

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE ÁREA EN UN CONTEXTO TOPOGRÁFICO

Diana Lucía Villamil Rincón, Eliécer Aldana Bermúdez  
Universidad del Quindío (Colombia)  
dlvillamil@uniquindio.edu.co, eliecerab@uniquindio.edu.co

## Resumen

Esta comunicación breve se relaciona con la resolución de problemas del concepto de área como una estrategia de aprendizaje en la que el maestro diseña, lleva a cabo y evalúa las tareas que involucran la modelación de fenómenos de la realidad en la formación de estudiantes universitarios de topografía. El objetivo es articular la resolución de problemas y el objeto matemático de la investigación mediante el ciclo del análisis didáctico, para ello el maestro diseña la unidad didáctica que le permitirá organizar la instrucción matemática y utilizará la información que resulta de las tareas para la evaluación interna del aula.

**Palabras clave:** análisis didáctico, área, fenomenología, topografía, resolución de problemas

## Abstract

This brief report deals with problem-solving of the concept of area, as a learning strategy in which the teacher designs, carries out, and evaluates the tasks that involve modeling concrete phenomena in the training of university students majoring in topography. The objective is to articulate problem-solving and the mathematical object of research through the didactic analysis cycle, and so, the teacher designs the didactic unit that will allow him to organize the mathematical instruction, and use the information that results from the tasks for the internal evaluation of the classroom.

**Key words:** didactic analysis, area, phenomenology, topography, problem solving

## ■ Introducción

Esta comunicación breve tiene como objetivo utilizar la resolución de problemas como estrategia en el aprendizaje del concepto de área en la formación de un topógrafo de una universidad colombiana. Es de interés formular la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo lograr la articulación entre la resolución de problemas y el aprendizaje del concepto de área desde el análisis didáctico? La propuesta surge a partir de la necesidad de dar respuesta a unas políticas de calidad universitarias y se ha planteado la problemática desde la enseñanza y desde el aprendizaje. Por un lado, en las facultades de ingeniería se continua enseñando de manera tradicional (Álvarez y Ruiz, 2010). Por otra parte, desde el aprendizaje, la actitud negativa de los estudiantes de ingeniería hacia las matemáticas (Álvarez, 2005) conlleva a ciertas carencias

formativas (Castro de Bustamante, 2007). En lo referente al objeto matemático, existen obstáculos de tipo epistemológico y didáctico sobre las relaciones entre área y perímetro en los estudiantes, inclusive los universitarios, quienes utilizan un lenguaje coloquial de bajo perfil formal (D'Amore y Fandiño, 2007).

El impacto y la importancia de la investigación se justifica con dos documentos institucionales: el Proyecto Educativo Universitario (PEU, 2016) y la Política Académico- Curricular (PAC, 2016). Por ello, se consideran aspectos relacionados con la acreditación de alta calidad, la fenomenología, la resolución de problemas y la organización de la enseñanza del objeto matemático en el contexto topográfico. En este mismo sentido, el PEU (2016) establece que se deben incluir actividades que involucren la modelación de procesos y fenómenos de la realidad, así como la resolución de problemas de la vida cotidiana en los espacios académicos que serán orientados por el profesor, quien debe tener conocimiento de la didáctica de la matemática que le ofrece una serie de alternativas para las actividades de enseñanza mediante los procesos de planificación, ejecución y evaluación, de manera que pueda dar respuesta a lo planteado por el proyecto educativo universitario.

Por todo lo anterior, según Aldana y López (2016) es importante que el profesor conozca la evolución, el desarrollo y los conocimientos previos de un objeto matemático para facilitar la planeación e implementación de estilos de aprendizaje. De estas circunstancias nace el hecho de que no es posible realizar apropiadamente el análisis didáctico de una unidad didáctica o de una hora de clase a partir de la intuición o la experiencia (Gómez, 2002).

### ■ Marco teórico

En este estudio se asume la postura teórica del análisis didáctico (Gómez, 2007) por su pertinencia para establecer la fenomenología del área de una superficie en el contexto topográfico. Para ello, se organiza la instrucción matemática mediante el diseño, la implementación y la evaluación de las tareas en el aula. Para iniciar este proceso cíclico, Gómez (2007) sugiere determinar la comprensión que los estudiantes tienen sobre las bases necesarias para poder abordar el nuevo tema, de los contenidos y de los objetivos de aprendizaje. Durante el análisis del contenido se organizan los diferentes significados del objeto matemático, mediante los tres organizadores del currículo: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. Luego, en el análisis cognitivo, se plantean las expectativas acerca de las actuaciones de los estudiantes al enfrentar la actividad representadas mediante los caminos de aprendizaje. Con la información que resulta del análisis de contenido y el análisis cognitivo, se diseñan las tareas en el análisis de instrucción, con el fin de generar información en el análisis de actuación acerca de la comprensión de los escolares, los contenidos y los objetivos de aprendizaje en relación con la evaluación interna del aula.

