

ANÁLISIS DE CONFLICTOS SEMIÓTICOS EN PROYECTOS DE ESTUDIO SOBRE LA CORRELACIÓN Y REGRESIÓN EN BACHILLERATO

Alejandro Angulo Escamilla, Mabel Toquica Wilches
Gimnasio Vermont. (Colombia)

alejandro.angulo@gimnasiovermont.edu.co, mabel.toquica@gimnasiovermont.edu.co

Resumen

Se comunican avances de un trabajo en el que nos proponemos caracterizar conflictos semióticos de tipo cognitivo que se identifican en 25 informes finales de proyectos de estudio sobre la correlación y regresión, escritos por estudiantes de bachillerato de un colegio privado de Bogotá. Se presentan las características generales del proceso de estudio planificado e implementado, las herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción matemáticos (EOS) utilizadas en el análisis de contenido de los informes escritos, y se discuten las implicaciones de los resultados para la enseñanza.

Palabras clave: conflicto semiótico, correlación, regresión lineal, educación estadística, proyectos estadísticos

Abstract

In this paper, we report the advances of a study in which we propose to characterize semiotic conflicts identified in 25 final reports about correlation and regression analysis projects, written by high school students at a private school in Bogotá. We present the general characteristics of the planned and implemented process of study; the theoretical tools of the Onto-Semiotic Approach (OSA) of mathematical knowledge and instruction used in the semiotic analysis of the written reports. We also discuss the consequences of the outcomes for teaching.

Key words: semiotic conflict, correlation, linear regression, statistics education, statistics projects

■ Introducción

En este trabajo se enfatiza la importancia de otorgar espacios para abordar las temáticas relacionadas con el pensamiento aleatorio y estadístico en bachillerato, en particular la correlación y regresión, puesto que tal pensamiento ocupa hoy un lugar importante en la educación general deseable para los futuros ciudadanos del mundo. El estado de arte sobre el estudio de la correlación y regresión en bachillerato, realizado por Gea (2014) reveló que al tema no se le ha otorgado especial relevancia en el campo de la Matemática Educativa, y que se requieren trabajos que profundicen en el análisis de las prácticas matemáticas asociadas a tareas de correlación y regresión.

Con tal necesidad como eje articulador, se planificó e implementó un proceso de estudio de la correlación y la regresión con estudiantes de bachillerato (16-17 años) de un colegio privado de Bogotá (Colombia), cuyo propósito general era fortalecer la capacidad para interpretar y evaluar críticamente información estadística en diversos contextos, a través del análisis, uso e interpretación de estadísticos de tendencia central, variabilidad y correlación que permitieran explicar y comprender las situaciones-problemas propuestas en el marco del desarrollo de proyectos de estudio. Como productos finales, los estudiantes elaboraron un informe escrito (8 a 10 páginas) reportando el proyecto desarrollado y un póster para la socialización de este en un Congreso (CEA-GV) organizado para tal propósito (Angulo, 2017); estos conformaron la muestra utilizada en el análisis que se presenta.

El estudio tiene como propósito general determinar los significados personales globales y declarados en los productos elaborados por los estudiantes; sin embargo, hemos considerado pertinente y necesario asumir en primera medida la identificación y clasificación de conflictos semióticos ligados a los diferentes objetos que intervienen o emergen en el análisis de correlación y regresión, presentes en los 25 reportes escritos de proyectos de estudio estadístico.

■ Marco conceptual

Consideramos que el enfoque más adecuado para definir y afrontar la problemática esbozada, es el ofrecido por el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007); puesto que asumimos la relatividad cognitiva y socioepistémica del conocimiento matemático, y creemos que desde el EOS se ha ido elaborando una ontología suficientemente rica y compleja para analizar y describir la actividad matemática.

Significados personales e institucionales

El significado de un objeto matemático se define como el sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona (o una institución) realiza para resolver un campo de situaciones-problemas en las que dicho objeto interviene o de las cuales emerge. Esta primera distinción (dualidad institucional-personal), y la relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados en el EOS, conlleva considerar tipos de significados institucionales (*referenciales, pretendidos, implementados, evaluados*) y de significados personales (globales, declarados y logrados) (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011).

