

ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN AFÍN: UN ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO

Anderson Danny Chavez Marcelo

Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle La Cantuta. (Perú)

AndersonDny@gmail.com

Resumen

En este artículo se comunica los resultados de una investigación, cuyo objetivo es encontrar las causas de algunos de los errores que se manifiestan en el aprendizaje de la función afín en estudiantes del segundo año de educación básica. Como marco teórico-metodológico de corte cualitativo se utiliza al Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) cuyos dos primeros niveles de análisis didáctico responde a preguntas como, ¿qué pasó aquí? y ¿por qué ha ocurrido eso?, para así identificar a los errores y explicar la causa que los origina.

Palabras clave: errores, enfoque ontosemiótico, función afín

Abstract

This paper reports the results of an investigation which is aimed at finding the causes of some errors that second-year basic education students made in the learning of the linear function. As the qualitative theoretical-methodological framework, we use the Onto-semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA), in which case the first two levels of didactic analysis answer questions such as, what has happened here? and why has it happened? in order to identify the errors and explain the cause that originates them.

Keywords: errors, onto-semiotic approach, linear function.

■ Introducción

Una organización de cómo ha cambiado el análisis de errores en la investigación en educación, lo propone Socas (2011), este autor manifiesta que podemos distinguirlos en tres etapas: la primera, enfocada a encontrar errores de tipo matemático; la segunda, la considera como algo normal en los procesos de enseñanza y aprendizaje, además, se considera a otras variables como causales de este (el profesorado, currículo, el contexto, etc.); y la tercera etapa, considera que existe la necesidad de tener marcos teóricos para su identificación, explicación/compreensión y su tratamiento (Radatz, 1979 cp. Socas, 2011).

La motivación nace en la experiencia como profesor en aula del segundo año de secundaria del Colegio Experimental de Aplicación de la Universidad Nacional de Educación (CEAUNE), durante el mes de abril de los años 2015 y 2016, en Perú. Pues, se observaron errores en las acciones de los estudiantes en el aprendizaje de la función afín, ya sea tanto en interacción –en el aula– como en los cuestionarios

(exámenes). Si considerásemos solo la dicotomía de correcto o incorrecto, para el análisis de errores, este no ayudará a comprender el fenómeno sino solo a su descripción y, en consecuencia, no se podrían diseñar e implementar procesos de instrucción eficaces, ya sea, la Ingeniería Didáctica cuya teoría base sea la Teoría de las Situaciones Didácticas, o el EOS u otros. Consideramos a ésta como la principal pertinencia de esta investigación. Como pregunta y objetivo de investigación tenemos, según los constructos del EOS: ¿Cuáles son las causas de algunos de los errores en el significado declarado de la función afín de los estudiantes del segundo año de educación secundaria del CEAUNE? Y para responder a la pregunta se proponen los siguientes objetivos: a) reconstruir el significado de referencia de la función afín del texto, Matemática de la Enseñanza (MEM) y los textos del segundo de secundaria del Ministerio de Educación del Perú (MED); b) reconstruir el significado implementado y construir el significado evaluado de la función afín del CEAUNE; c) identificar algunos de los errores en el significado declarado de la función afín en los estudiantes del segundo año de educación secundaria del CEAUNE; y d) determinar los conflictos semióticos de tipo cognitivo y epistémico de los errores en los significados declarados de la función afín de los estudiantes del segundo año de educación secundaria del CEAUNE.

■ Marco teórico-metodológico

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemáticos (EOS) cuyo uso como marco teórico-metodológico brinda en sus dos primeros niveles de análisis didáctico, el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos. Estos niveles de análisis responden las preguntas, ¿qué pasó aquí? y ¿por qué pasó eso? Con estas herramientas es posible identificar el error y, además explicar/comprender la causa de estos. Estos a través de constructos teóricos que se han venido construyendo como: problema; práctica, objeto, proceso y significado personal e institucional; conflicto semiótico; funciones semióticas y etc. (Godino, Batanero y Font, 2009).

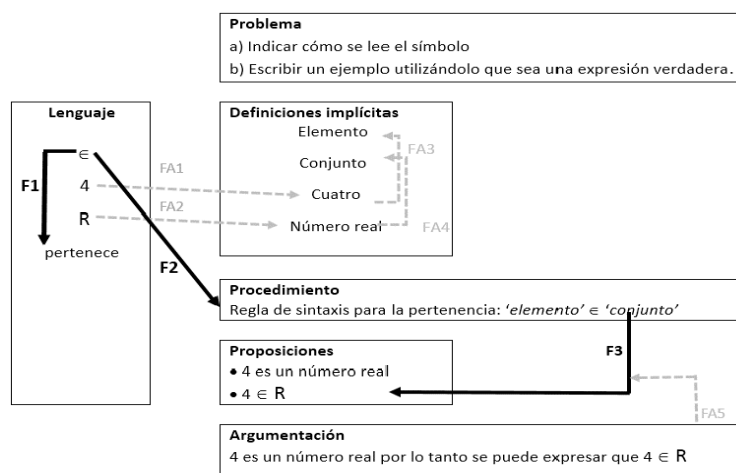


Figura 1. Configuración epistémica y funciones semióticas. Fuente: Distéfano M. y Pochulu M. (2017, p.5)

