

# MEDICIÓN DE LOS NIVELES DE LECTURA E INTERPRETACIÓN DE TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE TERCERO MEDIO DE UN ESTABLECIMIENTO EDUCACIONAL DE LA REGIÓN METROPOLITANA, CHILE

Marcelo Cervantes, Katherine Paredes, Yocelyn Parra, Priscilla Olivares  
Universidad San Sebastián. (Chile)  
mcervantesg@correo.uss.cl, kparedesd@correo.uss.cl, yocelyn.parra@uss.cl,  
priscilla.olivares@uss.cl

## Resumen

Esta investigación analiza los resultados de un cuestionario aplicado a 114 estudiantes de tercer año medio sobre nociones de estadística, esto con el propósito de determinar los niveles de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que poseen los estudiantes en relación a las variables edad, género y plan diferenciado. Para el análisis utilizamos como herramientas teóricas la taxonomía SOLO y los procesos estadísticos aplicados por Monney (2002). Los resultados obtenidos demuestran que el 54.17% de los estudiantes se sitúan en los niveles inferiores de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos.

**Palabras clave:** lectura, interpretación, SOLO, tablas, gráficos

## Abstract

This research analyzes the results of a questionnaire applied to 114 high school 3rd-year students with respect to notions of statistics with the aim to determine the students' levels of reading and interpretation of tables and statistical graphs in relation to the variables: age, gender, and differentiated plan. For the analysis, we use the taxonomy SOLO and the statistical processes applied by Monney (2002) as theoretical tools. The results show that 54.17% of the students are in the lowest levels of reading and interpretation of tables and statistical graphs.

**Key words:** reading, interpretation, SOLO, tables, graphs

## ■ Introducción

Durante los últimos años ha existido un interés por la enseñanza de la estadística. Batanero (2000) explica que este se encuentra relacionado al desarrollo que ha experimentado la estadística como ciencia, y su utilidad para la investigación y la vida profesional. Esto ha generado que un número creciente de personas haga uso de la estadística, provocando una gran demanda de formación básica en esta materia que “ha sido encomendada, en los niveles no universitarios, a los profesores de

matemáticas” (Batanero, 2000, p. 6). En relación a esta formación en los niveles no universitarios, los estudios de Mooney (2002) y Wu (2003) establecen la necesidad de crear y aplicar herramientas que permitan medir los procesos cognitivos que realizan los estudiantes al trabajar problemas de tablas y gráficos estadísticos. Respecto a las investigaciones sobre educación estadística en Chile, Díaz-Levicoy, Arteaga, y Batanero, (2015) afirman que “es escasa y más aún sobre gráficos estadísticos” (p. 232).

La educación estadística es considerada como una disciplina nueva y emergente, que cuenta con una base escasa de datos e investigaciones, las cuales se encuentran de manera imperceptible debido a que las publicaciones existentes están relacionadas con otras ciencias (Estrella, 2010). Por su parte, Hawkins (1997) la define como una disciplina y cuerpo que debe ser estudiado, sin embargo, en los últimos 25 años, han sido pocos los investigadores que han trabajado en esta área, sin mencionar que muchos de ellos nunca estudiaron en educación, o bien, han sido profesores con una limitada formación estadística. Además, advierte y ejemplifica que la investigación empírica no es determinante para desarrollar o evaluar la parte de la educación estadística del currículo de matemáticas (como ocurrió en el Reino Unido), debido a que puede imponerse una organización inadecuada de la enseñanza, dando lugar a falsas percepciones sobre la naturaleza del sujeto (Hart, 1996 citado en Hawkins, 1997). Por esta razón, debe ser investigado cuidadosamente, de modo que los cambios que se demuestren necesarios se puedan implementar antes de que se cause un daño excesivo (Hawkins, 1997, p. 282).

Dentro de los objetivos de la estadística en la educación, Gal y Ginsburg (1994) citado en (Cazorla, 2002) mencionan que las fórmulas y cálculos en un problema estadístico, son el contraste para desarrollar un pensamiento flexible junto a la capacidad de analizar los datos que puede obtener el estudiante, puesto que el pensamiento estadístico, según Espinel, González, Bruno y Pinto, (2009) es “lo que hace un estadístico” (p. 138), ya que abarca una gran cantidad de procesos, entre los cuales se incluyen la organización de datos, resolución concreta de un problema, razonamiento siguiendo un proceso y finalmente, la comprobación de las soluciones. De igual forma, Chance (2000) describe el pensamiento estadístico como la comprensión del por qué y cómo se realizan las investigaciones estadísticas.