Dentro de los significados institucionales conviene considerar que: el *Significado Referencial* para nuestro trabajo se presenta resumido en la figura 1; el *Significado Pretendido* viene dado por el proceso de planificación de la asignatura “Estadística 10^o” del cual se presenta un resumen más adelante; el *Significado Implementado* corresponde al sistema de prácticas relativas al análisis de correlación y regresión en el desarrollo de los proyectos de estudio (las cuales sólo se han analizado parcialmente); y, en cuanto al *Significado Evaluado*, los informes escritos constituyen sólo una parte del mismo, ya que se recabaron otras pruebas tendientes a identificar manifestaciones de comprensión por parte de los estudiantes.

Los significados logrados por los estudiantes dependen fundamentalmente de los significados institucionales, y conviene distinguir los significados personales *Globales, Declarados y logrados*. Son

precisamente los significados declarados y logrados los que analizamos parcialmente a través del análisis de los informes escritos por los estudiantes.

Las prácticas que desarrollan los estudiantes se consideran correctas si se adecúan al significado institucional, por lo que en el EOS surge la noción de *conflicto semiótico*, que se refiere a cualquier “disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas” (Godino, 2002, p.250). El constructo *conflicto semiótico* ayuda a reflejar las relaciones entre objetos matemáticos y los procesos interpretativos en las prácticas matemáticas que explicarían algunos errores de los estudiantes (Godino, Batanero y Font, 2007).

Los objetos matemáticos como emergentes o intervinientes en los sistemas de prácticas

Cuando se realiza una práctica matemática específica, se activa un conglomerado de entidades matemáticas de diversos tipos (situaciones–problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), esta tipología en el EOS permite un análisis detallado de la actividad matemática, para lo cual es necesario desvelar la complejidad implicada, en función de *redes de objetos intervinientes o emergentes de los sistemas de prácticas*; que se conciben como *configuraciones ontosemióticas* de prácticas, objetos y procesos.

En el ámbito de nuestro trabajo, en la realización por parte de los estudiantes de prácticas matemáticas relativas al análisis de correlación y regresión se activaron configuraciones (cognitivas) de objetos y procesos. Entendemos que los significados personales asociados a tales configuraciones pueden, o no, acoplarse con el significado institucional, asociado a una configuración (socioepistémica), de referencia. Por ello, fue necesario establecer los significados de referencia y pretendido del análisis de correlación y regresión en bachillerato; y caracterizar las configuraciones de objetos presentes en los informes escritos por los estudiantes, para que, a partir del análisis de contenido de los diversos elementos de significado expresados en los informes, y de su contraste con el significado institucional de referencia, se pudieran identificar los principales conflictos semióticos.

■ Significado Institucional de referencia

Para establecer el significado institucional de referencia en nuestro trabajo (Figura 1), nos basamos de una parte en un análisis del trasfondo ecológico de las prácticas matemáticas que se desarrollan en la institución, y de otra, en el estudio reportado por Gea(2014).



Figura 1: Elaboración propia con base en análisis, revisión y adaptación curricular del significado de referencia propuesto por Gea (2014, pp. 182 - 184)

En nuestro análisis de las directrices curriculares del Programa del Diploma del Bachillerato Internacional (PD-IBO, 2016), y del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006) encontramos presente la relevancia y el sentido educativo implícito del análisis de correlación y regresión.

■ Diseño instruccional

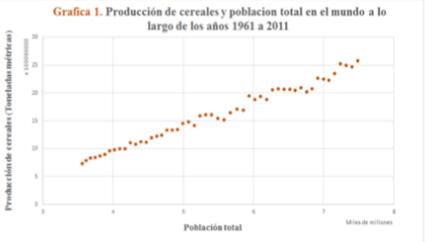
El diseño del proceso de estudio se realizó desde los planteamientos generales de la Enseñanza para la Comprensión (Blythe, 1999), siguiendo en la implementación tres etapas generales: *Exploratoria* (se estudiaron preliminares al análisis de correlación), *Indagación guiada* (los informes escritos son, entre otros, productos de esta etapa) y *Síntesis* (los pósteres y su socialización en el CEA-GV fueron los productos finales) (véase Angulo, 2017). Específicamente, la etapa de indagación guiada se estructuró con base en la propuesta “*Estadística con Proyectos*” (Batanero y Díaz, 2011) en las fases: (a) Planteamiento de un problema; (b) Decisión sobre los datos a recoger; (c) Organización y sistematización de Información; (d) Análisis de datos, (e) Obtención de conclusiones sobre el problema planteado; (f) Formulación de pequeñas inferencias sobre los conjuntos de datos y (g) Redacción de informe final.