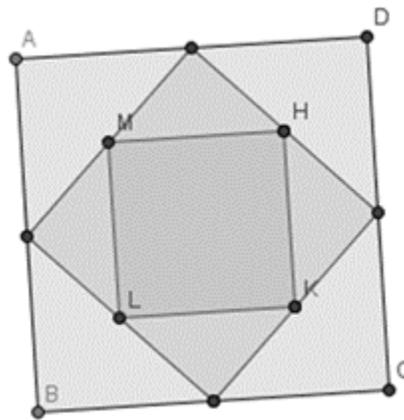
Así mismo, el análisis didáctico posibilita establecer los procedimientos del diseño metodológico en esta investigación de tipo cualitativa e interpretativa correspondiente al estudio de casos, con el fin de comprender los fenómenos educativos en un contexto topográfico un universitario. La población está representada por estudiantes del primer semestre y las fuentes de datos son la observación, entrevistas, análisis documental, estudio de documentos personales tanto de los estudiantes como del profesor, de acuerdo con la lógica del análisis de datos cualitativos.

## ■ Resultados

Como resultado final de la investigación se diseñará la unidad didáctica de acuerdo al ciclo del análisis didáctico para que sea implementada en el programa universitario. Además, la intencionalidad es que la propuesta de investigación aporte a la colectividad de la universidad colombiana en tónica con las políticas educativas de calidad que tienen como objetivo la acreditación institucional y su enfoque pedagógico Integrador- sociocognitivo- experiencial en sentido fenomenológico.

En esta etapa de la investigación se diseña, lleva a cabo y evalúa la siguiente tarea de diagnóstico, para comenzar el ciclo del análisis didáctico y así establecer el nivel de comprensión de las actuaciones de los estudiantes para iniciar el tema. La tarea “El Jardín” es una situación problema planteada en un contexto topográfico en la que su figura es una adaptación de Freudenthal (1983, p. 382).

En el primer piso de un centro comercial se quiere realizar el diseño de la figura para ubicar un jardín. Se conoce que  $m(\overline{AB}) = x$ , además los vértices de los cuadrados son los puntos medios de cada segmento. ¿Cuál es la razón entre el área del cuadrado ABCD y el área del cuadrado HKLM que el topógrafo de la obra necesita para localizar el jardín?



*Figura 4.* Tarea diagnóstica El Jardín. Adaptación de Freudenthal (1983)

Dicha tarea hace parte de la fase diagnóstica en la que se evalúa el nivel de comprensión que los estudiantes tienen sobre esos conocimientos previos necesarios para iniciar con el nuevo tema.