El problema a investigar es sobre las dificultades en la lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos, las cuales se presentan de manera constante debido a la tardía inclusión de la estadística en el currículum escolar en Chile (Estrella, 2010). Al mismo tiempo, muchas de estas dificultades no son necesariamente únicas de la estadística, pues se pueden producir desde el currículum (qué y cuándo enseñar), materiales de enseñanza (libros de texto y software educativos), evaluación, formación de profesores, creencias y actitudes de los maestros con respecto a la enseñanza de la estadística; el aprendizaje de los estudiantes, desde el significado, procedimiento, propiedades de conceptos, los problemas, las representaciones y los instrumentos, la capacidad cognitiva de los estudiantes (nivel de desarrollo del pensamiento estadístico), el poder intuir de manera correcta e incorrecta, los aspectos emocionales (sentimientos y actitudes hacia la estadística) y la epistemología de los conceptos (lo que son, la forma en que se produjo, lo que permite resolver problemas y lo que se espera que las dificultades en su aprendizaje) (Batanero, 2000).

Basados en lo anterior, el objetivo de esta investigación es medir los niveles de lectura y comprensión de tablas y gráficos estadísticos en estudiantes de tercer año medio de un establecimiento educacional de la Región Metropolitana en Chile, con el fin de conocer y determinar el nivel de pensamiento estadístico que estos poseen y así, definir cuáles son las principales dificultades que se presentan al trabajar con

tablas y gráficos estadísticos, además de aportar a las investigaciones nacionales sobre educación estadística.

### ■ Marco Teórico

#### Taxonomía SOLO

Fue diseñado en 1982 por Biggs y Collins, con el propósito es entregar a los profesores un instrumento que permita determinar el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes (Huerta, 1997). Donde los estudiantes muestran un ciclo de aprendizaje, en los que se observa la existencia de un progreso jerárquico en la complejidad estructural de sus respuestas (Vásquez, 2012).

Este sistema jerárquico es lo que constituye la Taxonomía SOLO, estructurado en cinco niveles y organizados de forma jerárquica, dependiendo de la cantidad de detalles y la calidad de los mismos. Huerta (1997, p. 45) define estos niveles como:

#### Nivel Preestructural

Representa el uso, en la respuesta, de aspectos no relevantes del modo de funcionar; es decir, que aquellos elementos necesarios para poder identificar un modo de funcionar no son usados.

#### Nivel Uniestructural

Respuestas en las que sólo se usa un aspecto relevante del modo de funcionar.

#### Nivel Multiestructural

Respuestas en las que se procesan diferentes aspectos disjuntos del modo de funcionar, normalmente en una secuencia.

#### Nivel Relacional

Respuestas en las que se manifiesta una comprensión integrada de las relaciones entre los diferentes aspectos usados del modo de funcionar.

#### Nivel de Abstracción Extendida

Respuestas que hacen uso de principios, hechos, procesos, etc. más abstractos que aquellos que describen el modo de funcionar actual.

Estos niveles están relacionados a través de ciertos verbos, los que se resumen en la figura 1.

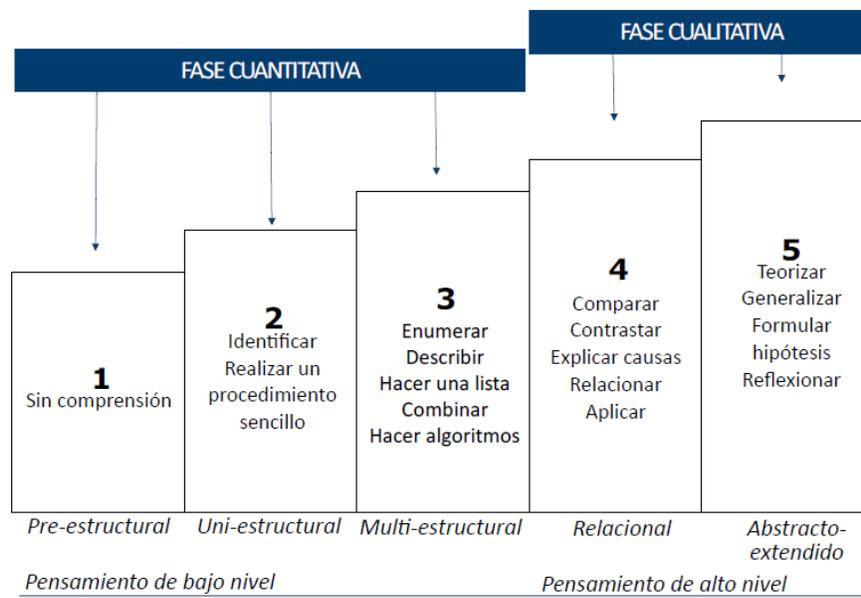


Figura 1. Niveles de la Taxonomía SOLO. Fuente: Henríquez (2016). Curso de perfeccionamiento Deusto/Tuning, (p. 1).

Basado en la figura 1, Vásquez (2012) afirma que se producen dos cambios durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes, que van de menor a mayor complejidad estructural. En el primero se aprecia a medida que las respuestas de los estudiantes están compuestas por una mayor cantidad de detalles; y el segundo se da cuando existe una integración de los detalles en un modelo estructural.

