

MODELACIÓN Y TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

José David Zaldívar Rojas, Gonzalo Medina Ramírez, Alibeit Kakes Cruz

Universidad Autónoma de Coahuila. (México)

david.zaldivar@uadec.edu.mx, gonzalov666@hotmail.com, akakes1947@yahoo.com.mx

Resumen

La Modelación Matemática y el uso de tecnología son temas que en los últimos años se convirtieron en tendencias dentro de la investigación en Matemática Educativa. Esta importancia relacionada a dichos tópicos se debe principalmente a la evidencia brindada en diversas investigaciones que hacían ver la imposibilidad de la transferencia del conocimiento aprendido en la escuela a la vida cotidiana de los estudiantes (Arrieta y Díaz, 2015) y a las potencialidades de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, también se ha reconocido que estas categorías aunque son considerada dentro de los planes curriculares como una manera de enseñar y aprender matemáticas, aún existe una brecha importante entre las reformas curriculares y las prácticas escolares que se desarrollan día a día. Por ello, en el presente documento se presenta una situación basada en la modelación como un ejemplo de cómo es posible integrar tecnología al aula de matemáticas, resaltando la funcionalidad del conocimiento y el desarrollo de significados.

Palabras clave: modelación matemática, uso de tecnología, bachillerato, situaciones de aprendizaje

Abstract

Mathematical Modeling and the use of technology are subjects that have become tendencies within the Mathematics Education research in recent years. The relevance of these topics is closely related to the evidence provided in several inquiries that showed the impossibility of transferring the knowledge already learned at school to the daily life of students (Arrieta & Diaz, 2015) and to the potentiality of technology for the learning of mathematics, as well. However, it is recognized that although these categories are considered within the curriculum as a way of teaching and learning math, there is still a major gap between innovative curricular reforms and day-to day school practices. Therefore, this paper shows a situation based on modeling as an example of how it is possible to integrate technology into the mathematics classroom, highlighting the functionality of knowledge and the development of mathematical meanings.

Key words: mathematical modeling, use of technology, high school, learning activities

■ Introducción

Son innegables los esfuerzo que se han hecho por ofrecer en el aula de matemáticas nuevos enfoques que permitan a los alumnos encontrar sentido a los contenidos que reciben por parte de los docentes y a su vez

asociarlos o aplicarlos en situaciones más allá de una reproducción de técnicas o algoritmos para la solución de ejercicios estereotipados.

Lo anterior va de la mano con la necesidad de reflexionar si realmente, como profesores, estamos ofreciendo dentro del aula procesos que permitan desarrollar habilidades y destrezas que le faciliten a los estudiantes la comprensión, la asimilación y posteriormente el uso del conocimiento matemático para la solución de situaciones problemáticas dentro y fuera del aula.

Es común asociar el aprendizaje de matemáticas directamente con la solución de problemas. Alsina (2006) menciona que hay dos enfoques de problemas dentro de la clase de matemáticas: a) los problemas que son un medio para aprender matemáticas y b) los problemas como medio para enseñar. Es decir, la solución de problemas se encuentra inmersa en el aprendizaje de los alumnos y dicha solución requiere de la intervención del docente como mediador entre el saber y los alumnos. Sin embargo, y aunado a lo anterior, es necesario reflexionar sobre qué problemas o situaciones promueven el desarrollo de competencias matemáticas que permitan a los alumnos asimilar y aplicar contenidos matemáticas. Por ejemplo, la OCDE (2003) establece la siguiente directriz de competencia matemática: *“El término competencia matemática se ha escogido para enfatizar el uso funcional del conocimiento matemático en numerosas y diversas situaciones y de manera variada, reflexiva y basada en una comprensión profunda”*

Como podemos notar, la anterior cita nos lleva a reflexionar si los problemas o situaciones que presentamos a los estudiantes en aula promueven y ayudan a desarrollar y consolidar esta competencia, pero sobre todo, si promueven el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Aunado a lo anterior, Freudenthal (1983) citado por Alsina (2007) menciona la necesidad de establecer contextos donde los problemas sean significativos para los estudiantes y los conduzca a la *matematización*, es decir, al proceso de operar y vincular la realidad a partir de ideas y conceptos matemáticos por medio de modelos.

■ Elementos teóricos: La modelación matemática

Según Alsina (2007), la enseñanza de las matemáticas debería estar enfocada en presentar escenarios apegados a la realidad o asociados a la vida cotidiana de los alumnos, de manera que se busque lograr captar su interés y aplicar sus conocimientos en la búsqueda de solución de situaciones problemáticas. Estos escenarios pueden ser considerados desde la Modelación Matemática (MM), la cual es un proceso cíclico que inicia con la consideración de un problema en un contexto real o problema cotidiano y que permite la creación, uso e interpretación de modelos matemáticos para la resolución de dicha situación (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007, Niss, et al., 2007). Biembengut y Hein (1999) mencionan que en el mundo real se pueden apreciar situaciones que requieren de una solución a través de las matemáticas y proponen a la MM como un elemento catalizador que permitiría vincular el mundo real con el mundo de las matemáticas. Dicho proceso permite, como se mencionó, generar modelos matemáticos, es decir, representaciones de una situación real o fenómeno donde se establecen relaciones matemáticas a partir de dichas representaciones.

