G1: alumnos que aprobaron AyGA con examen pre-parcial y G2: alumnos que aprobaron AyGA con examen final, y se establecieron los porcentajes de errores cometidos en cada categoría, según la cantidad de alumnos en cada grupo.

En la tabla 1 se exhiben los porcentajes que reflejan los errores cometidos por los alumnos.

Tabla1: Análisis de errores por grupos

Grupos		G1	G2
Plano Normal y Plano Osculador	Condición paralelismo entre vectores	16%	9%
	Confunde punto por vector	8%	9%
	Análisis geométrico vector normal al plano	58%	36%
	Ecuación general del plano	41%	9%
	Confunden escalar nulo por Vector nulo	8%	0%
	Producto vectorial entre vectores	16%	0%
	Condición de perpendicularidad entre vectores	16%	9%
Derivada direccional	Confunde punto por vector	21%	6,25%
	Normalización de un vector	5%	25%
	Interpretación geométrica del producto escalar	37%	12,5%
Plano Tangente	Condición de paralelismo entre planos	25%	0%
	Cálculo del vector Normal al plano	50%	0%
	Cálculo de la recta Normal al plano	50%	0%
Longitud de curva	Reparametrización de curva	42%	20%

Para una mayor comprensión del Gráfico 1, se tabularon las categorías con letras:

A	Condición de paralelismo entre vectores
B	Confunde punto por vector
C	Análisis geométrico vector normal al plano
D	Ecuación general del plano
E	Confunden escalar nulo por Vector nulo
F	Producto vectorial entre vectores
G	Condición de perpendicularidad entre vectores
H	Confunde punto por vector
I	Normalización de un vector
J	Interpretación geométrica del producto escalar
K	Condición de paralelismo entre planos
L	Cálculo del vector Normal al plano
LL	Cálculo de la recta Normal al plano
M	Reparametrización de curva

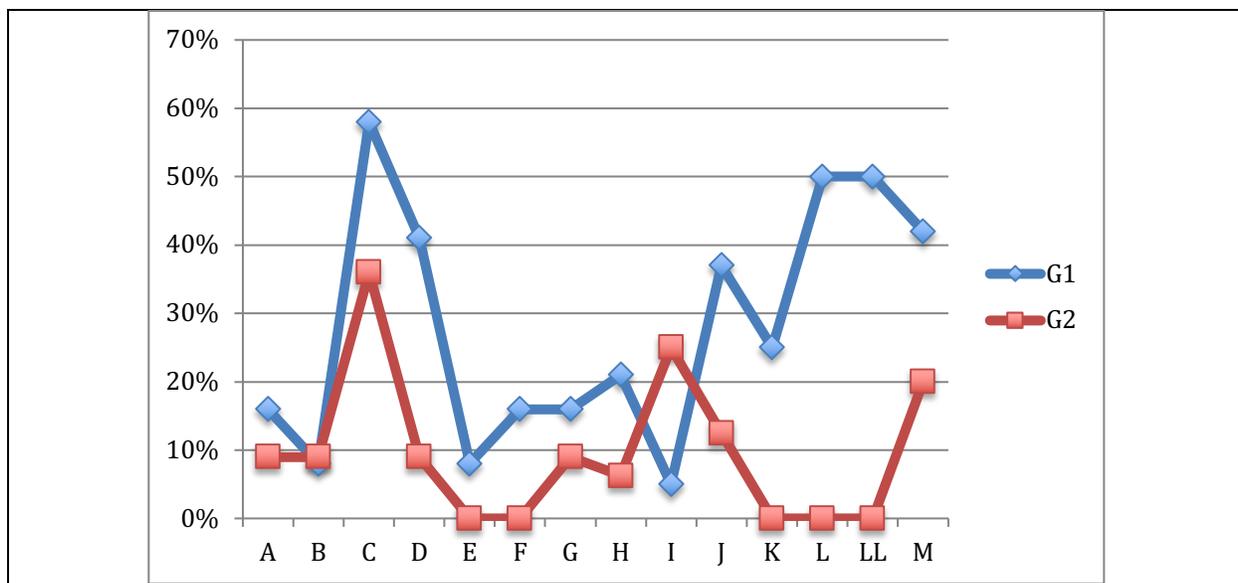


Gráfico 1 : Comparación entre los grupos G1 y G2

■ Resultados

Con los datos obtenidos en la *Tabla 1* se confeccionó el *Gráfico 1*, donde se puede observar claramente que la poligonal correspondiente al grupo G2, (de color rojo) está por debajo de la del grupo G1, es decir cometió menor cantidad de errores el grupo G2 (de color rojo).