En ese sentido, se esperaba promover no solo que los estudiantes comprendieran conceptos estadísticos, sino que también relacionaran sus saberes con la realidad y fueran capaces de referirse a ellos desde una perspectiva estadística. La materialización de cada proyecto en el informe escrito y en el póster de socialización permitió a los estudiantes demostrar habilidades para el análisis de correlación y regresión. Los informes se evaluaron con una rúbrica específicamente diseñada para ello, y se realizó evaluación de pares con doble ciego.

■ Metodología

Seguimos el mismo método de *análisis de contenido* usado por Cobo y Batanero (2004) y Gea, Fernandes, López-Martín y Arteaga (2017), ya que coincidimos en reconocer que nos ofrece la posibilidad de investigar sobre la naturaleza del discurso, y permite analizar con detalle y profundidad el contenido asociado a cualquier elemento ostensivo de la comunicación (expresión); ejemplo de tal análisis se presenta en la tabla 1.

Tabla 1. Ejemplo del análisis semiótico realizado

PLANO DE LA EXPRESIÓN	PLANO DEL CONTENIDO
<p>Grafica 1. Producción de cereales y población total en el mundo a lo largo de los años 1961 a 2011</p>  <p>A primera vista es posible establecer que existe una relación que podría ser descrita como lineal, es decir, que el aumento en el valor de una de las variables se refleja en un aumento en el valor de la otra. Esta relación resulta intuitivamente acertada puesto que, como se mencionó previamente, se espera que, con un tamaño poblacional mayor, la producción de cereales también incrementa.</p> <p>(Unidad de Análisis (Ua4_Mp5): Informe “M” U4. Página 5)</p>	<p>Los datos bidimensionales se presentan en una gráfica (SP1); sin embargo, no es evidente cómo se construye a partir de la relación entre las variables de estudio y la variable tiempo.</p> <ul style="list-style-type: none"> - los juicios de asociación se basan en la gráfica (PC21), y los argumentos son intuitivos no explícitos (A03) - Se caracteriza la asociación como lineal en concordancia con la gráfica presentada; sin embargo, se confunde lo lineal con el sentido de la asociación: "el aumento en el valor de una de las variables se refleja en un aumento en el valor de la otra" (C_PP25, ya que no usa adecuadamente el diagrama para determinar el sentido correctamente) (C_C: Conflicto asociado al concepto de función o relación lineal; que conlleva a C_C31: ya que hay un malentendido de la dependencia funcional lineal). - Se presenta un gráfico de dispersión correcto de los datos bidimensionales (PC13, PP11c), ya que poseen frecuencia absoluta igual a la unidad. (L41). -Se realiza análisis del tipo de dependencia (SP22) a partir del gráfico, pero no se usa la gráfica para establecer la intensidad de la relación. (SP23). (C_PC21, se interpreta sentido y tipo, pero no se establece intensidad de correlación a partir de la gráfica).

Fuente: Elaboración propia. Los códigos utilizados en el plano del contenido corresponden a la configuración presentada en la figura 1.

Hemos seguido cíclicamente las acciones: (a) lectura minuciosa de los informes para determinar unidades de análisis (párrafos-gráficos); (b) se compararon los contenidos de dichas unidades con la configuración epistémica de objetos matemáticos identificada en el significado de referencia (las categorías utilizadas fueron establecidas a priori, tras un análisis detallado del estudio de Gea (2014)); (c) al tener las configuraciones presentes en los informes, se analizaron sus expresiones y se describieron ejemplos prototípicos de los conflictos semióticos que se identificaron de acuerdo con los objetos primarios (lenguajes, conceptos, proposiciones-propiedades, procedimientos y argumentos); (d) se elaboraron resúmenes de los resultados y se discutieron posibles acciones de mejora para evitar o superar los conflictos identificados.

