

## ECUACIONES DIFERENCIALES: TECNOLOGÍA DIGITAL Y FENÓMENOS FÍSICOS CON PERSPECTIVA DE GÉNERO

**Brenda Carranza-Rogério, Rosa María Farfán Márquez**

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. (México)

brenda.carranza@cinvestav.mx, rfarfan@cinvestav.mx

### Resumen

La relevancia de las ecuaciones diferenciales en el currículo de las carreras STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, por sus siglas en inglés) destaca por su amplio campo de uso. La investigación propuesta tiene por objetivo abordar un problema afín a este contexto, modelando fenómenos físicos mediante ecuaciones diferenciales, en donde las nociones de variación involucradas sean analizadas empleando tecnologías digitales para simular cada fenómeno, pues se reconoce la importancia de la contextualización para la significación en matemáticas. En concordancia con ello, se asume al entorno sociocultural como transversal en la construcción de conocimiento matemático. Las características de este entorno influyen en el sentimiento de pertenencia de hombres y, particularmente, de mujeres (como minoría) en las carreras STEM. Por lo tanto, se trabajará con perspectiva de género a lo largo del estudio y, asimismo, se plantea la búsqueda de caminos posibles para un enfoque integrador STEM en entornos donde las disciplinas son vistas de manera aislada.

**Palabras clave:** género, modelación, STEM, ecuaciones diferenciales

### Abstract

The relevance of differential equations in the curriculum of Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) degree courses is highlighted by its wide range of use. This research is aimed at addressing a problem related to this context, modelling physical phenomena through differential equations, in which the notions of variation involved should be analyzed using digital technologies to simulate each phenomenon, as we recognize the importance of contextualization for mathematical meaning. Accordingly, we assume the sociocultural environment as a transversal factor in the construction of mathematical knowledge. The qualities of this environment affect the sense of engagement of men and, particularly, of women (as minority) in STEM degree courses. Therefore, gender perspective will be considered throughout the study and, also, we plan to explore the possible paths for an integrative STEM approach in environments where disciplines are viewed in an isolated way.

**Key words:** gender, physics, technology, differential equations

### ■ La importancia del contexto

Una robusta literatura en Matemática Educativa ha destacado la importancia de la contextualización al abordar diversos conceptos matemáticos en el aula, así como la no siempre evidente relación que estos

contextos tienen con el entorno sociocultural (Cantoral y Farfán, 2003; Steinhorsdottir y Herzig, 2014). En este avance de investigación, se describe un acercamiento para el estudio de situaciones en contexto (particularmente fenómenos físicos) cuya componente sociocultural es mediada por una perspectiva de género transversal que permite enlazar matemáticas y física (a través de la modelación con tecnología) con base en una concepción *funcional* del aprendizaje (Simón, 2015). De este modo, el estudio pretende ser en sí un referente acerca de la incorporación de la perspectiva de género en matemática educativa de manera *transversal* (sin ser el objeto principal de estudio) retomando resultados de la literatura en materia de género para favorecer un entorno de aprendizaje inclusivo.

Conforme se avanza entre los niveles educativos, el rigor y la profundidad que demandan los temas en el área de matemáticas provocan que estos sean abordados de forma aislada y carente de referentes reales. Sin embargo, en las disciplinas propias de su área de especialización (en carreras cuyo enfoque no son las matemáticas puras), se demanda en ciertos casos que los alumnos utilicen los recursos de la clase de matemáticas para la resolución de problemas de aplicación.

Así, las disciplinas se imparten en forma de asignaturas aisladas, con enlaces mínimos o nulos entre ellas que, no obstante, en un principio durante su desarrollo histórico fueron indispensables pues dieron origen y sentido al conocimiento construido. Este fenómeno se observa de manera crítica en el área de matemáticas; como reportan Mendoza y Cordero (2012), “se busca explicar a la matemática desde la matemática misma, soslayando otros campos científicos que le permitieron su desarrollo” (p. 1023).

Retomar las relaciones con otras áreas de conocimiento no implica reconstruir todo el conjunto de situaciones que conllevaron al desarrollo de estas disciplinas, pues ello sería en sí mismo una dificultad adicional al aprendizaje del concepto matemático abordado (Farfán, 2012). Lo que se busca es rescatar aquellos lazos con la realidad que permitan dar significado a las *herramientas* matemáticas.