Además, se observa que esta taxonomía “permite clasificar y evaluar el resultado de una tarea de aprendizaje en función de su organización estructural” (Vásquez, 2012, p. 79), pues se basa en una progresión que va desde un nivel de insuficiencia al nivel experto. Asimismo, mediante esta taxonomía es posible realizar una evaluación objetiva y sistemática de la calidad de un resultado, debido a que es posible evaluar de forma integrada componentes cuantitativos y cualitativos existentes en las respuestas de los estudiantes (Vásquez, 2012).

### Procesos Estadísticos

Con el fin de que los estudiantes muestren el pensamiento estadístico, Mooney (2002) afirma que estos deben involucrarse en los procesos de manejo de datos, es decir, aquellas operaciones cognitivas que integran la organización, codificación e interpretación de la información. Shaughnessy, Garfield y Greer (1996) citado en (Mooney, 2002) indican que este manejo implica la utilización de procesos estadísticos: organizar, describir, representar y analizar datos. En base a estos procesos, Mooney (2002) diseña el Middle School Students’ Statistical Thinking (M3ST), en una forma ligeramente modificada:

*Descripción de datos:* La “descripción de datos implica la lectura explícita de datos presentados en listas, tablas o representaciones gráficas” (Mooney, 2002, p. 25). Este proceso incorpora a Wainer

(1992) citado en (Mooney, 2002), quien “considera que la habilidad de leer datos es el nivel elemental de la interpretación de datos” (p. 25). De esta manera, los subprocesos correspondientes al proceso descripción de datos quedan establecidos como: (D.1) Demostrar conciencia de las características exhibidas y (D.2) Identificar unidades de los valores de los datos.

*Organización y reducción de datos:* Este proceso incluye habilidades cognitivas como: ordenar, agrupar y resumir datos. Además, implica la reducción de datos utilizando las nociones de centro y dispersión (Jones et al., 2000). De esta manera, los subprocesos correspondientes al proceso organización y reducción de datos quedan establecidos como: (O.1) Agrupar datos, (O.2) Describir datos usando métodos de posición central y (O.3) Descripción de la dispersión de datos.

*Representación de datos:* En este proceso, la importancia se centra en los datos presentados en el gráfico, pues comprender los datos es crucial para poder traspasarlos del gráfico a una tabla (Jones et al., 2000). Asimismo, el proceso de “representación de datos implica la visualización de datos en forma gráfica” (Mooney, 2002, p. 29). De esta manera, los subprocesos correspondientes al proceso representación de datos quedan establecidos como: (R.1) Construir una visualización de datos y (R.2) Evaluar la efectividad de las visualizaciones de datos.

*Análisis e interpretación de datos:* Este proceso “consiste en identificar tendencias y hacer inferencias o predicciones a partir de una representación gráfica” (Mooney, 2002, p. 28). Además, se incorpora el reconocimiento de patrones, tendencias y excepciones en los datos, además de realizar inferencias y predicciones a partir de los datos (Jones et al., 2000). De esta manera, los subprocesos correspondientes al proceso análisis e interpretación de datos quedan establecidos como: (A.1) Realizar comparaciones dentro de conjuntos de datos o visualizaciones de datos, (A.2) Hacer comparaciones entre conjuntos de datos o visualizaciones de datos, (A.3) Hacer inferencias a partir de un conjunto de datos dado o visualización de datos y (A.4) Hacer inferencias utilizando razonamiento proporcional.

## ■ Metodología

La metodología utilizada posee un carácter cuantitativo, con un alcance correlacional y diseño no probabilístico. A partir de una población de 175 estudiantes de tercer año medio de un establecimiento educacional, particular subvencionado de la región metropolitana, se obtuvo una muestra de tipo incidental de 114 estudiantes, quienes respondieron un cuestionario de veintiocho preguntas acerca de tablas y gráficos estadísticos. Estas preguntas fueron seleccionadas de las pruebas SABER de Colombia, de la prueba de selección universitaria (PSU) de Chile y del preuniversitario Pedro de Valdivia de Chile. Cuyos resultados se estudiaron en base a las variables género, edad y plan diferenciado por cada uno de los procesos estadísticos.

