

# LA TRAYECTORIA COMO MODELO DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

María Isabel Toribio Rodríguez, José Trinidad Ulloa Ibarra  
Universidad Autónoma de Nayarit (México)  
Isa 0293@hotmail.com, jtulloa@uan.edu.mx

## Resumen

El presente reporte es parte de una investigación iniciada en una estancia de verano científico del programa Delfin en Acapulco, Guerrero. Reportamos evidencias de cómo estudiantes de nivel medio superior construyen herramientas gráficas, numéricas y algebraicas al modelar el movimiento a partir del análisis de un video digital del movimiento pendular, utilizando diseños de aprendizaje. El empleo de tecnologías es relevante. La perspectiva teórica que soporta nuestra investigación es la Socioepistemología. Abordando además aquella problemática que surge de la disociación entre las prácticas de la matemática escolar y las prácticas del uso de las matemáticas en las distintas comunidades (Arrieta, 2003).

**Palabras clave:** trayectoria, modelo, movimiento, armónico

## Abstract

The present report is part of an investigation that started in a scientific summer stay of the Dolphin program in Acapulco, Guerrero. We report evidence on how senior high school students construct graphical, numerical and algebraic tools by modeling movement from the analysis of a digital video of the pendulum movement, using learning designs. The use of technologies is relevant. The theoretical perspective that supports our research is Socio-epistemology. We also focus on the problem that arises from the dissociation between the practices of school mathematics and the practices of the use of mathematics in the different communities (Arrieta, 2003).

**Key words:** trajectory, model, movement, harmonic

## ■ Introducción

La problemática que aborda el presente proyecto es la que se deriva de la separación de lo que se hace en la escuela, particularmente en el aula de matemáticas, de lo que se hace en su entorno (Méndez y Arrieta, 2007). Nuestro planteamiento asume que la modelación pueda establecerse como un puente que vincula estos dos escenarios. Para ello nos proponemos estudiar cómo modelan el movimiento estudiantes de nivel medio superior, que herramientas matemáticas construyen para este fin, que procesos desarrollan y que argumentos esgrimen para justificar sus acciones. Nuestra tesis principal es que los actores construyen herramientas cercanas y útiles para su quehacer no solo en la escuela sino también fuera de ella.

## ■ La problemática de investigación

Se aborda el análisis de las concepciones de los estudiantes sobre el movimiento armónico simple y la manera en la que llegan a realizar prácticas con base en la modelación matemática. Para ello nos planteamos como objetivo general del presente trabajo el analizar no únicamente en como aprende el alumno, sino en observar cómo hace para aprender; las prácticas utilizadas que lo llevan a la construcción de lo senoidal articulando los modelos numérico, gráfico y algebraico con el fenómeno del Movimiento Armónico Simple.

Los objetivos específicos son:

1. Analizar las prácticas del movimiento pendular que se realizan en el bachillerato
2. Deconstruir las prácticas
3. Elaborar diseños de aprendizaje para modelar el movimiento armónico simple
4. Validar los diseños de aprendizaje propuestos.

Nuestra pregunta de investigación es, ¿Qué herramientas matemáticas utiliza y cómo argumenta el estudiante de bachillerato la modelación del movimiento armónico simple, al utilizar diseños de aprendizaje?

## ■ Fundamentos teóricos

La investigación se enmarca en la socioepistemología, perspectiva teórica que concibe al sistema escolar como sistema complejo inmerso en su entorno social. La socioepistemología es una perspectiva multidimensional que hace énfasis en la naturaleza social del conocimiento, con la cual podemos analizar cómo los actores sociales construyen, en contextos sociales concretos, sus conocimientos, sus realidades y por ende su identidad (Arrieta, 2003). Este énfasis en lo social trastoca el sentido tradicional otorgado a las dimensiones cognitiva, didáctica y epistemológica, dando una visión situada del aprendizaje, los conocimientos y la didáctica. La componente cognitiva considera al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos cognitivos que se han desarrollado socialmente.

Desde la visión vigotskiana, el aprendizaje implica entendimiento e internalización de los símbolos y signos de la cultura y grupo social al que se pertenece, los principiantes se apropian de las prácticas y herramientas culturales a través de la interacción con los miembros que tienen más experiencia.

Uno de los métodos que permite describir estos mecanismos es la modelación, la cual constituye un método cognoscitivo en el que el objeto en estudio es reemplazado con otro, llamado modelo, que cumple con relación al primero unas condiciones de analogía. Después de reemplazar el original por su modelo, el modelo es estudiado y analizado.