Por otro lado, diversas investigaciones en Matemática Educativa cada vez enfrentan el surgimiento de nuevas tecnologías con potencialidades para su integración en el aula de matemáticas, proporcionando sin duda transformaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la misma. Actualmente, una de tales transformaciones tiene que ver con la creación de ambientes de aprendizaje donde la matemática sea

funcional y sea percibida también como una ciencia experimental, pero además, se promuevan diferentes representaciones de los conceptos matemáticos.

Ahora bien, Blum y Borromeo (2009) mencionan que la *modelación matemática* es el proceso de traducción entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones. Aunque es un tópico que se ha discutido y propagado intensamente en la última década en estudios de la Matemática Educativa y en el currículo, en el salón de clases aún no tiene un rol protagónico. Esta brecha entre los objetivos educativos y las prácticas escolares es debido a que *la modelación es difícil tanto para los estudiantes y los maestros*.

En muchas investigaciones se afirma que a través de la modelación, la matemática se vuelve más significativa, sin embargo, la modelación se enseña poco en las prácticas escolares cotidianas. La mayoría de las veces se considera que “problemas verbales” son aquellos que pueden sustituir a la modelación, puesto que se “desnuda” el contexto, sin embargo, el objetivo principal es la *ejercitación matemática*. Sin embargo, como mencionan Niss, et al. (2007), es muy complejo encontrar actividades de modelación *genuinas* dentro del salón de clases de matemáticas.

La importancia de proponer actividades que permitan a los alumnos apropiarse y aplicar conocimientos en situaciones cotidianas, nos motiva a adoptar el ciclo de modelación de Blum y Borromeo para proponer una actividad de aprendizaje. Dicho ciclo es un proceso en el cual el estudiante transita al momento de buscar dar solución a una problemática asociada a un contexto cotidiano o cercano a su realidad. El proceso recorre las siguientes etapas (ver figura 1):

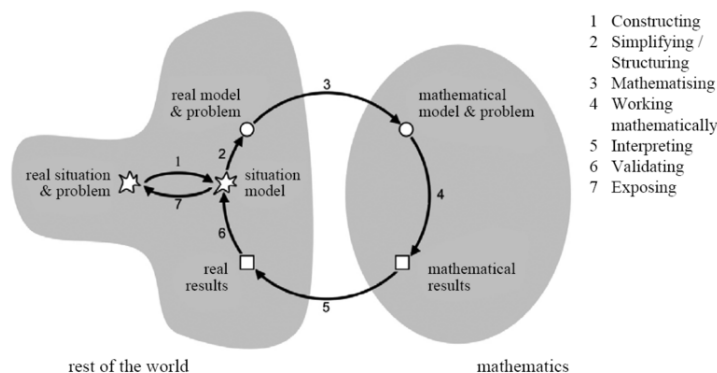


Figura 1. Ciclo de modelación (Blum y Borromeo, 2009)

En el ciclo anterior propuesto por dichos autores se pueden apreciar cinco dimensiones que son pilares del proceso de la modelación. Estas etapas inician con el planteamiento de una situación real o problema, el cual es presentado a los alumnos para que estos tomen una decisión en el marco de la problemática inicial. El segundo momento se encamina a la estructuración de una conexión con la matemática, la cual se denomina *matematización* y se utilizan diferentes representaciones, es decir se analiza la información para generar una o las diferentes relaciones entre los datos y asociación a estructuras simbólicas propiamente del orden del lenguaje matemático. El tercer elemento se enfoca en la propuesta de un modelo matemático del problema. Posteriormente se involucra en el proceso para determinar resultados matemáticos de

modelo propuesto a través de la solución de ecuaciones asociadas al modelo y en donde aparecen de manera natural resultados matemáticos. El quinto elemento está asociado al análisis e interpretación de resultados así como la validación de los mismos de acuerdo al modelo asociado a la problemática o situación real propuesta a los alumnos. En este momento es donde se requiere una reflexión y análisis propiamente del alumno en donde estos toman una decisión o proponen un juicio.

De manera particular, consideramos que la integración de una componente tecnológica beneficiaría la transformación de diferentes representaciones en los momentos 4 y 5 descritos anteriormente, lo cual creemos que permitirá una mejor comprensión de los resultados por parte de los alumnos.