En la figura 1, se muestra un esquema, que es más operativa que las configuraciones ontosemióticas y funciones semióticas, ya que las asocia; sin embargo, debido a que las reglas o criterios de correspondencia de las funciones semióticas no están explícitas, se realizará algunos ajustes: FR_m , Función Semiótica con criterio representacional de orden "m"; FI_n , Función Semiótica con criterio instrumental de orden "n"; y FC_p , Función Semiótica con criterio componencial de orden "p".

El marco metodológico propuesto por el EOS clasifica a las cuestiones de investigación didáctica según cuatro ejes: el foco, el fin, la generalizabilidad y el nivel de la investigación (Godino, 2002 c.p. Quiroz 2015). Estos ejes son adaptados a la investigación como sigue:

- el foco tiene carácter “epistémico”, debido a la necesidad de construir el significado de referencia de la función afín del texto, Matemática de la Enseñanza Media “MEM” de Lages et al (2000) y de los textos del Ministerio de Educación “MED” (2016), reconstruir el significado implementado de la función afín del CEAUNE y construir el significado evaluado de la función afín soportado en un instrumento (cuestionario),
- éste significado se construyó por la comparación (congruencia) entre las configuraciones ontosemióticas parcial-empírica del significado implementado y el evaluado para así mostrar su validez y confiabilidad por ser de representatividad; así mismo, posee el carácter “cognitivo”, debido a que es necesario identificar los significados declarados de 8 de los estudiantes del segundo año de educación secundaria del CEAUNE y esto se logrará gracias al cuestionario construido;
- el fin de esta investigación es describir los distintos significados institucionales (de referencia, implementado y evaluado) y personales (declarados) de la función afín para su comparación y encontrar algunos de los errores en el aprendizaje del objeto en mención. Además, explicar a través de las funciones semióticas la causa de éstos errores ya sean debido a conflictos semióticos de tipo cognitivo o epistémico;
- la generalizabilidad de este estudio es exploratorio, debido a que se está trabajando con un grupo de 8 estudiantes del 2do año de educación secundaria del Colegio Experimental de Aplicación de la Universidad Nacional de Educación;
- por último, el nivel de análisis es puntual porque está relacionado con los errores en el aprendizaje de la función afín, frente a un cuestionario (no en interacción áulica).

■ Análisis

Potenciales Conflictos Semióticos de tipo Epistémico.

Para encontrar los potenciales conflictos semióticos de tipo epistémico realizamos la comparación entre significados de referencias de la función afín, del texto Matemática de la Enseñanza Media y los textos del MED (instituciones), y la comparación entre sus configuraciones epistémicas globales. Aquí mostramos una práctica y el objeto primario “proposiciones” y la comparación a través de su significado unitario (débil) o conceptual.

Para ambas instituciones, en la práctica: se representa gráficamente una función afín.

El MED moviliza el objeto primario, proposiciones: P7; se denomina función afín a una función que tiene como gráfica una línea recta que no pasa por el origen del plano cartesiano. P3; la representación gráfica de una función f en el plano cartesiano es el conjunto de puntos de coordenadas $(x, f(x))$, donde x pertenece al dominio de f .

Se muestra una disparidad con los significados unitarios de las proposiciones P7 y P3, ya que al considerar a una función afín con dominio entero en P3, esta no acepta a la P7 debido a que se refiere a un conjunto de puntos colineales y no a una línea recta, es decir, esta institución (MED) posee una cierta inconsistencia.

En el texto MEM, se moviliza la siguiente proposición: P2; el gráfico G de una función afín es una línea recta. Este objeto y su significado unitario muestra cierta disparidad con la P3 del MED, la explicación es similar a la anterior, por lo tanto, existe un posible conflicto semiótico de tipo epistémico.

