

# VISUALIZACIÓN GEOMÉTRICA EN NIÑOS DE ENSEÑANZA ELEMENTAL

**Pamela Valencia**  
Universidad de Los Lagos. (Chile)  
pameval@live.cl

## Resumen

Este trabajo tiene como finalidad, describir los procesos de visualización en niños de 4 y 6 años a través del reconocimiento de figuras geométricas planas. Los datos obtenidos se analizaron utilizando la teoría de las aprehensiones de Duval, aprehensión perceptiva, operatoria y discursiva. Los resultados de la aplicación señalan que la diferencia entre los niños de 4 y 6 años, son las restricciones visuales que aportan las figuras prototípicas encontradas en la pared, lo cual predispone al estudiante de 6 años, a reconocer las figuras similares a las que está siendo expuestos.

**Palabras clave:** educación elemental, metodología cualitativa, aprehensiones discursiva, operatoria y perceptiva

## Abstract

The purpose of this work is to describe the processes of visualization in 4 and 6 year-old children through the recognition of plane geometric shapes. The data obtained were analyzed using Duval's theory of apprehensions; perceptive, operative and discursive apprehension. The results of the application indicate that the difference between 4 and 6 year-old children are the visual restrictions that provide prototypical figures found on the wall, which predisposes the 6 year-old student to recognize the similar shapes that he is being exposed to.

**Key words:** elementary education, qualitative methodology, perceptive, operative and discursive apprehension

## ■ Introducción y antecedentes

La intuición es parte de la visualización, y se ha indagado esta cuestión desde la psicología educativa (Presmeg, 2006), y cada día más investigadores estudian la visualización, comprendiendo que el estudio de la geometría involucra tres procesos cognitivos: visualización, argumentación y demostración, como lo plantea Duval (1998).

La pobreza en la adquisición de nociones básicas geométricas, como la utilización solo de figuras prototípicas (Tsamir, 2008; Barrantes López & Zapata Esteves, 2008), desarrolla en el estudiante un limitado número de opciones visuales lo que dificulta la creación de una imagen propia de la figura geométrica, por lo tanto, el estudio de la geometría involucra varios tipos de procesos por lo que su estudio se hace más complicado que otras materias (González, 2015).

Gal y Linchevski (2010), alude a la pobreza en la adquisición de las nociones básicas geométricas, y considera que la aprehensión operativa a que alude Duval (1998) es fundamental para alcanzar un trabajo exitoso en la demostración. La visualización deberá entonces crear imágenes ligadas al discurso, y por lo tanto la representación mental deberá corresponder con las características propuestas.

Los errores más comunes que se producen en geometría son producto de definiciones poco claras, y del escaso uso del error, para enriquecer la enseñanza aprendizaje (González, 2015) por lo tanto, la importancia de estudiar e investigar los niveles iniciales de la educación, para entender cómo se enseña geometría y se fundamentan las definiciones iniciales y la creación de las primeras imágenes mentales en los niños, para así evitar los obstáculos y errores que la pobreza de imágenes puede ocasionar (Barrantes & Zapata, 2008).

Para describir los tres procesos fundamente que describe Duval, desde la percepción visual con respecto a las figuras geométricas planas, se investigó cómo se desarrolla la visualización en etapas iniciales de educación elemental, y cómo se puede alcanzar desde la aprehensión perceptiva, las aprehensiones discursiva y operatoria. Se analizaron las respuestas obtenidas por los niños, identificando las aprehensiones alcanzadas e intentando encontrar algunos indicios de como la visualización perceptiva, afecta la creación de la aprehensión operatoria y discursiva.

### ■ Marco Teórico

La geometría según Duval (1998) involucra tres clases de procesos cognitivos: visualización, construcción y razonamiento. Para este trabajo, se profundizarán en el proceso de visualización de figuras planas. En particular, el cuadrado, el rectángulo y triángulo en niños de 4 y 6 años.

Para que un objeto sea reconocido por un sujeto, éste deberá no sólo *mirar* el objeto sino que deberá también representar al objeto. A esta identificación configural visual del objeto como un todo, Duval (1998) lo denomina Gestalt, y de sus leyes de organización perceptiva depende la identificación de objetos reales o matemáticos.

El autor señala que para representar un objeto matemático, una figura debe cumplir dos condiciones:

- Ser una configuración, una mezcla de varias gestalts constitutivas, en el caso de un cuadrado, mostrarlo de varias formas, tamaños y rotaciones, formando la condición visual.
- Estar ancladas a un enunciado que fija algunas propiedades, como el cuadrado, sería una figura cerrada de cuatro lados iguales, esta ancla discursiva daría en el futuro acceso a la demostración y a una primera diferenciación entre dos aprehensiones de una figura:
  - Aprehensión perceptiva, visual
  - Aprehensión discursiva, con un cambio de anclaje: visual-discursiva o discursiva-visual.