Es por ello, que en el presente documento se tiene como objetivo presentar un ejemplo de situación de modelación donde se integra una componente tecnológica, y a través de su uso, discutir nociones matemáticas diversas y como un apoyo durante el proceso de modelación. Nuestra intención es proveer a los profesores de estrategias y de ejemplos plausibles para el salón de clases.

■ Estimando la altura de una persona: Un ejemplo de situación de modelación con tecnología

Cabe mencionar que este ejemplo que se presenta a continuación fue implementado con los asistentes a un taller durante las actividades de la RELME 30 efectuada en la Ciudad de Lima, Perú en 2017. Este ejemplo que se decidió incluir en dicho taller se basa en el proceso de MM, además de que integra una componente tecnológica que permita también construir significados y que propicia la articulación de modelos como tablas de datos, gráficas y ecuaciones. El propósito que se persiguió con el taller es que a través de situaciones de aprendizaje diseñadas con base en la Modelación, es decir, en el *uso del conocimiento matemático* como una herramienta que permita tomar decisiones, integrando además recursos tecnológicos como calculadoras, los participantes tuvieran una ventana a elementos funcionales del conocimiento matemático que en ambientes de lápiz y papel difícilmente pudiesen vivenciar (Villarreal, 2012).

El objetivo general de la Situación de modelación que se les presenta a los participantes es la de determinar la relación que existe entre la talla de una persona (altura) y la *longitud de pierna* utilizando una regla T y una escuadra. Para ello, se les plantea la siguiente situación real a los participantes:

El manejo nutricional de un paciente depende principalmente de un diagnóstico antropométrico, esto es, de las medidas de su cuerpo. Una de estas medidas imprescindibles al momento de una evaluación nutricional lo constituye la medida de la talla de un paciente. Por ejemplo, la altura es una de las medidas que es necesaria cuando se requiere conocer el índice de masa corporal de un paciente, que relaciona la masa con la altura e indica qué tan alejado o cercano están las personas de su peso ideal o si presentan sobrepeso. Cuando las personas no tienen ningún problema para permanecer de pie y mantener una postura derecha por un tiempo, el cálculo de la talla resulta muy sencillo; sin embargo, en condiciones de distrofia muscular o cuando la persona no puede permanecer de pie, entonces los procedimientos rutinarios no son susceptibles a continuar usándose. Es ahí cuando la medida de la altura de una persona debe ser encontrada por métodos indirectos, es decir, es recomendable que bajo ciertas condiciones, los médicos y enfermeras pudieran contar con alguna técnica que les sirva para estimar la altura de una persona cuando se presentan limitaciones físicas, clínicas o incluso de material de medición.

Posteriormente, se les plantea la siguiente pregunta detonadora de la situación, que representa el modelo real de la situación:

T1. ¿Qué se te ocurre que podríamos hacer para conocer la medida de la altura de un paciente que no puede levantarse de la cama o que por cuestiones de edad, no puede mantenerse en pie?

Las indicaciones posteriores que se le brindan a los participantes tienen por objetivo que el participante proponga un modelo matemático:

Intentemos contestar a la pregunta anterior utilizando un método indirecto para estimar la altura de una persona a partir de la medición de la longitud de la pierna usando para ello una regla T y una escuadra. La técnica de medición que se realizará es utilizada por enfermeras y ha sido comprobada como efectiva y la estimación conseguida es suficientemente confiable (Sierra, 2009).

La longitud de pierna es una medida que se refiere a la altura talón rodilla y se basa en investigaciones de Chumlea quien propone el estudio de los huesos largos para estimar la altura, dado que dichos huesos no sufren modificaciones con la edad. El instrumento para medir la altura talón rodilla es un antropómetro, sin embargo, es un aparato muy costoso, que incluso en los hospitales y clínicas es difícil de conseguir. Sin embargo, la propuesta que realizamos consiste en medir la altura talón rodilla utilizando una regla T y una escuadra (ver figura 2).

En la siguiente imagen se muestra cómo se realiza la medición de la longitud de pierna de una persona:



Figura 2. Medición de la longitud de pierna (tomada de Sierra, 2009; p. 16)

Posteriormente, se les pide a los participantes que se dividan en dos equipos de trabajo, uno conformado por los varones y el otro por las mujeres, dado que el sexo determina datos diferentes. Reunidos en esos dos equipos, se pide a los participantes realizar las mediciones de la *longitud de pierna* de cada uno de los miembros de los equipos.