En todas las categorías donde los alumnos brindaron respuesta, el grupo G2, que aprobó AyGA con examen final, (indicado en color rojo) tuvo un mejor rendimiento académico. La única excepción

observada, corresponde al proceso de normalizar un vector. Allí el rendimiento de G1, alumnos que aprobaron con exámenes pre-parciales, fue superior.

El grupo G2, correspondiente a los alumnos que aprobaron AyGA mediante examen final, cometió errores con un promedio de porcentajes inferiores al 10 %, en la mayoría de las categorías analizadas exceptuando tres, con un 24,5%. Por otro lado, G1 cometió errores con un promedio de porcentajes inferiores al 30%.

Donde se encontraron las mayores diferencias entre ambos grupos fue en aquellas categorías que resultan fundamentales para el aprendizaje de los conceptos de Cálculo II. Por ejemplo, en la categoría D, Cálculo de la Ecuación General de un plano, los alumnos que promovieron con examen pre-parcial obtuvieron 41% en porcentaje de error, en relación con el grupo que rindió examen final, que obtuvo un 9%. En la categoría J, Interpretación geométrica del producto escalar, G1 tuvo un 37% de error mientras que G2, tuvo 12,5%. También aquí las diferencia entre ambos grupos es notable.

En las categorías L, Cálculo de un vector normal a un plano, y LL, Cálculo de una recta Normal a un plano; el grupo G2 no cometió errores, mientras que G1, cometió el 50% de errores.

Se observa, además, que G2, no cometió errores en cinco de las catorce categorías. En particular las categorías Cálculo del vector Normal a un plano y Producto Vectorial entre vectores, las cuales son muy importantes para la comprensión de conceptos en Cálculo. Sin embargo G1, cometió errores en las catorce categorías.

■ Conclusiones

De los instrumentos analizados, y de las tablas confeccionadas, se obtienen conclusiones provisorias y acotadas a las experiencias realizadas. En la mayoría de las categorías hubo un menor porcentaje de errores en las producciones de los alumnos que aprobaron AyGA con examen final, en comparación con aquellos alumnos que promocionaron AyGA con el método de pre-parciales. La principal conclusión provisoria referida a los estudios realizados en el año 2016, es que los alumnos que aprueban por examen final han logrado competencias que les permiten aplicar lo aprendido en un nuevo contexto, en una nueva materia, en otro momento de su carrera.

En relación con la hipótesis de investigación, podemos afirmar que durante el ciclo 2016, los alumnos que aprobaron AyGA con examen pre-parcial tuvieron dificultades en la aplicación de conceptos algebraicos básicos necesarios para adquirir nuevos conceptos de Cálculo II.

Se pretende, en el ciclo académico 2017, continuar el trabajo de investigación, reforzar o rechazar las conclusiones provisorias. Los instrumentos que se utilizarán serán, nuevamente, las producciones escritas de los alumnos (evaluaciones, trabajos prácticos), preguntas y producciones planteadas en el aula virtual de la materia y preguntas orales.

Esto permitirá, si las conclusiones lo ameritan, plantear una posible solución a la problemática encontrada.

■ Referencias bibliográficas

- Bachelard, G. (1988). La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo. México: Siglo XXI.
- Charnay R. (1994) “aprender (por medio de) la resolución de problemas” en Parra, C. y Saiz, I. (comps) Didáctica de la Matemática, (pp. 51-63), Paidós, Buenos Aires.
- Del Puerto, S. y Seminara, S. (2010). Las concepciones erróneas y el cambio conceptual en el aprendizaje de la Geometría Analítica. Premisa, 12 (44): 25-35.
- Fairstein, G. y Gyssels, S. (2004) Como se aprende. Colección “Programa Internacional de formación de Educadores Populares”. Federación Nacional Fe y Alegría y Fundación Santa María. 2da reimpresión.
- Schnotz, W.; Vosniadou, S.; Carretero, M. (comps.) (2006). Cambio conceptual y educación. Buenos Aires: Aique.