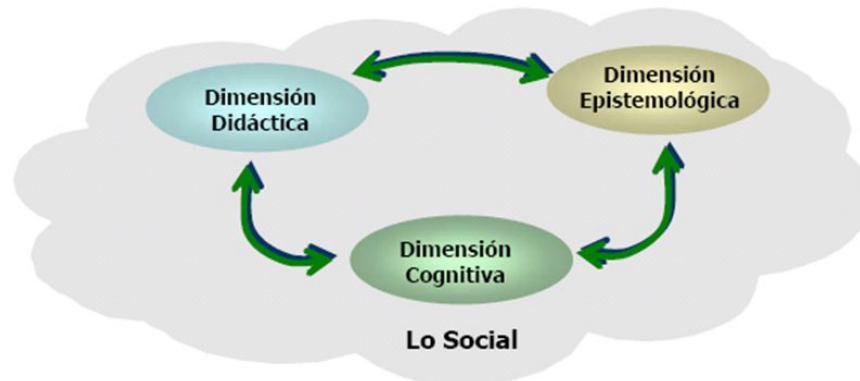
En lo referente a la dimensión didáctica consideramos primordial la función de las interacciones en el aula, entre un sujeto experto (o más experimentado en un dominio) y otro novato (o menos experto), con el fin de que el sujeto menos experto se apropie gradualmente del saber del experto. Ello nos conduce a que el rol central del profesor es el de actuar como mediador o intermediario entre los contenidos del aprendizaje y la actividad constructiva que despliegan los alumnos para asimilarlo.

En epistemología los modelos son la forma de explicar la realidad, ejemplos de esto son: el modelo de mecánica newtoniana, el cuántico de Maxwell y el relativista de Einstein.

Cantoral y Farfán (2003a) consideran a los sistemas sociales como sistemas complejos donde los humanos aprenden al ejercer prácticas. En el sistema escolar, que es el lugar que se atiende, confluyen dimensiones que sistémicamente relacionadas conforman un todo.

Cantoral y Farfán (2003b, p. 30) en un intento de caracterizar a la Socioepistemología, escriben que es una “aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión socio cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza”.

En otras palabras, en la Socioepistemología encontramos cuatro dimensiones, lo epistemológico, relativo a las prácticas que dan origen a la construcción del conocimiento; lo cognitivo, al proceso de construcción del conocimiento por los alumnos; lo didáctico, que se relaciona a las formas de intervención en los sistemas escolares; y lo social, acerca de cómo se desarrollan y viven en nuestro entorno las prácticas que dan lugar a los conocimientos (Figura 1).



**Figura 1:** Ámbito social, el lugar donde se sitúan las dimensiones didáctica, cognitiva y epistemológica.

Las dimensiones que son consideradas en este todo tienen que ver con la naturaleza social del conocimiento, su formación histórico cultural, la producción y reproducción social del mismo, esto es, la dimensión epistemológica; la cognitiva, con relación a las interacciones que da lugar el proceso de aprendizaje, las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo; las formas de intervención en los procesos escolares, la didáctica; que adquieren sus particularidades en contextos sociales concretos (Arrieta, 2003).

Existen diversas concepciones de modelo y la modelación, por ejemplo: el modelo como una representación matemática y por ende la modelación como un proceso representacionista (Mochón, 1997) o bien la modelación como una forma de actividad necesaria para la reconstrucción de significados matemáticos (Cordero y Suarez, 2005).

Desde nuestra perspectiva la modelación, es una práctica social que al ser ejercida por los estudiantes son conducidos a construir modelos matemáticos como herramientas para predecir, así estos modelos son

utilizados para determinar el comportamiento del fenómeno estudiado y de esta manera, un modelo gráfico sería una herramienta para, por ejemplo, predecir comportamientos y no la representación de un fenómeno. La solución de actividades de problemas abiertos y de modelación permite a los estudiantes aprender a hacer las preguntas adecuadas, las hipótesis y las predicciones necesarias en una situación problema, así como diseñar experimentos, analizar datos y comunicar resultados.

Es por eso que, para la creación del diseño de aprendizaje en este trabajo, así como para su análisis, interpretación y valoración, se tomó como soporte teórico a la socioepistemología.