## ■ Resultados

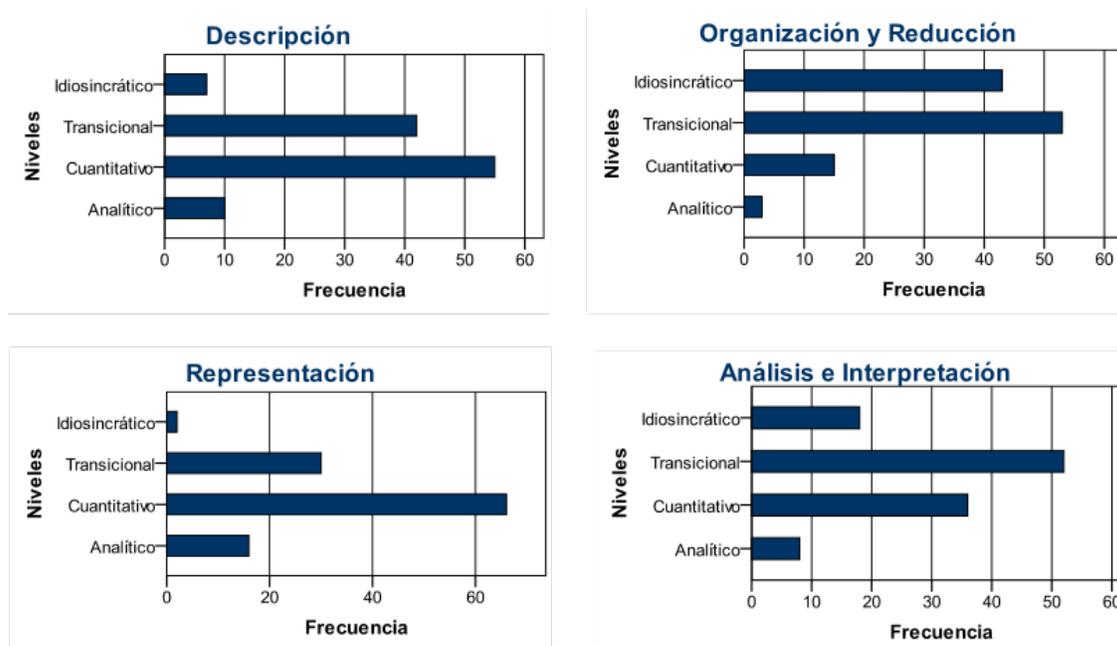
Las respuestas del cuestionario aplicado a los 114 estudiantes respecto a lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos se tabulan y grafican con el fin de conocer en qué nivel se ubican respecto a cada uno de los procesos propuestos por Mooney (2002). Información que se presenta en tabla 1 y figura 2.

**Tabla 1**

Cantidad de estudiantes por nivel en procesos descripción de datos, organización y reducción de datos, representación de datos y análisis e interpretación de datos.

Niveles	Descripción de datos		Organización y reducción de datos		Representación de datos		Análisis e interpretación de datos	
	F.(*)	F.R.(**)	F.(*)	F.R.(**)	F.(*)	F.R.(**)	F.(*)	F.R.(**)
<b>Idiosincrático</b>	7	6.1%	42	37.7%	2	1.8%	18	15.8%
<b>Transicional</b>	42	36.8%	53	46.5%	30	26.3%	52	45.5%
<b>Cuantitativo</b>	55	48.2%	15	13.2%	66	57.9%	36	31.6%
<b>Analítico</b>	10	8.8%	3	2.6%	16	14.0%	8	7%
<b>Total</b>	114	100%	114	100%	114	100%	114	100%

(\*) Frecuencia; (\*\*) Frecuencia Relativa. Fuente: SPSS.



**Figura 2.** Cantidad de estudiantes por nivel en procesos descripción de datos, organización y reducción de datos, representación de datos y análisis e interpretación de datos. Fuente: Consola R.

Los resultados del estudio presentados por medio de la tabla 1 y la figura 2, evidencian que en los niveles superiores (cuantitativo y analítico), un 57% de los estudiantes se sitúa en descripción de datos;

el 15.8% en organización y reducción de datos; el 71.9% en representación de datos; y el 38.6% en análisis e interpretación de datos. Estos resultados coinciden con los expuestos por Monroy (1997), quien afirma que la mayoría de los estudiantes se encontraba en los niveles idiosincrático y transicional.

Al analizar los resultados del cuestionario en relación a las variables género, edad y plan diferenciado (cada una por separado), se obtuvieron los siguientes resultados:

Los resultados según género en los niveles superiores indican que el porcentaje de mujeres y hombres son, respectivamente: 51% y 61.5% en descripción de datos; 10,2% y 20% en organización y reducción de datos; 61,2% y 80% en representación de datos; 42,8% y 35,4% en análisis e interpretación de datos; es decir, en promedio sólo el 41.3% de las mujeres alcanzan los niveles cuantitativo y analítico, a diferencia de los hombres que obtuvieron en promedio un 49,2 %. Estos resultados coinciden con los expuestos por Wu (2004), quien afirma que los estudiantes masculinos obtienen mejores resultados en la lectura de gráficos y las mujeres en las tareas de construcción gráfica.

En relación a la variable edad, los niveles superiores indican que el porcentaje de los estudiantes de 16, 17 y 18 años son, respectivamente: 16,7 %, 57,5% y 64,5% en descripción de datos; 0 %, 15% y 19,4% en organización y reducción de datos; 41,7 %, 77,5% y 74,2% en representación de datos; 25 %, 47,5% y 48,8% en análisis e interpretación de datos; es decir, en promedio sólo el 25% de los alumnos con 18 años alcanzan los niveles cuantitativo y analítico, a diferencia de los menores a 18 años quienes obtuvieron en promedio un 47,5% y 48,8% respectivamente.