■ Resultados Preliminares

Aunque el estudio está en curso, hemos podido llegar a algunos resultados en relación con nuestros propósitos planteados. De manera general hemos logrado una aproximación a los significados declarados en los informes y, en contraste con el significado referencial fijado, hemos identificado los conflictos que con mayor frecuencia se presentan en los informes escritos. A continuación, la figura 2 presenta un resumen de los conflictos semióticos que encontramos y la Tabla 2 algunos ejemplos prototípicos.

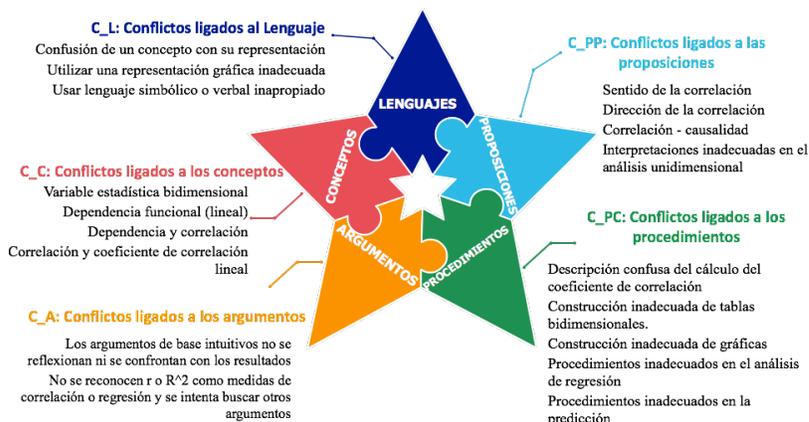


Figura 2. Conflictos semióticos ligados a los objetos primarios

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2. Descripción de conflictos semióticos y ejemplos prototípicos

Conflictos	Ejemplos Prototípicos																		
<p>Descripción de Conflicto C_PP2. Correlación-Causalidad: Conflicto ligado a las propiedades PP2. Dependencia entre variables. Los estudiantes consideran que la asociación de variables solo puede darse cuando existe causa y efecto entre ellas, lo cuál es evidencia de una concepción causal (Gea, 2014).</p>	<p>Informe W, pag. 10: Se empezó este proyecto con una hipótesis que se basaba en que al comparar la cantidad de McDonald's por estado de Estado Unidos y la cantidad de obesos por estado, evidenciaría una relación positiva en cual entre más McDonald's más obesos por estado. acuerdo a los análisis realizados en cada una de las gráficas y subrayando el análisis he en el diagrama de dispersión, es posible evidenciar que esta hipótesis resultó ser falsa no existir una relación entre dichas variables también nos es posible concluir que aumento de dicho restaurant no ha llegado a perjudicar a la población a través de los a por su aumento de franquicias, causándoles obesidad. No necesariamente la obesidad relacionada con el tipo de comida es por esto por lo cual posible a su vez concluir existen otras variables no estudiadas que pueden ser la causa de dicha obesidad.</p>																		
<p>Descripción de Conflicto C_A01-04. Intuiciones -cálculos: Conflicto ligado a los argumentos de base intuitiva en contraste con los basados en estadísticos. Aunque la hipótesis (de base intuitiva) se confronta con los resultados, el esquema de argumentación presenta fallos al suponer que una baja correlación implica no dependencia</p>	<p>Informe Y, pag. 3: RELACIÓN ENTRE CANTIDAD DE ESTUDIANTES Y PUNTAJES PROMEDIO (NO OFICIALES)</p> <table border="1"> <tr><td>MediaX</td><td>46.8197</td></tr> <tr><td>MediaY</td><td>57.4654</td></tr> <tr><td>Sx</td><td>42.7175</td></tr> <tr><td>Sy</td><td>7.7515</td></tr> <tr><td>r</td><td>0.1951</td></tr> <tr><td>p</td><td>0.296</td></tr> <tr><td>Sxx</td><td>1799241.8987</td></tr> <tr><td>Syy</td><td>59245.0162</td></tr> <tr><td>Sxy</td><td>63703.2156</td></tr> </table> <p>Gráfica 2.1: Relación entre cantidad de estudiantes y puntajes promedio (No Oficiales).</p> <p>Informe Y, pag. 9: Con los resultados de las gráficas 2.1 y 2.2 pudimos notar que nuestra hipótesis acerca de la correlación entre el número de estudiantes que presentan las pruebas SABER de cada colegio y su promedio respectivo era errónea, pues al analizar los resultados vimos que el coeficiente de correlación es muy bajo, lo que nos demuestra que el promedio no depende del número de estudiantes.</p>	MediaX	46.8197	MediaY	57.4654	Sx	42.7175	Sy	7.7515	r	0.1951	p	0.296	Sxx	1799241.8987	Syy	59245.0162	Sxy	63703.2156
MediaX	46.8197																		
MediaY	57.4654																		
Sx	42.7175																		
Sy	7.7515																		
r	0.1951																		
p	0.296																		
Sxx	1799241.8987																		
Syy	59245.0162																		
Sxy	63703.2156																		