La idea es que los estudiantes a través de la modelación del movimiento armónico simple pongan en juego su conocimiento previo y sus habilidades creativas (aprovechando sus conocimientos en física y matemáticas) para dar solución; que a lo largo de cada actividad sugieran hipótesis, planteen modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión; que manejen términos matemáticos y mediante la revisión, la reflexión, la aplicación de sus conocimientos y la comunicación de sus resultados, los estudiantes se percaten de los alcances de su conocimiento y de sus necesidades de nuevo conocimiento en la explicación de fenómenos de interés.

### ■ Aspectos metodológicos: el diseño experimental

La metodología utilizada para el desarrollo del trabajo es la Ingeniería Didáctica descrita por Farfán (1997), con las adecuaciones necesarias para la puesta en escena de las actividades propuestas en las que se toma como base de los diseños las prácticas sociales de la comunidad en la que se aplicaron.

Por esto, el análisis de la puesta en escena de los diseños reportados aquí se hace atendiendo más a estas particularidades, es decir, no atendiendo de forma genérica si se coincidió con lo planteado en el análisis predictivo, sino las formas particulares que adquieren las confrontaciones de las participaciones de los actores con el análisis predictivo.

La metodología a emplear, comprende cinco fases:

1. Estudio de las prácticas en comunidades específicas
2. Estudio del sistema escolar donde se interviene, incluye un estudio de las prácticas escolares
3. Elaboración de diseños de aprendizaje basados en las prácticas estudiadas
4. Puesta en escena de los diseños y análisis de la actuación de los participantes
5. Elaboración de conclusiones.

La validación de los diseños está basada en la confrontación del análisis predictivo y el análisis de las producciones de los actores.

### ■ Materiales y métodos

Se experimentó con un grupo de estudiantes de nivel medio superior y se analizaron las evidencias de la puesta en escena del diseño de aprendizaje. El grupo con el que se trabajó está conformado por 25 estudiantes del IV semestre del Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 26 en San Blas, Nayarit.

La actividad consiste en llevar al aula una actividad de movimiento armónico simple para inducir al estudiante a vivir la situación para que pueda construir modelos del citado movimiento en interacción con sus compañeros y con el profesor.

Las actividades planteadas a los estudiantes van encaminadas a dar significación a los objetos matemáticos de la función seno en problemas de contexto donde se relacione el movimiento armónico simple, como en el movimiento de un péndulo y el movimiento de un columpio.

La primera actividad que se pide a los estudiantes es la de dibujar la gráfica que represente el recorrido, la velocidad y aceleración que tendrá el movimiento de un columpio de manera individual. La segunda actividad es la misma pero en este caso se realiza en equipo.

Después de haber llevado a cabo dichas actividades tanto individual como en equipo, se llevaron al aula los datos obtenidos de la situación en donde el alumno crea un péndulo con lo que está a su alcance, grabando el movimiento del péndulo que el mismo creó, solo una vez. El video lo carga en el programa Tracker para trabajar con este, Tracker es un programa gratuito de análisis de video y construcción de modelos el cual le permite obtener datos sobre la posición, velocidad, aceleración, etc. La modelación en video de Tracker es una nueva y poderosa forma de combinar videos y modelación en computadora.

Luego los datos obtenidos con el Tracker son utilizados en GeoGebra con el que los alumnos pueden encontrar el modelo algebraico que representa el movimiento del péndulo.

El software GeoGebra permite hacer simulaciones y manipulaciones de las variables y parámetros que intervienen en las situaciones planteadas, lo que permite un acercamiento visual de la manera en la que influyen los diferentes parámetros con lo que se da riqueza a los significados, además de que simplifica los cálculos rutinarios.

Para finalizar, el docente facilita al estudiante un simulador (Figura 2) basado en el GeoGebra en donde se muestra de manera dinámica el movimiento de un péndulo y que está diseñado para permitir ver de manera clara la influencia de los parámetros.

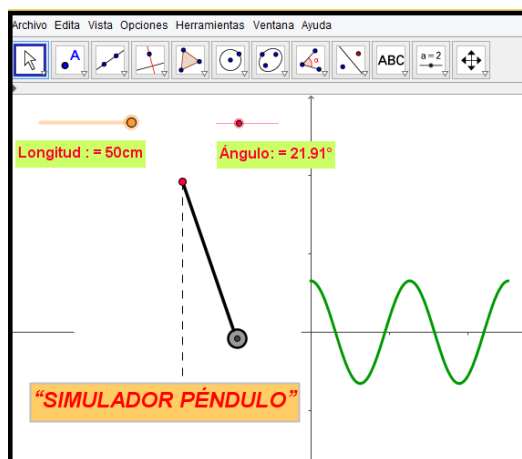


Figura 2: Simulador del péndulo creado en GeoGebra

La Figura 2, muestra el simulador y en la gráfica cartesiana se presentan longitud y ángulo del péndulo.