Con respecto a la variable plan diferenciado, los niveles superiores indican que los porcentajes de los estudiantes de los planes científico-matemático y humanista son, respectivamente: 64.1% y 42.1% en descripción de datos; 15.5% y 15.8% en organización y reducción de datos; 73.3% y 68.4% en representación de datos; 37.9% y 39.5% en análisis e interpretación de datos. Es decir, en dos de los cuatro procesos los alumnos pertenecientes a los electivos científico y matemático obtuvieron mejores resultados que los humanistas.

## ■ Conclusiones

El estudio permitió evidenciar que el 54.17% de los estudiantes se sitúan en los niveles inferiores de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos. Además, se distinguen dificultades en relación a la comprensión de datos organizados por intervalos; a la interpretación del gráfico de caja y bigotes; al cálculo de las medidas de tendencia central, dispersión y posición. En relación a las variables género, edad y plan diferenciado se presentan diferencias significativas, principalmente en las variables edad y plan diferenciado. Esto permite demostrar que existe la necesidad de diseñar herramientas y aplicar nuevas metodologías que favorezcan el desarrollo del pensamiento estadístico y permitan mejorar la lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos.

## ■ Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *BLAIX*, 15, 2–13. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>

- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Universidade Estadual de Pampinas.
- Chance, B. (2000). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P., & Batanero, C. (2015). Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de educación primaria. In C. Fernández, M. Molina, & N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 229–238). Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5224659>
- Espinel, M., González, M., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las graficas estadísticas. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 133–135).
- Estrella, M. S. (2010). *Instrumento para la evaluación del conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de educación básica*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Hawkins, A. (1997). Discussion: Forward to Basics! A Personal View of Developments in Statistical Education. *International Statistical Review*, 65(3), 280–287. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/1403370>
- Henríquez, A. (2016). Curso de perfeccionamiento deusto/tuning. Recuperado de [https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia\\_solo.pdf](https://historia1imagen.files.wordpress.com/2016/07/taxonomia_solo.pdf)
- Huerta, M. (1997). *Los Niveles de Van Hiele en relación con la Taxonomía SOLO y los Mapas Conceptuales*. (Tesis doctoral en Didáctica de las Matemáticas, Universitat de València, España). Recuperado de <http://mobiroderic.uv.es/handle/10550/38021>
- Jones, G., Thornton, C., Langrall, C., Mooney, E., Perry, B., & Putt, I. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 296–307.
- Monroy, R. (1997). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15), 29–38.
- Mooney, E. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 23–63.
- Vásquez, E. (2012). *Medición del impacto del libro de texto en el aula de clases*. (Tesis Doctoral, Zentrale Hochschulbibliothek Flensburg, Alemania). Recuperado de <http://d-nb.info/1029421323/34>

# PROPUESTA PARA EL DESARROLLO DE PROCESOS COMUNICATIVOS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

John Alexander Alba Vásquez, Sandra Patricia Vidal Astudillo  
Universidad de La Sabana. (Colombia)  
john.alba@unisabana.edu.co, sandravias@unisabana.edu.co

## Resumen

Esta propuesta tuvo como objetivo diseñar, implementar y evaluar una estrategia que contribuyera al desarrollo de los lenguajes natural, gráfico, icónico y simbólico matemático en el aula durante la presentación de la temática de números enteros a estudiantes de educación básica secundaria. La estrategia se presenta describiendo cuatro actividades diseñadas con la intención de fortalecer alguno de los lenguajes mencionados y lo ocurrido durante la implementación de estas. La propuesta obedece a un diseño de investigación acción, donde la docente investigadora analiza los aciertos y dificultades encontrados durante la aplicación de cada una de las actividades y propone sugerencias de mejora.

**Palabras clave:** Relatos de experiencia de aula; básica secundaria; investigación acción

## Abstract

This research was aimed at designing, implementing, and evaluating a strategy that would contribute to the development of natural, graphic, iconic and symbolic mathematical languages while teaching the topic related to whole numbers to basic high school students in the classroom. The strategy is presented by describing four activities that were designed to strengthen any of the languages mention above, as well as to analyze what happened during their implementation. The proposal follows an action-investigation design where the teacher involved in the research analyzes the success and difficulties found during the implementation of each activity and makes suggestions for improvement.

**Key words:** stories on classroom experience, basic high school, action-investigation design

## ■ Introducción

Existen numerosos documentos e investigaciones que argumentan la importancia de fortalecer de manera intencionada la comunicación en el aula de matemáticas. Sfard, (2008); Lee, (2009) y Fandiño, (2010); entre otros, recalcan la importancia de desarrollar prácticas pedagógicas y didácticas que contribuyan al desarrollo de la capacidad de los estudiantes para expresar ideas matemáticas a través del uso de registros escritos como diagramas, dibujos, gráficos, textos y símbolos. De igual forma, destacan el potencial de la oralidad para describir, argumentar y demostrar situaciones, objetos y procedimientos matemáticos.