En este sentido, enfatizamos el término de herramienta pues los resultados de esta disciplina suelen relegarse a un plano utilitario e instrumental. Ello se evidencia en la estructura de los programas de estudio tradicionales para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales en el Nivel Superior, pues las *aplicaciones* suelen estudiarse sin un sentido del uso, con mayor énfasis en las técnicas de resolución de las ecuaciones, tal como señala Fallas-Soto (2015) en el caso de la enseñanza del teorema de existencia y unicidad de las ecuaciones diferenciales de primer orden.

### ■ Un enfoque interdisciplinario: educación integradora STEM

En la actualidad y, en especial, en los países altamente desarrollados, el impulso a las carreras *interdisciplinarias*, e inclusive a la formación académica desde niveles básicos en la cual se integren diversas disciplinas, ha sido remarcado como una necesidad propia del mundo moderno. Marciuc y Miron (2014) afirman que formar competencias transversales es un objetivo clave en la reconstrucción del currículo que requieren los cambios estructurales de la sociedad del siglo XXI (p. 280).

En México, algunas instituciones han comenzado a incorporarlo en sus planes de estudio pues se han mostrado los beneficios que trae consigo; tal es el caso de lo que reporta Rodríguez (2016) en la utilización de diversos recursos tecnológicos para el desarrollo de actividades a través de la modelación matemática en un curso de Ecuaciones Diferenciales (ED). No obstante, este logro resulta viable principalmente para

las instituciones privadas. Pero surge la interrogante acerca de la forma de hacerlo en las instituciones públicas de nivel superior que no pueden incorporar este tipo de propuestas de inmediato debido a los largos procesos requeridos para la renovación de los programas de estudio y la inversión que ello implicaría.

Por lo anterior, esta investigación busca abordar tal problemática partiendo del supuesto de que, aún en estas carreras donde incluso plantear proyectos *multidisciplinarios* (distintas disciplinas no necesariamente articuladas) resulta una ardua tarea de coordinación académica, existen temas en el programa inicial de matemáticas que implican por sí solos una *interdisciplinariedad*. Este es el caso de las ED, ya que por sus características es posible integrarlo con fenómenos de otras disciplinas, ya sea partiendo de su análisis para generar un modelo matemático basado en ED, o bien, empleando las ED para deducir los efectos de dicho fenómeno.

Esta materia (ED) es común en la mayoría de los cursos iniciales en carreras del área STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, por sus siglas en inglés) pues es transversal a varias de las asignaturas esenciales durante la trayectoria escolar. De acuerdo con Sanders (2008), todas las asignaturas propias de la especialidad podrían ser consideradas como parte de la *educación STEM*, pues determina que esta se refiere a la enseñanza en alguna de las áreas que engloba STEM, incluso de manera aislada.

Para fines de la investigación se retoma la definición anterior y, por ende, se asume que este es el tipo de educación del que se parte (enseñanza tradicional), pero el objetivo consistirá en explorar la implementación de alternativas para una *educación integradora STEM* que, de acuerdo con el mismo autor, implica ya una interrelación entre dos o más disciplinas de esta área (Sanders, 2008, p. 21).

En la educación STEM de la mayoría de las instituciones del nivel superior en México, los programas de estudio dan evidencia de una clara tendencia a la algoritmización, a la presentación de teoremas y métodos completamente terminados en donde, si acaso, se deducen soluciones desde el propio desarrollo matemático, aplicando al final las *fórmulas* y procedimientos aprendidos sin hacer mayor énfasis en la interpretación de los resultados y, menos aún, entre las diferentes representaciones de las ecuaciones y sus soluciones (Hernández, 1995).

Entendemos que el generar algoritmos es un paso necesario como síntesis del proceso de aprendizaje, pero igualmente reconocemos que previo a ello debe haber un conjunto de situaciones que le signifiquen y provean de una perspectiva en contexto. De este modo, la indagación que se ha hecho hasta el momento como parte del proyecto de investigación se ha basado en el criterio de contextualizar desde la asignatura, en particular (ED), para dar pie a que sea más fácilmente incorporable en las demás asignaturas de cada carrera.

#### ■ **Uso de tecnologías digitales: modelación y simulación**

Los contextos de uso dependerán de cada carrera, pero se distingue la física como asignatura frecuente en un gran porcentaje de ingenierías de este nivel. Más aún, de manera histórica, la física se ha desarrollado en estrecha relación con las matemáticas, por lo tanto, abordar problemas basados en fenómenos físicos resulta una alternativa natural y sin embargo no ocurre con frecuencia. Una de las razones por la cual este origen ha sido invisibilizado en los programas de estudio tradicionales reside en la incapacidad de abordar

los problemas al no contar con el *material de laboratorio*.