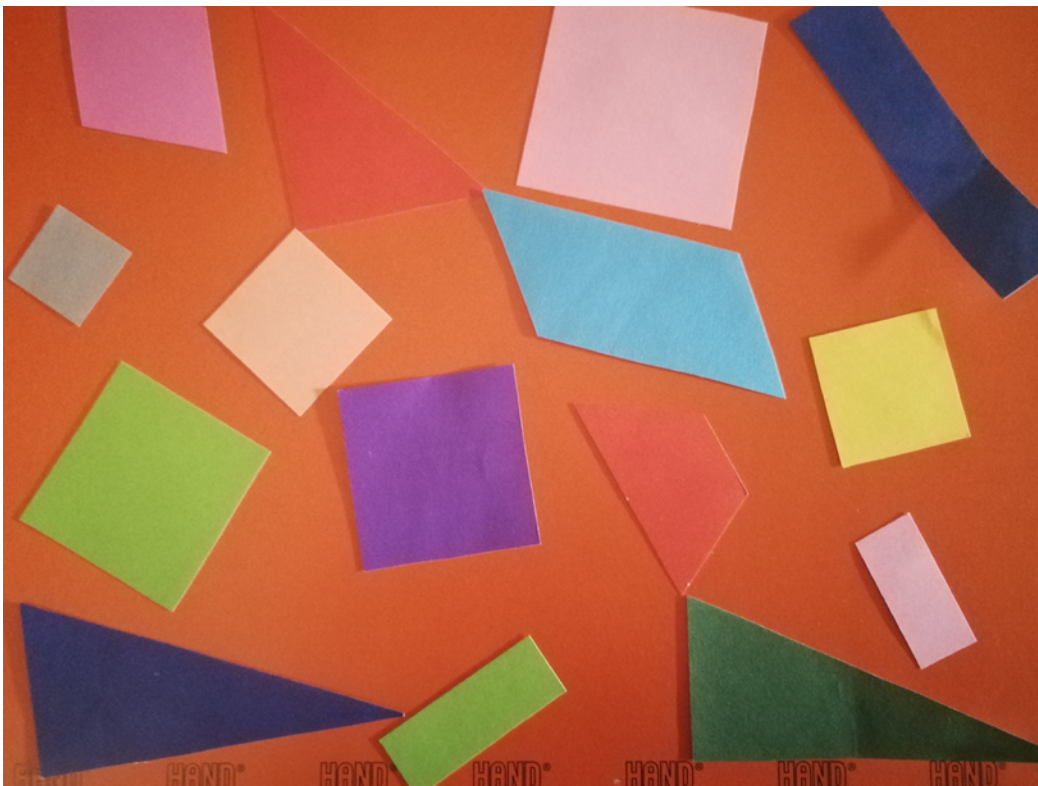
Finalmente la visualización en geometría para este autor implica necesariamente al menos uno de los tres cambios acerca de lo que se ve:

- Cambio dimensional: aprehensión perceptiva. Es la identificación de una configuración, no necesariamente ligada al discurso matemático, puede ser intuitiva.
- Cambio figural: aprehensión operatoria. La aprehensión operatoria se produce cuando el alumno lleva a cabo alguna modificación de la configuración inicial para resolver un problema geométrico. Este cambio puede ser de dos tipos: Aprehensión operatoria de cambio figural y la Aprehensión operatoria de reconfiguración.
- Cambio de anclaje: aprehensión discursiva. Configuración visual unida al discurso, o el discurso unido a una figura.

### ■ Marco Metodológico

Esta investigación se enmarca dentro del paradigma cualitativo, y los grupos escogidos para está fueron un pre-kinder y un primero básico de 38 alumnos cada uno.

El instrumento era una cartilla de cartulina de 20x15 cm<sup>2</sup> que contenía 14 figuras geométricas, 4 cuadrados, 3 triángulos, 3 rectángulos, 2 rombo, 1 trapecio, 1 paralelogramo, todas las figuras en diferentes colores, tamaños y rotaciones, figura 1.



*Figura 7:* Cartilla utilizada por los alumnos.

En pre-kinder se entregaron dos cartillas por grupo, compuesto de 4 y 3 niños cada uno, siendo esta su distribución habitual en la sala.

En primero básico se entregó una cartilla a cada pareja de niños, siguiendo el orden de la distribución en la sala, y se observó trabajar a 8 niños de forma individual.