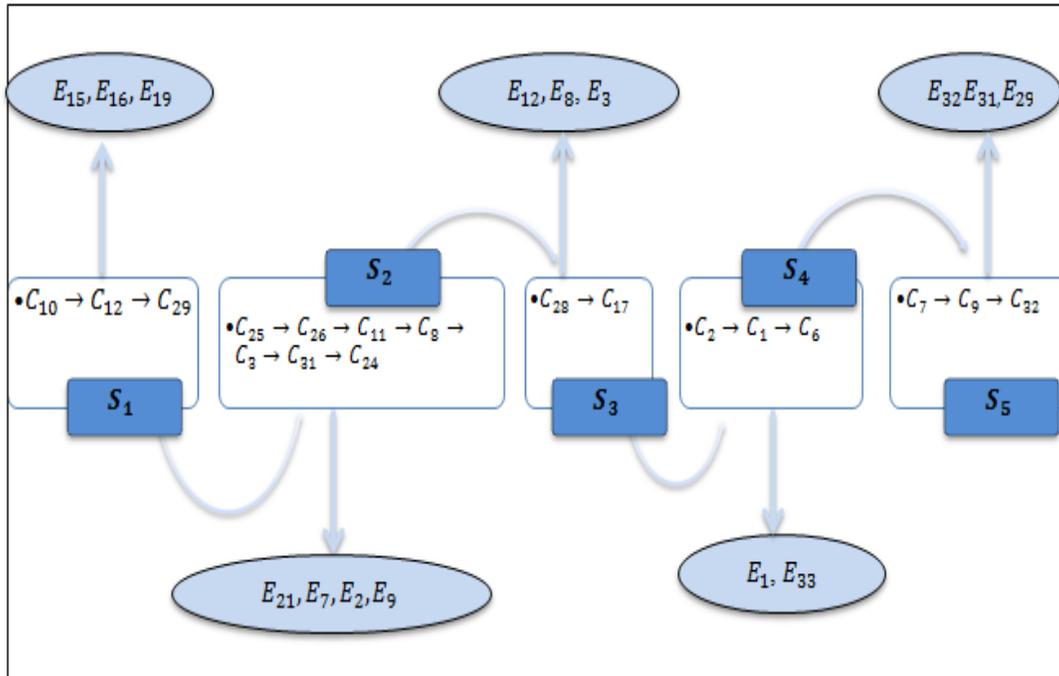


Figura 5. Camino de aprendizaje de la tarea El Jardín. Elaboración propia

Por consiguiente, la tarea contribuye al primer objetivo de aprendizaje: comparar mediante la razón el área de dos superficies que presentan ausencia de las medidas de longitud a partir de los conocimientos previos. El camino de aprendizaje propuesto en el análisis cognitivo es el siguiente:

En este camino se activan capacidades que están relacionadas con los conocimientos previos, por ejemplo: Aplica el teorema de Pitágoras para hallar longitudes desconocidas ( $C_3$ ), generaliza las propiedades del punto medio ( $C_8$ ), calcula el área de una superficie usando la definición ( $C_{17}$ ), calcula e interpreta la razón entre el área de dos superficies ( $C_{17}$ ). Para agrupar las capacidades, la tarea tiene diferentes secuencias ( $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ ) de las cuales  $S_5$  pertenece a la parte de la realimentación en la socialización.

Así también, cada una de las capacidades aporta al desarrollo de una competencia matemática específica, por ejemplo: la competencia de resolución de problemas ( $RP$ ) considera que el estudiante conciba y ejecute un plan para resolver un problema del área en un contexto topográfico ( $C_{25}$ ), prediga el efecto de una operación en un resultado ( $C_{24}$ ) y calcule el área de una superficie usando la definición ( $C_{17}$ ).

Algunos aspectos conceptuales y procedimentales involucrados en la tarea son: punto medio, teorema de Pitágoras, operaciones con expresiones algebraicas, área de un cuadrado y la razón entre el área de dos superficies. Así mismo, se identifican las dificultades y los errores que podrían cometer los estudiantes cuando resuelven el problema de la tarea.

Entre los estudiantes de topografía que participan en este estudio, a continuación se analizan las actuaciones de ET03, quien resuelve la tarea de la siguiente manera:

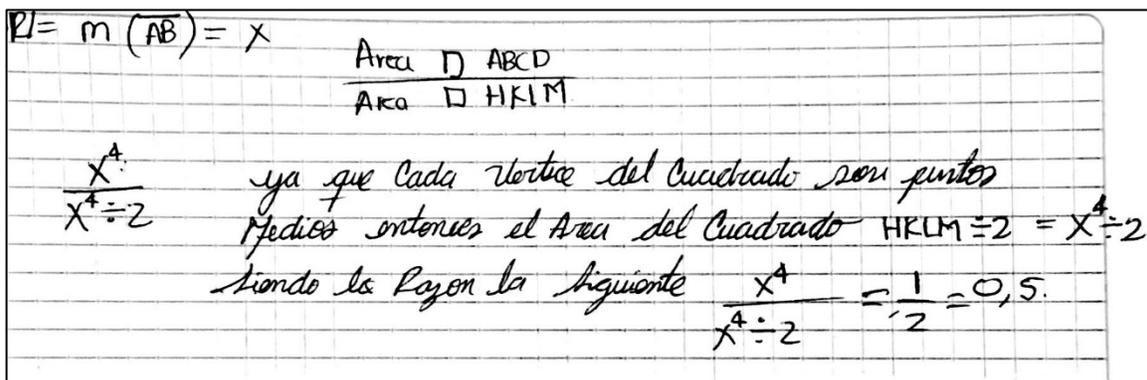


Ilustración 6. ET03, solución de la tarea “El Jardín”. Fuente propia

En las actuaciones de ET03 se evidencia que tiene claro el concepto de razón, comprende lo que la tarea le pide, también moviliza diferentes sistemas de representación (verbal, simbólico, numérico) para explicar lo que hace. De sus actuaciones se concluye que presenta deficiencias en los conocimientos previos de punto medio, puesto que generaliza incorrectamente sus propiedades. Además, establece una relación de dependencia incorrecta entre el punto medio y el área, por ello divide el área de HKLM entre dos y luego lo reemplaza en la razón, obteniendo así una respuesta equivocada. El motivo por el cual representa el área simbólicamente con  $x^4$ , se justifica con la respuesta que da en la entrevista:

I: respecto a la tarea “El Jardín” ¿Cómo resolviste la tarea por primera vez?

ET03: bueno pues, desglosé el área del cuadrado como semejanza y después utilicé la razón. Dices que el cuadrado del... El cuadrado ABCD sobre el área del cuadrado HKLM. Este lo... Lo... Lo utilicé con  $x$  al cuadrado sobre  $x$  al cuadrado sobre dos. Entonces cancelé  $x$  al cuadrado sobre  $x$  al cuadrado esto me dio un medio y en total la razón pues me dio cero punto cinco.