Con el simulador se pide a los estudiantes organizados por equipos a que ejecuten el movimiento del péndulo y analicen que pasa en cada ocasión que cambian un parámetro.

Al alumno se le cuestiona lo siguiente: ¿Qué es lo que determina el ángulo? y ¿Qué es lo que determina la longitud?

Se les pide además hacer predicciones sobre su propio péndulo, contrastando diferentes valores para la longitud y el ángulo, y se les pregunta ¿Cómo sería la gráfica del movimiento de dicho péndulo? (en el que están pensando), ¿Cómo sería su velocidad? y ¿Qué tipo de modelo representa a dicha grafica?

### ■ Resultados

Aportamos evidencias de como los estudiantes construyen la razón de cambio para modelar e interpretan gráficas cartesianas *distancia-tiempo* ( $t-x$ ), *velocidad-tiempo* ( $v-t$ ), *aceleración-tiempo* ( $a-t$ ), como construyen la ecuación diferencial que modela el movimiento senosoidal y comparan los datos experimentales con los teóricos. Los estudiantes experimentan y toman video digital para posteriormente capturar los datos mediante el software Tracker, en la exploración encuentran la linealidad de la aceleración con respecto del desplazamiento, ajustando los datos con el software Geogebra y plantean la ecuación diferencial que modela el movimiento pendular (Figura 3).

Se puede establecer que con base en los diseños de aprendizaje, utilizando su propio péndulo y con apoyo del GeoGebra, los estudiantes son capaces de visualizar y modelar el movimiento del péndulo.

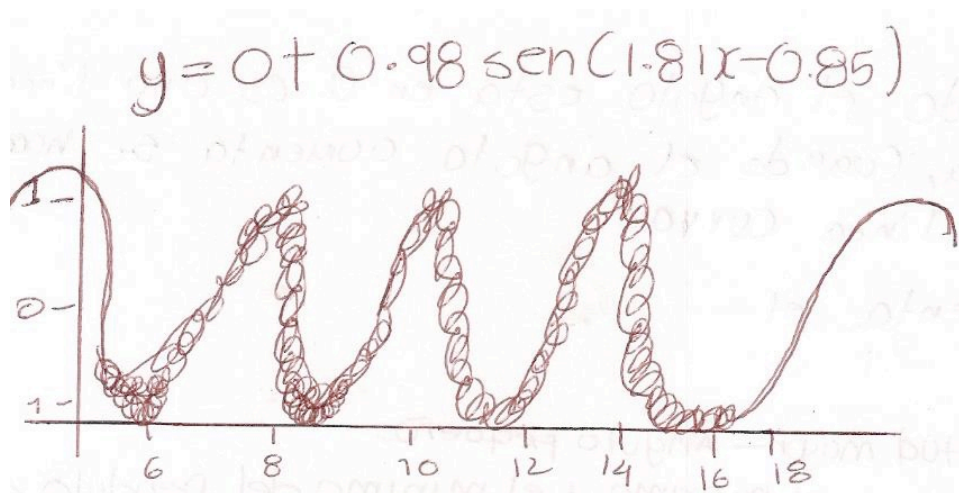


Figura 3. Modelo encontrado del movimiento pendular por un equipo.

### ■ Referencias bibliográficas

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

- Cantoral, R., Farfán, R.-M. (2003a). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics*. *Kluwer Academic Publishers*, Netherthelands. Vol. 53, Issue 3, 255 – 270.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003b). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Cordero, F., y Suárez, L. (2005). Modelación en matemática educativa. *XVIII Acta Latinoamericana de Matemática educativa*, pp. 639-643. México.
- Farfán, R. (1997). *Ingeniería didáctica: Un estudio de la variación y el cambio*. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Méndez, M.; Arrieta, J. (2007). ¿Cómo en el ejercicio de la práctica de modelación de un sistema de resortes se construyen modelos multilineales? En Crespo, C. (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 20, 444 – 449. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Mochón, S. (1997). Modelos Matemáticos para Todos los Niveles. *Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, pp. 42-45. México.