En respuesta a ello, en la actualidad, existe una constante y creciente incorporación de la tecnología como recurso para acceder a contextos que de manera directa sería virtualmente imposible, ya sea por limitaciones económicas, o bien, por la dificultad en la generación de sistemas físicos controlados para la experimentación. Es decir, esto último aplicaría también para aquellos cursos con acceso al material de laboratorio usual.

Se plantea que tales contextos físicos sean explorados mediante el uso de software libre de matemática dinámica, como GeoGebra, que permite la animación de los objetos físicos y matemáticos representados, de tal manera que podemos obtener una *simulación* del fenómeno físico junto con la posibilidad de variar sus parámetros de forma interactiva. En este tipo de programas, nociones de variación como la derivada, velocidad y aceleración pueden ser representados de forma visual, dinámica e interactivamente (Marciuc y Miron, 2014).

Para definir estos parámetros es necesario analizar el problema en cuestión asociándolo con la ecuación diferencial que lo describe. En este sentido empleamos el término *modelación*, pues, si bien la comprensión del significado de modelo matemático no es homogénea en la literatura internacional, puede considerarse como una representación simplificada de una realidad observada, producida para fines específicos a los que se aplican las abstracciones de la teoría (Villa-Ochoa, 2016, p. 112).

De manera más particular, en la revisión realizada sobre modelación (en algunos casos también denominada *modelización*) se distinguieron cuatro enfoques: como herramienta matemática, como interpretación o representación (*matematización*) del mundo real, como un aspecto social y en su relación con la graficación y la simulación.

En el primero entran algunas concepciones como la de Sánchez (2011), quien relaciona la modelación con sistemas de representaciones al afirmar que integra símbolos, signos, figuras, gráficas y construcciones geométricas. Siller (2008) es un poco más específico y determina que la construcción de funciones es una idea central en el tema del modelado.

En este sentido, si la ecuación diferencial es apreciada como la igualdad entre funciones, entre magnitudes que varían con respecto a una variable independiente (que en física se trata usualmente el tiempo), la modelación estaría centrada en el establecimiento de estas funciones y las variables que las determinan. Sin embargo, creemos que la modelación va más allá de una herramienta, pues se encuentra en estrecha relación con la interpretación que hacemos del mundo real.

Esto último corresponde al segundo enfoque, que comparten Pabón, Nieto y Gómez (2015) al ver el modelo matemático como una descripción de un fenómeno del mundo real, cuya finalidad es comprenderlo y, en la medida de lo posible, hacer predicciones del mismo. Así, la modelación se distingue de la simulación en que implica la construcción de una representación, mientras la segunda es un intento por imitar o aproximarse a algo (Sánchez, 2011).

Ambos términos pueden ser enlazados en el sentido de Rubio, Prieto y Ortiz (2016), pues comentan que integrar las tecnologías digitales permite vincular hechos e ideas asociadas a un fenómeno físico entre sí y con los marcos teóricos que los sustentan; por lo cual, ven la simulación como el elemento que permite

fusionar la modelación con las tecnologías digitales para la generación de entornos de aprendizaje que promuevan el desarrollo de conocimiento y habilidades de pensamiento científico en los estudiantes.

Lo anterior provee de una distinción entre los términos, pero a ello puede agregarse la caracterización de Sánchez (2011) quien describe que la diferencia semántica entre modelo y simulación reside en que un modelo es una representación de estructuras, mientras que una simulación, infiere un proceso o interacción entre las estructuras del modelo para crear un patrón de comportamiento.

Finalmente, en cuanto al aspecto social de la modelación, Mendoza y Cordero (2012) comentan que más allá de ser la aplicación del conocimiento matemático, se trata de una práctica social que construye conocimiento y que expresa una funcionalidad del conocimiento, de tal forma que articule la construcción de conocimientos matemáticos para programas como los de ingeniería.

De tal modo que la propuesta no consiste en ver el software de simulación como un recurso que limite el trabajo individual en cuanto que *automaticamente* los procesos de cálculo, sino como un medio para recrear fenómenos reales en donde las matemáticas subyazcan en todo el proceso.