En este sentido, en Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) en los lineamientos curriculares, reconoce que diversos estudios "han identificado la comunicación como uno de los procesos más importantes para aprender matemáticas y para resolver problemas." (p.74). Así mismo, Sfard (2009) afirma que la comunicación "es la primera fuerza conductora que hay tras todos los procesos cognitivos humanos" (p.71), estableciendo que el aprendizaje y la comprensión tienen una relación directa con la comunicación. Además, indica que "La comunicación se debe ver no como una mera ayuda al pensamiento, sino como equivalente al pensamiento mismo" (p.39).

Por lo anterior, es importante que el profesor de matemáticas incluya en sus prácticas actividades focalizadas en el desarrollo de procesos propios de la actividad matemática como la comunicación (MEN, 2006). Hacer énfasis en el proceso comunicativo, de acuerdo con Fandiño (2010) "se trata de saber elegir el tipo del lenguaje con el cual se va a comunicar la matemática, es decir cuál es el más oportuno, caso por caso" (p.134).

En línea con los anteriores planteamientos, el interés principal de esta propuesta se orienta hacia el diseño e implementación de prácticas de aula que sean eficientes tanto en el desarrollo de los conceptos relacionados con el sistema de los números enteros, como con el fortalecimiento de los lenguajes que se utilizan en el aula de matemáticas.

### ■ Método

La investigación es de carácter cualitativo con alcance interpretativo-interventivo. La propuesta obedece a un diseño de investigación acción (Parra, 2002); en la cual se diseña una estrategia de intervención en el aula que responda a la mejora de los procesos comunicativos en la clase de matemáticas. Cada actividad diseñada se implementa, documenta y evalúa para realizar ajustes que se tienen en cuenta en el diseño de la siguiente actividad. A partir de un proceso de reflexión sobre la práctica, la docente investigadora analiza los aciertos y dificultades encontrados durante la aplicación de cada una de las actividades y propone sugerencias de mejora a las mismas.

Las actividades se diseñaron utilizando el marco de la Enseñanza para la Comprensión (Stone, 1999). En este se plantea que para lograr una verdadera comprensión se deben abordar cuatro dimensiones: la del método, la del conocimiento, la del propósito y la de formas de comunicación; siendo esta última un punto de enlace con la problemática de investigación. Las actividades se implementaron en las aulas del ciclo III a cargo de la docente investigadora.

### ■ Propuesta de Intervención

En total se diseñaron e implementaron 15 actividades que tuvieron como objetivo común el de desarrollar la competencia comunicativa en el área de matemáticas, usando como pretexto el tema de la clase. Cada una de ellas apuntaba a fortalecer al menos un lenguaje específico y se utilizaron diferentes formas de comunicación procurando espacios donde los estudiantes interactuaban entre ellos y con la docente. A continuación, presentamos cuatro de estas actividades.



Figura 1 Ordenando los enteros. La instrucción debe ser clara.

*Actividad 1 Ordenando los enteros. (Lenguaje icónico):* la actividad busca una aproximación al uso del lenguaje icónico como posibilidad de abstracción e interpretación de situaciones reales buscando un tránsito a la generación de esquemas con información relevante que permitan la matematización de la situación.

En la figura 1 se muestra que al ser la instrucción “Dibuja la información del tablero” algunos estudiantes se esmeran en la realización del dibujo descartando la información matemática. Puede ser desmotivante para ellos que después de su empeño en realizar la actividad la docente desaprobe su trabajo porque este no contempla la información matemática que ella esperaba aun cuando hicieron lo solicitado.

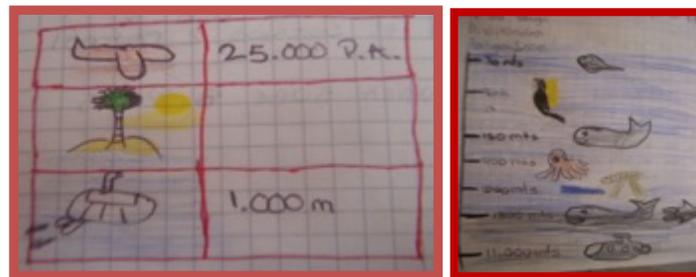


Figura 2. Ordenando los enteros. Algunos estudiantes organizan los números intuitivamente.

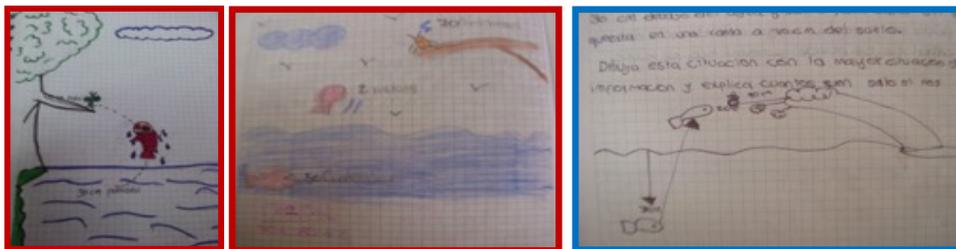


Figura 3. Ordenando los enteros. Algunos estudiantes utilizan símbolos propios para representar la situación planteada.