### Tarea

Objetivo: Observar la visualización adquirida por los niños en el reconocimiento de figuras geométricas planas, considerando distintos tamaños y rotaciones.

1. Cada cartilla en pre-kinder contenía 4 cuadrados de diferentes colores, tamaños y rotaciones, lo mismo con los 3 triángulos y los 3 rectángulos.

La actividad consistió en identificar y pegar la figura que el profesor mostró, iniciando con el cuadrado, el rectángulo y los triángulos.

2. Cada cartilla en primero básico contenía 14 figuras, 4 cuadrados, 3 triángulos, 3 rectángulos, 2 rombos, 1 trapecio, 1 paralelogramo, todas las figuras en diferentes colores, tamaños y rotaciones.

### Análisis

Datos y análisis pre-kinder (alumnos de 4 años)

Para el pre-kinder, por grupo debían identificar 8 cuadrados, 6 triángulos y 6 rectángulos, como se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1.** Resultados obtenidos en pre-kinder

Figuras	Grupos
Cuadrado	7 grupos, encontraron todos los cuadrados. 2 grupos, encontraron 5 cuadrados 1 no aplica
Rectángulo	4 grupos, encontraron todos los rectángulos 3 grupos, encontraron 4 rectángulos 2 grupos, encontraron 2 rectángulos 1 grupo, no aplica
Triángulo	6 grupo, encontraron todos los triángulos 1 grupo, encontró 4 triángulos 2 grupos, encontraron 3 triángulos 1 grupo, encontró 2 triángulos 1 grupo, no aplica

**Fuente:** Elaboración propia.

Analizando los datos obtenidos en pre-kinder, los niños reconocieron las diferentes figuras, independientes del tamaño, color o rotación. No se incluyeron distractores en la aplicación del pre-kinder.

Las figuras no encontradas por los niños, siempre se refería a las rotaciones en 45° grados en el caso del cuadrado, y los niños al reubicar sus figuras en la hoja en blanco siempre las situaban de tal forma que estuvieran apoyados en una base.

Los triángulos equiláteros o similares, fueron reconocidos por todos los niños, pero el escaleno y el rectángulo fueron más difíciles de asociar con el triángulo, pues según lo observado, se utiliza con mayor frecuencia el triángulo equilátero como el prototipo de esta figura (Tsamir, Tirosh, & Levenson, 2008), y no se asocia con ninguna propiedad de la misma.

En toda la aplicación se les mostró a los niños la figura que debían encontrar, y luego que colocaban las figuras en la hoja blanca, se les retiraba dicha hoja, y se les entregaba una nueva hoja en blanco, y continuaban con la siguiente figura, empezando con el cuadrado, luego el rectángulo y finalmente el triángulo, no recibieron ningún tipo de ayuda, los niños debían escuchar la instrucción, y observar la figura que mostraba el profesor.

Con respecto a las aprehensiones (Duval, 1998), solo alcanzan la aprehensión perceptiva, es decir un cambio dimensional en la figura, pues la reconocen, independiente del tamaño, color o rotación, sin embargo, la aprehensión discursiva no se identifica, puesto que durante la realización de la tarea, al solicitar verbalmente que encontraran cuadrados, los niños no asociaban ese nombre con una figura en particular, en cambio cuando mostraba la figura ellos podían identificarla de las otras figuras.

Para la aprehensión operatoria, en su forma elemental, se podría observar si se ha desarrollado, por ejemplo identificando cualquier triángulo.

Los grupos que no aplican fueron aquellos que mezclaron todas las figuras, sin atender a la instrucción recibida.

### ■ Resultados y análisis primero básico (alumnos de 6 años)

Para primero básico los resultados se agrupan en la tabla 2, se ordenan en 18 grupos, incluyendo los niños que realizaron la actividad de forma independiente, pues no hay cambios significativos en sus respuestas.

**Tabla 2.** Resultados obtenidos en primero básico

Figuras	Grupos
Cuadrados	13 grupos, encontraron los 4 cuadrados 5 grupos, encontraron 3 cuadrados
Rectángulos	14 grupos, encontraron los 3 rectángulos 2 grupos, encontraron 2 rectángulos 2 grupos, no aplican
Triángulos	9 grupos, encontraron 3 triángulos 4 grupos, encontraron 2 triángulos 4 grupos, encontraron 1 triángulo 1 grupo, no aplica

**Fuente:** Elaboración propia

Para primero básico en los resultados obtenidos, los niños reconocen las diferentes figuras, independientes del tamaño, color o rotación, aprehensión perceptiva. Sin embargo, los distractores también fueron elegidos por ellos, 2 grupos incluyeron al paralelogramo y al trapecio dentro del grupo de los rectángulos, esos grupos están identificados como no aplican.