Por lo tanto, se propone el retomar fenómenos físicos a través de animaciones (simuladas e interactivas) que permitan al estudiante ver más allá de meras aplicaciones en la generación de las ED que los modelan y en el modelo generado a partir de ellas mismas. En dicho proceso de modelación, aspectos como la variación, lo *dinámico* y las argumentaciones físicas (sustentadas en el contexto) serán analizados como parte de los objetivos de la investigación.

### ■ Género como perspectiva transversal

La consideración que hasta ahora se ha planteado acerca del entorno de trabajo en matemáticas y física como construcciones de conocimiento en estrecha relación con el contexto sociocultural trae consigo un aspecto asociado a las concepciones estereotipadas de estas áreas. Ello es que las carreras del área STEM suelen asumirse como *masculinas* (Francis, Archer, Moote, DeWitt, MacLeod, y Yeomans, 2017; Good, Aronson y Harder, 2008).

En este sentido, se plantea abordar la problemática considerando a lo largo de todo el estudio una perspectiva de género, pues creemos que cada individuo debe tener las oportunidades que requiera de acuerdo con su situación específica para alcanzar los objetivos que se proponga, es decir, que se desenvuelva en un ambiente equitativo.

La literatura al respecto es amplia, pero incluso en ambientes no académicos esto es percibido. En primer lugar, cabe aclarar que *sexo* se refiere a una categoría con base en diferencias biológicas, mientras que *género* alude a diferencias de orden social. La manera en la cual se establecen los roles entre los sexos es aún diferenciada y remarcada por los medios de comunicación, a la vez que es reproducida en la familia y en la sociedad en general tanto por hombres como por mujeres.

Si bien en la educación y el trabajo (particularmente, del área STEM) la presencia de mujeres ha ido incrementándose conforme al paso del tiempo, la brecha de género persiste de manera crítica en cuanto al ingreso, la permanencia y la especialización o los ascensos (Zubieta y Herzig, 2016).

Por el momento, la indagación realizada contempla de manera general estrategias que se pueden seguir para favorecer estos ambientes equitativos que se buscan. Un concepto clave en materia de género y sus efectos en el aprendizaje de las matemáticas es la *amenaza del estereotipo* (Steele, 1997). Ella consiste en que las mujeres estudiantes, al sentirse en el foco de un juicio negativo sobre sí y su grupo (en correspondencia con una creencia popularizada de que quienes pertenecen al sexo femenino son menos capaces para las matemáticas y las ciencias) ven mermado su desempeño. Good, Aronson y Harder (2008) hallaron, por ejemplo, que hay efectos incluso en aquellas mujeres altamente capacitadas en matemáticas del nivel superior; mostrando además que tal impacto puede ser atenuado y que ello deviene en un mejor aprovechamiento.

Por tanto, además de tener estos resultados en cuenta durante la planeación de la investigación y el planteamiento de la problemática, se ha decidido incorporar esta perspectiva a lo largo de todo el estudio, de tal forma que en las decisiones metodológicas que lo permitan se considere la producción científica en materia de género para incorporarlo en el proyecto.

La investigación abordará esta perspectiva en los tres ejes principales que contempla: la variación en las ecuaciones diferenciales, el uso en fenómenos físicos y la integración de la tecnología en la modelación y simulación. En cada uno de ellos (de manera general: matemáticas, física y tecnología), la literatura reporta una falta de representatividad de las mujeres que, de acuerdo con algunas investigaciones, se puede atribuir a una dificultad por parte de ellas. Sin embargo, otros enfoques sugieren que es en realidad la propia constitución del currículo lo que no permite su inclusión.

En esta línea se encuentra un importante resultado que permite enlazar al género con los tres ejes mencionados, particularmente, a través de la *funcionalidad*: Simón (2015) halló que, en mujeres estudiantes que destacaban en la matemática escolar, sus capacidades no habían sido ni desarrolladas ni expresadas a través de algoritmos o en la aplicación explícita o repetitiva de conceptos, sino a través de *experiencias* con el conocimiento matemático funcional mediante el cual ellas se han relacionado con la matemática a lo largo de su vida. Por lo tanto, los objetivos de la investigación en torno a los ejes mencionados compaginan con este enfoque que provee la perspectiva de género, puesto que se apoyaría el desempeño de las mujeres, en tanto considera *experiencias* (fenómenos físicos) y, de ello, también el aprendizaje de los hombres se puede beneficiar.