En la figura 2 se evidencia como algunos de ellos consideran la información matemática y organizan intuitivamente los números, pero no manejan algún tipo de escala.

Mientras que en la figura 3 se puede notar como además de la información matemática ellos involucran información que tienen de sus experiencias personales y utilizan otros registros como líneas punteadas, flechas, sombras y otros símbolos.

Considerando la riqueza de la información que ofrece el dibujo y teniendo en cuenta las situaciones presentadas se sugiere, en una futura aplicación de esta actividad, partir de información que no incluya valores numéricos inicialmente, de tal manera que los estudiantes hagan una representación que luego deben explicar, señalando el significado que tienen para ellos las rectas, flechas, líneas punteadas, sombras y otros símbolos que utilicen, para luego orientar su trabajo con preguntas y posteriormente incluir los valores numéricos disminuyendo la posibilidad de confusión que se presenta cuando estos se incluyen desde el inicio.

Por otra parte, se requiere que el docente sea claro en las indicaciones que les da a sus estudiantes verificando que hayan comprendido lo que espera que ellos hagan, enfocándolos en la esencia de la actividad.

*Actividad 2 Rojas y negras. (Lenguaje natural):* Se busca que a través de un juego de cartas, diseñado con el propósito de introducir la adición de los números enteros, los estudiantes narren el proceso que realizaron desde el registro hasta la organización de los puntajes finales.

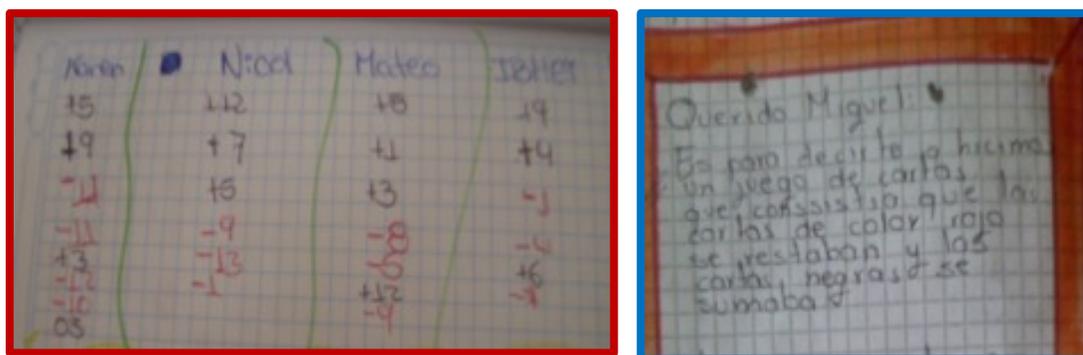


Figura 4. Rojas y negras. Registros realizados por los estudiantes.

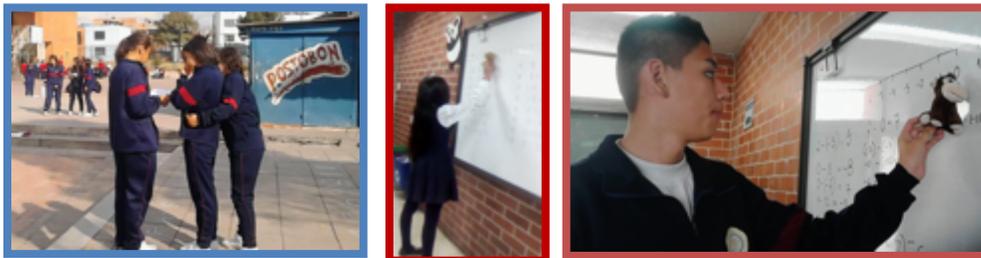
En la figura 4 (izquierda) se observan algunos de estos registros, que incluyen símbolos y colores, posteriormente se les pide explicar verbalmente cómo hallaron los resultados y se ponen en evidencia las estrategias que utilizaron para determinar quién obtuvo mayor puntaje. Finalmente, se les solicita hacer una carta para un compañero ausente (derecha) explicando la actividad de la clase, la cual luego es leída al grupo general. Los demás estudiantes complementan la información, mencionan y corrigen detalles pendientes o poco claros; esto les permite darse cuenta de sus dificultades para expresarse adecuadamente ya que su comunicación no es clara ni eficiente.

La actividad les permite a los estudiantes compartir su experiencia y expresarse utilizando diferentes registros. Aunque su lenguaje natural escrito es precario y sus explicaciones no son detalladas, este va

mejorando en la medida en que la discusión se desarrolla; cada vez procuran ser más claros y concretos para darse a entender.

Incluir la producción escrita fue uno de los aciertos de la actividad ya que le permitió a la docente reconocer aspectos que conceptualmente no eran claros para el grupo.