Posteriormente a la medición de las *longitudes de pierna* de cada uno de los miembros de los equipos, se pide calcular la altura de los mismos. Notemos que la intención es construir un modelo basado en las características de los miembros del grupo que permita predecir la altura de una persona conociendo únicamente su longitud de pierna. Para ello, con los datos obtenidos se les pide completar la siguiente tabla:

Longitud de pierna(cm)						
Altura(cm)						

Posteriormente, con ayuda de la tecnología, que en este caso se puede utilizar la calculadora Classpad400, se determina un modelo que mejor se ajusta a los datos reales obtenidos de los participantes. La intención es que los participantes encuentren que la relación que existe entre la longitud de pierna y la altura es lineal, con lo cual se crearía un primer modelo matemático de la situación basado en una tabla de valores. A manera de ejemplo, presentamos la pantalla de la calculadora Classpad 400 donde es posible analizar los datos recabados posteriormente a la medición por parte de los participantes de las longitudes de pierna y alturas. En dicha imagen, se puede apreciar la tabla que es posible generar con la calculadora y que permite trabajar en una representación tabular de la situación, con la intención de transformar dichos datos, aprovechando la integración de la tecnología, a una representación gráfica de los datos obtenidos (figura 3).



Figura 3. Ejemplos de datos recabados por los participantes y la representación en tablas

Posteriormente se les pide a los participantes qué con ayuda de la calculadora, visualicen dichos datos como parejas ordenadas en un plano cartesiano. Como podemos notar, la tecnología potencia el uso de diferentes representaciones y un diálogo entre estas. Acá conviene que los participantes reflexionen sobre las variables involucradas y el tipo de comportamiento que se establece entre las mismas. Los participantes podrán visualizar algo como lo mostrado en la siguiente figura 4.



Figura 4. Representación tabular y gráfica de los datos recabados

Por medio de un análisis de regresión lineal dado el comportamiento observado de los datos, se obtienen nuevos modelos matemáticos de la situación, involucrando ahora ecuaciones y una recta continua (ver figura 5 y 6):

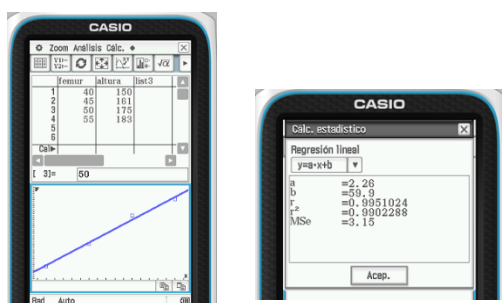


Figura 5 y 6. La recta de regresión y los parámetros de la misma

Por último se solicita a los participantes que reinterpreten el resultado obtenido en términos del problema planteado y la manera en la cual dichos resultados pueden aportar elementos para tomar una decisión sobre cómo poder estimar la altura de una persona con las condiciones planteadas en la situación problema inicial que detonó el estudio de las relaciones, cerrando de esta manera el ciclo de modelación planteado en los elementos teóricos discutido.

■ Comentarios finales

En los apartados anteriores se propone un ejemplo de una situación de modelación cuyo objetivo principal es que los participantes desarrollen modelos matemáticos para la discusión de una situación problema que se les plantea y que tiene que ver con estimar una medida de una manera indirecta; práctica que es muy común en diversas disciplinas científicas. La intención es que los participantes vivencien el proceso de modelación para la toma de decisiones y que por medio de la tecnología, se simplifique, se estructure, se precisen datos y relaciones y se establezcan suposiciones de entrada en el dominio extra-matemático y cómo esto se traduce a un lenguaje matemático que tendrá que ser reinterpretado y validado. De manera que dichas relaciones anteriores dentro del proceso de modelación es lo que sustenta el diseño de las situaciones de aprendizaje.

Esperamos que con este ejemplo se pueda vislumbrar la importancia de la Modelación matemática dentro de las prácticas escolares y que los docentes puedan tomar como referencia dicho ejemplo para potencializar el desarrollo del pensamiento matemático a través de la vivencia de situaciones más cercanas a los estudiantes donde la matemática es una herramienta para la toma de decisiones.

■ Agradecimientos

Este manuscrito presenta algunos resultados en el marco del Proyecto PRODEP “Laboratorio de Innovación y didáctica de las Matemáticas con Tecnología”. Folio: UACOH-PTC-405, Carta de Liberación: DSA/103.5/16/10616

■ Referencias bibliográficas

- Alsina, A. (2006). ¿Para qué sirven los problemas en la clase de matemáticas? *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 43, 113-118.
- Alsina, A. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 85-101.
- Arrieta, J. & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), p. 19-48.
- Biembengut, M. y Hein, N (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Blum, W. y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.
- OCDE (2003). *Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Marcos teóricos de PISA 2003 recuperado de: http://archivos.agenciaeducacion.cl/Marco_de_referencia_evaluacion_version_espanol.pdf
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Part 1. Introduction. En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, p. 3-32. New York: Springer.
- Sierra, M. (2009). Estimación de la talla, adaptando la técnica de medición altura talón-rodilla con regla y escuadra. *Revista Enfermería Universitaria ENEO-UNAM*, 6(3), 14-20.
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3(5), 73-94.