## ■ Reflexiones finales

La investigación realizada hasta el momento da luz sobre cómo podría potenciarse el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en hombres y mujeres a partir de la modelación de fenómenos físicos a través de la simulación en software de matemática dinámica en carreras STEM que no cuenten con programas interdisciplinarios. Lo relativo al género se irá delimitando más a lo largo de la investigación; en especial, durante el desarrollo se espera hallar situaciones más específicas para el contexto ingenieril y, especialmente, de los cursos de ecuaciones diferenciales.

Por otro lado, dado que el estudio por ahora es pensado con un enfoque en el inicio de un curso usual de ED, se distinguen algunas etapas para el desarrollo en lo sucesivo de la investigación. Algunos temas como la concepción de la variación, lo dinámico, el establecimiento de relaciones entre *eventos* variables,

el paso de la pendiente a la derivada, la interpretación (argumentación física) de lo que significa solucionar una ecuación diferencial en cuanto a los métodos y sus significados e implicaciones habrán de ser profundizados.

Si bien en un principio el proyecto está dirigido al análisis de problemas asociados a fenómenos físicos, no se descarta la posibilidad de extenderlo a otras disciplinas, con el fin de fortalecer el enfoque de educación *integradora* STEM que se persigue. Así, el término *integración* aplica en este estudio tanto en este sentido, como en el de favorecer un entorno *inclusivo* para las mujeres.

## ■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Fallas-Soto, R. (2015). *Existencia y unicidad: estudio socioepistemológico de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. doi: 10.13140/RG.2.1.1265.6485
- Farfán, R. (2012). *Socioepistemología y ciencia: el caso del estado estacionario y su matematización*. Barcelona, España: Gedisa.
- Francis, B., Archer, L., Moote, J., DeWitt, J., MacLeod, E. y Yeomans, L. (2017). The Construction of Physics as a Quintessentially Masculine Subject: Young People's Perceptions of Gender Issues in Access to Physics. *Sex Roles*, 76, 156–174. doi: 10.1007/s11199-016-0669-z
- Good, C., Aronson, J. y Harder, J. A. (2008). Problems in the pipeline: Stereotype threat and women's achievement in high-level math courses. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 17–28. doi: 10.1016/j.appdev.2007.10.004
- Hernández, A. (1995). *Obstáculos en la articulación de los marcos numérico, gráfico y algebraico en relación con las ecuaciones diferenciales ordinarias*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Marciuc, D. y Miron, C. (2014). Technology integration of GeoGebra software in interdisciplinary teaching. En I. Roceanu (Ed.), *Proceedings of the 10th International Scientific Conference "eLearning and Software for Education" Volume 3* (pp. 280–287). Editura Universitatii Nationale de Aparare "Carol I." doi: 10.12753/2066-026X-14-184
- Mendoza, J. y Cordero, F. (2012). El uso de las ecuaciones diferenciales y la ingeniería como comunidad. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 1023–1030.
- Pabón, J., Nieto, Z. y Gómez, C. (2015). Modelación matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos Ciencia Y Tecnología*, 7(1), 97–102.
- Rodríguez, R. y Quiroz Rivera, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 99–124. doi: 10.12802/relime.13.1914
- Rubio, L., Prieto, J. L. y Ortiz, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation*, 2, 90–111.
- Sánchez, C. (2011). *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Colombia.
- Sanders, M. (2008). STEM, STEM Education, STEMmania, *The Technology Teacher*, 64(4), 20–26.
- Siller, H. (2008). The central idea of modeling - optimization in real-life-situations. *Revista de La Escuela de Ciencias de La Educación*, 4(3), 277-288.
- Simón, M. (2015). *El talento en matemáticas de mujeres adolescentes: una caracterización desde el enfoque socioepistemológico y la perspectiva de género*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de

Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

- Steele, C. M. (1997). A threat in the air: How stereotypes shape intellectual identity and performance. *American Psychologist*, 52(6), 613-629. doi: 10.11.318.9608
- Steinthorsdottir, O. y Herzig, A. (2014). Cultural influences in Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 129-132). Dordrecht, Holanda: Springer Science+Business Media. doi: 10.1007/978-94-007-4978-8
- Villa-Ochoa, J. A. (2016). Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase: el análisis de modelos como ejemplo. En L. Díaz y J. Arrieta (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas en modelación: matemática educativa* (pp. 109–137). Ciudad de México: Gedisa.
- Zubieta, J. y Herzig, M. (2016). *Participación de las mujeres y niñas en la educación y el sistema nacional de ciencia, tecnología e innovación de México: Evaluación nacional con base en el marco de indicadores de equidad de género en la sociedad del conocimiento*. Mexico: WISAT-CONACyT.