*Actividad 3 Paseando por la recta real. (Lenguaje gráfico y simbólico):* con esta actividad se busca que los estudiantes utilicen la recta real para representar operaciones de suma y sustracción de números enteros realizando conversiones entre registros simbólicos y gráficos, además de diferenciar el signo – cuando hace parte del número entero, del mismo cuando hace parte de la operación matemática.



*Figura 5.* Paseando por la recta real. Los estudiantes se desplazan por la recta real para hallar solución a las operaciones propuestas.

En la figura 5 se observa que los estudiantes se desplazan físicamente sobre la recta y posteriormente utilizan un muñeco para realizar el desplazamiento. Se evidenció que resultaba más claro el procedimiento cuando observaban el movimiento sin hacer parte de él. En una aplicación futura se sugiere realizar el desplazamiento desde el inicio con ayuda de un automóvil de juguete ya que como se ha planteado la actividad es más fácil asociar los movimientos a este objeto.

Esta actividad les ayuda a los estudiantes a comprender los procesos matemáticos sin caer en la aplicación de fórmulas, y aunque no todos los estudiantes alcanzaron el nivel de uso del lenguaje esperado todos logran una mejor aproximación al concepto desarrollado.

*Actividad 4 La Calculadora en Potencia. (Lenguaje simbólico matemático):* en esta actividad se utiliza la calculadora científica para que a través de la exploración de operaciones con potencias de números enteros, los estudiantes generen conjeturas frente a las propiedades de esta operación.



*Figura 6.* La calculadora en potencia. Los estudiantes usan la calculadora para verificar o contradecir hipótesis que luego son validadas por el curso.

En la figura 6 (izquierda y centro) se observan a los estudiantes planteando hipótesis sobre el comportamiento de los números en la potenciación, una pareja propone “Yo creo que si la base es negativa y el exponente es impar la potencia es negativa”, y luego procede a darle valores a la base y al exponente para corroborar o refutar la hipótesis planteada. Los hallazgos de los estudiantes son escritos en lenguaje matemático (derecha).

La actividad además de ser muy motivante para los estudiantes les permitió formular hipótesis, argumentar, generalizar, proponer y conjeturar. Aunque sería interesante cambiar el “Yo creo que...” por un “Yo creo que... porque...” de esta manera los cambios conceptuales de los estudiantes pueden hacerse más visibles.

También se sugiere que se anticipen preguntas asociadas a los exponentes negativos de tal manera que los estudiantes puedan visibilizar el registro de un número como decimal y su equivalente como fracción, permitiéndoles inferir las propiedades relacionadas.

### ■ Reflexiones

La investigación permite que la docente investigadora sea consciente de la importancia de prestar atención a los procesos comunicativos en el aula, ya que de estos depende en gran medida la comprensión de los conceptos y nociones trabajados. De igual forma, reconoce las diferentes manifestaciones del lenguaje que se ponen en escena cada día como parte de su quehacer pedagógico y de las implicaciones que las elecciones a este respecto tienen en el aprendizaje de sus estudiantes.

### ■ Conclusiones

La acción comunicativa requiere de una interacción continua y activa entre los sujetos que participan en ella, es en esta interacción que el pensamiento se hace visible y se posibilita su desarrollo. Por lo tanto, desarrollar pensamiento matemático en nuestros estudiantes implica hacerlos parte del proceso propiciando espacios en los que se fomente la discusión alrededor de algún concepto, noción u objeto que se construye y reconstruye en el aula, de algún procedimiento o desarrollo algorítmico, de la pertinencia o no de la solución a un problema o ejercicio o de la validez de un argumento.

Los procesos comunicativos median el aprendizaje, es por esto que el profesor debe prestar especial atención a su desarrollo en el aula. Es fundamental que el profesor sea consciente de la necesidad de desarrollar cada uno de los tipos del lenguaje en el aula y de la manera en que los utiliza. Por lo anterior, debe planear y diseñar actividades que favorezcan el uso, por parte de los estudiantes, de diferentes lenguajes para expresar y defender ideas matemáticas.

En las actividades diseñadas debe primar el propósito comunicativo, por lo tanto, la actividad en sí debe prestarse para el diálogo y la discusión. Debe buscar que el estudiante recurra al uso de diferentes lenguajes y registros para apoyar y defender sus ideas. Al estudiante presentar un gráfico, un dibujo, un texto o un desarrollo simbólico debe buscar la comprensión de sus compañeros de la idea que pretende compartir.

Finalmente, si bien el uso del lenguaje debe adaptarse a las necesidades comunicativas de cada situación, se sugiere siempre buscar, por parte del estudiante, el uso de un lenguaje más preciso y formal a medida que se avanza el proceso formativo.

#### ■ Referencias bibliográficas

- Fandiño, M.I. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio.
- Lee, C. (2009). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Morata.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas* Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio.
- Parra, C (2002). *Investigación-acción y desarrollo profesional*. Educación y Educadores, (5)113-125
- Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Stone, M (Comp). (1999) *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.
- Vidal, S. (2017). *El desarrollo de la competencia comunicativa en matemáticas a través de prácticas de aula*. Chía: Universidad de la Sabana.