I: ¿Por qué representas  $x$  al cuadrado con  $x$  a la cuatro?

ET03: porque en el jardín, en la pregunta asimilé como si tuviera cuatro segmentos. Entonces hice esto, ya que en la... En la pregunta decía que un lado, un segmento valía  $x$ , entonces conté el segmento en cuatro cuadrados, tiene cuatro lados y esa fue la manera como yo lo expresé y lo entendí.

El estudiante en la primera respuesta dice “ $x$  al cuadrado” pero escribe  $x^4$ , esto indica que desvincula el registro de representación verbal del simbólico formal ( $E_{17}$ ), este error es nuevo ya que no fue previsto en el camino de aprendizaje de la tarea. Por otra parte, en la segunda respuesta dice “tiene cuatro lados”, se pone en manifiesto que presenta obstáculos de tipo epistemológico por la concepción errónea del área y del perímetro ( $E_3$ ).

Finalmente, se observa que el estudiante no logra completar al menos una de las secuencias de capacidades y ninguna capacidad en  $S_1$  fue activada, logra activar algunas capacidades ( $C_{25}, C_{26}, C_{11}, C_{17}, C_2, C_1$ ) pero son superadas por el número de errores ( $E_{15}, E_{16}, E_{19}, E_{21}, E_2, E_9, E_{12}, E_3$ ) relacionados con: la interpretación del sistema de representación gráfico, el plan que concibe, los conocimientos previos, los cálculos del área y concepciones erradas del área.

## ■ Conclusiones

En este estudio se ha encontrado que los estudiantes universitarios, a pesar de haber aprobado la formación primaria y secundaria, aún presentan deficiencias en los conocimientos previos matemáticos que son necesarios para su proceso de formación profesional. Esta conclusión es coherente con lo que se ha encontrado en otras investigaciones mencionadas en el planteamiento del problema (Álvarez y Ruíz, 2010; Álvarez, 2005; Castro de Bustamante, 2007; D'Amore y Fandiño, 2007).

Durante la realimentación de la tarea, los estudiantes argumentan que sus dificultades y errores se debieron a que no encontraban números ni medidas en la representación gráfica del problema para resolverlo, lo que demuestra que identifican que el área es una magnitud pero no tienen en cuenta otras características geométricas del objeto matemático. Es más, en algunos casos le dieron un valor arbitrario a los lados del cuadrado sin argumentar mediante propiedades. Una vez que se implementa la etapa de realimentación, se evidencia en los resultados que los estudiantes mejoran el nivel de activación de las capacidades en la tarea diagnóstica.

Por todo lo anterior se concluye que la realimentación es una estrategia que se ha planificado y su propósito es que los estudiantes superen las dificultades y los errores que cometen cuando se enfrentan a una tarea, mejoren su desempeño frente a la solución del problema, alcancen el objetivo de aprendizaje previsto y tengan la oportunidad de reflexionar sobre sus actuaciones.

En cuanto al análisis cognitivo, se evidencia que los caminos de aprendizaje favorecen el desarrollo de las competencias matemáticas, incluida la resolución de problemas en cuanto a los procesos de comparación, clasificación, medición, asociación, relación, que vienen a ser las capacidades para determinar que hubo un desarrollo de dicha competencia.

A manera de reflexión, la formación en el campo de la investigación permite que el maestro renueve su praxis fundamentada teóricamente en el saber pedagógico, didáctico, disciplinar y científico que deben estar inmersos en el contexto en relación con la condición humana de quien aprende. Este trascender podría permitir la incorporación de la resolución de problemas como objeto de reflexión en la construcción del conocimiento de un objeto matemático.

## ■ Referencias bibliográficas

Aldana, E., y López, J. H. (2016). Matemáticas para la diversidad: Un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. *RIDI*, 7(1).

Álvarez, Y. (2005). ¡Auxilio! No puedo con la matemática. *Revista Iberoamericana de Enseñanza de la Matemática Equisangulo*, 2(1), 1-6.

Álvarez, Y., y Ruiz, M. (2010). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venezolanas. *Revista de Pedagogía*, 31(89), 225-249.

Castro de Bustamante, J. (2007). La investigación en educación matemática: una hipótesis de trabajo. *Educere*, 11(38), 519-531.

- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime*, 10(1), 39-68.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Kluwer Academic Publishers.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *EMA*, 7(3), 251-292.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Quindío, U. d. (2016). *Política Académico-Curricular*. Armenia.
- Quindío, U. d. (2016). *Proyecto Educativo Uniquindiano*. Armenia.