Al igual que en pre-kinder, las figuras no encontradas por los niños, siempre se refería a las rotaciones en  $45^\circ$  grados en el caso del cuadrado, y los niños al reubicar sus figuras en la hoja en blanco las agrupaban de distintas formas, buscando formar alguna otra forma, una cara por ejemplo con los tres rectángulos, o agrupar los triángulos tocando uno de los vértices, y los demás los situaban buscando siempre que estuvieran apoyados en una base.

Los triángulos fueron las figuras que presentaron un mayor desafío para los alumnos, debido a que como sus formas no necesariamente son iguales para ellos, se convierten en otra figura, por lo tanto no se asocia cualquier figura de tres lados con un triángulo, sino solo los equiláteros o similares, pero el escaleno y el rectángulo fueron más difíciles de asociar con el triángulo, se observa que este obstáculo se puede generar debido a que en la sala de clases estaban en la pared figuras prototípicas (Tsamir, Tirosh, & Levenson, 2008), y entre estas un triángulo equilátero, lo que hace que los alumnos solo visualicen al triángulo como esa figura y se empobrece su visualización.

Al igual que en el pre-kinder, se les mostró a los niños la figura que debían encontrar, cuando solo se entregaba una descripción discursiva los niños no identificaban a ninguna figura geométrica, y solo cuando la observaban podían visualizarla y reconocerla de entre las otras figuras, para luego colocarlas en la hoja blanca, que luego se les retiraba, y continuaban con la siguiente figura, empezando con el cuadrado, luego el rectángulo y finalmente el triángulo, no recibieron ningún tipo de ayuda, los niños debían escuchar la instrucción y hacer lo que se les solicitaba.

Con respecto a las aprehensiones (Duval, 1998), al igual que el pre-kinder solo alcanzan la aprehensión perceptiva, es decir un cambio dimensional en la figura, pues la reconocen, independiente del tamaño, color o rotación, sin embargo, cuando se utiliza el discurso para relacionar a las figuras, ellos no la reconoce, esto muestra ausencia de la aprehensión discursiva, y para la aprehensión operatoria, que con esta actividad no se puede deducir.

Sin embargo con las actividades correctas, se pueden promover la aprehensión operatoria y la aprehensión discursiva, siendo esta última la más fácil de alcanzar en un nivel inicial, asociando al menos el número de lados con las figuras, además como existe la unidad de medición, se podrían interceptar, y comenzar a deducir una definición simple, considerando solo la longitud de los lados, para que el niño diferencie el cuadrado del rectángulo, pero también reconozca que pertenecen a la misma familia de cuadriláteros, y los cursos siguientes ir profundizando dicha definición, y se podría trabajar el cambio de anclaje con los niños, y obtener configuraciones más complejas de los objetos estudiados.

## ■ Conclusiones

Los niños de 4 y 6 van desarrollando la visualización cuando son expuestos a tareas con las cuales ellos puedan identificar las figuras geométricas planas, cuadrado, rectángulo y triángulo, de un grupo de figuras



en distintos colores y rotaciones y empiezan a asociar el nombre de la figura con lo que perciben como ella.

Con respecto a las aprehensiones, solo se observa la aprehensión perceptiva, desde un cambio dimensional, es decir, al rotar la figura, y cambiarla de tamaño, los niños la siguen reconociendo, por ende es necesario, en estos niveles iniciales, considerando la unidad de medición, relacionar estas figuras con algunas características o propiedades, llegando a alcanzar inicialmente la aprehensión discursiva, con cambio de anclaje.

Considerando los objetivos propuestos, este trabajo proporciona las herramientas iniciales para continuar en la investigación de los niveles iniciales y con propuestas didácticas, más complejas y de intervención directa en el aula, y no solo de observación y levantamiento de información, también se observa la necesidad de un constante desarrollo profesional que subsane las debilidades aquí encontradas.

### ■ Referencias bibliográficas

- Barrantes, M., & Zapata, M. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 271, 55 - 71.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. (C. Mammana, & V. Villani, Edits.) *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 37-51.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). Ver o no ver: análisis de las dificultades en geometría desde la perspectiva de la percepción visual. *Educational Studies in Mathematics*, 163 - 183.
- González, A. (2015). *Errores y dificultades más comunes en el aprendizaje de cuadriláteros: una muestra con alumnos de 9/12 años en Cantabria*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Cantabria. España.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds). *Handbook of research on the psychology of mathematics: Past, present, and future*, 205–236. Rotterdam: Sense Publishers.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexample: the case of triangles. *Educ Stud Math*, 69, 81 - 95.