Fuente: Elaboración propia

■ Conclusiones e implicaciones para la enseñanza

Los conflictos semióticos identificados, junto con las configuraciones cognitivas permiten una descripción o caracterización y análisis de los significados personales declarados en los informes escritos. Estos análisis son fundamentales para realizar un análisis de valoración de la idoneidad didáctica; particularmente, consideramos realizar la valoración de las facetas epistémica, cognitiva e interaccional, de manera que a partir de estas se puedan establecer acciones de mejora tanto en la planificación de procesos de estudio de la correlación y regresión, así como en su implementación en bachillerato.

Para superar o evitar el conflicto “Correlación-Causalidad”, proponemos que en la etapa de indagación guiada del proceso de estudio, se realicen tareas en las cuales la asociación de las variables resulte ser “contraintuitiva”, en el sentido de que se desafíen los argumentos basados en la intuición. Adicionalmente, el análisis nos ha mostrado una alta frecuencia de los conflictos “Asociación lineal - Directamente proporcional” y “Dependencia funcional”; por ello consideramos que en la etapa exploratoria se haga un análisis de los conocimientos previos de los estudiantes acerca de las situaciones de proporcionalidad directa, y que en la etapa de indagación guiada, se propongan tareas en las cuales emerja el concepto de distribución bidimensional en relación con el de dependencia estadística, y se usen gráficas tridimensionales de la distribución.

La escasa presencia de conflictos asociados a los procedimientos de cálculo (de los coeficientes R y R^2 , mínimos cuadrados, etc.), sugiere poca proximidad cognitiva al significado referencial, y una baja representatividad epistémica del significado pretendido/implementado en cuanto a este objeto primario; sin embargo, ello se equilibra con una alta idoneidad en la faceta mediacional, del proceso de estudio, en tanto se incluyeron recursos tecnológicos (Excel, Geogebra, calculadoras graficadoras, entre otros) para apoyar la obtención de los estadísticos necesarios en el análisis de correlación y regresión. En la faceta mediacional, el análisis de las fuentes (bibliográficas y de datos) usadas y referenciadas en los informes, sugiere la urgencia de un análisis semiótico sobre el tratamiento que se da al tema de la correlación y regresión en recursos de internet, por lo menos de aquellos sitios con alto tráfico.

Finalmente, este estudio nos ha permitido reconocer la importancia del análisis semiótico y la pertinencia de las herramientas del EOS en la identificación, análisis y valoración de los significados institucionales y personales de la correlación y regresión en bachillerato. Así como reconocer que la identificación y análisis de conflictos semióticos, es un elemento clave a considerar en la valoración de idoneidad didáctica de procesos de estudio.

■ Referencias bibliográficas

- Angulo, A. (2017). ¿Qué matemáticas uso para interpretar información y tomar decisiones? *Mirada Casual* N° 35, 13-16.
- Batanero, C., y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada.
- Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión: guía para el docente*. Argentina: Paidós.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significados de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (1), 5-18.

- Gea, M.M. (2014). *La correlación y regresión en bachillerato: Análisis de libros de texto y del conocimiento de los Futuros profesores*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada. España.
- Gea, M.M., Fernandes, J. A., López-Martín, M. M. y Arteaga, P. (2017). Conflictos semióticos relacionados con la organización de datos bidimensionales en libros de texto de Bachillerato. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en: enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 247-265.
- International Baccalaureate Organization. (2016). *Mathematics SL Guide*. Cardiff: International Baccalaureate Organization.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.