■ Significado Evaluado de la función afín del CEAUNE

En este apartado se presentan: sub problemas, prácticas, esquemas que asocian la configuración epistémica y la trama de funciones semióticas del significado evaluado: problema; Yaneth es una estudiante universitaria a la que le gusta escuchar música de buena calidad y por eso, ha pagado S/120 para ser subscriptora (socia) en una página web y si desea descargar una música solo le costará S/2. La práctica, representa gráficamente (tabla y plano) la función afín:

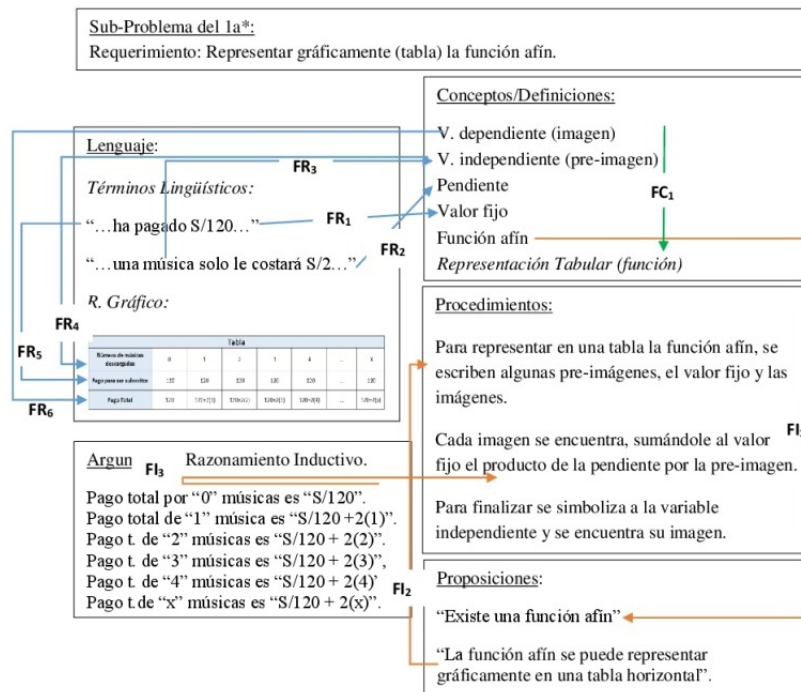


Figura 2. Configuración epistémica puntual y funciones semióticas del problema 1a*. Creación personal

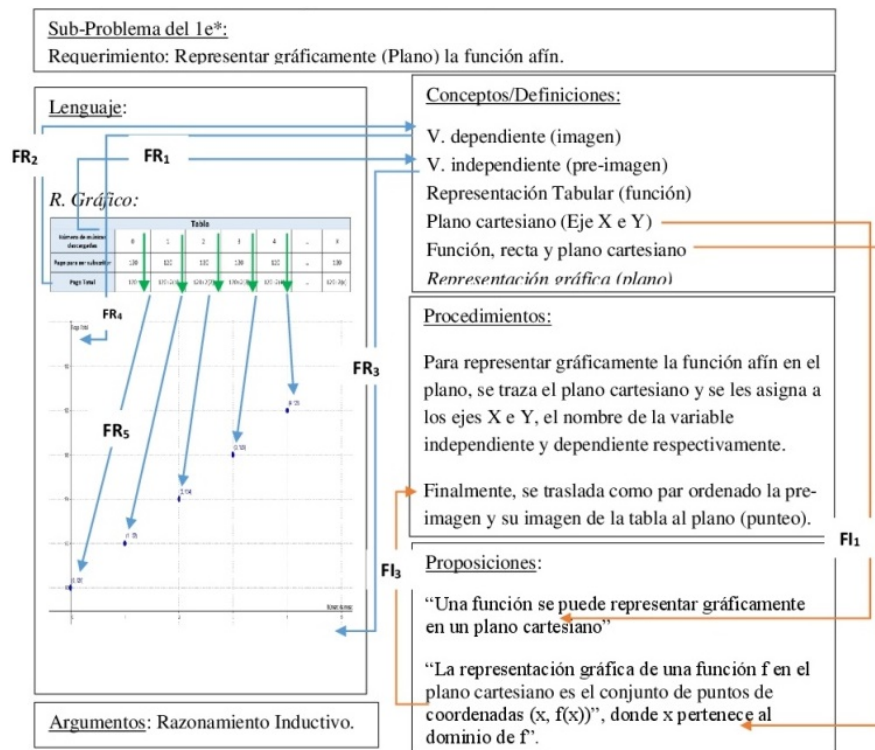


Figura 3. Configuración puntual epistémica y funciones semióticas del problema 1e*. Creación personal

En las figuras 2 y 3, se observa el esquema que mencionábamos. También resaltamos que consideramos como causa de los errores a los conflictos de tipo cognitivo y epistémico, debido a que nos interesa el significado declarado y el evaluado –y no en interacción–, y para explicar estas causas se realizan a través del constructo teórico, funciones semióticas.

■ Significado declarado de la función afín estudiantes

El error para el EOS es la práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución a la cual pertenece. En ese sentido, al analizar el cuestionario presentado a los estudiantes, se encontraron algunos errores en las prácticas: representa gráficamente (tabla y plano), verbalmente, simbólicamente y se calcula el costo de 13 músicas.

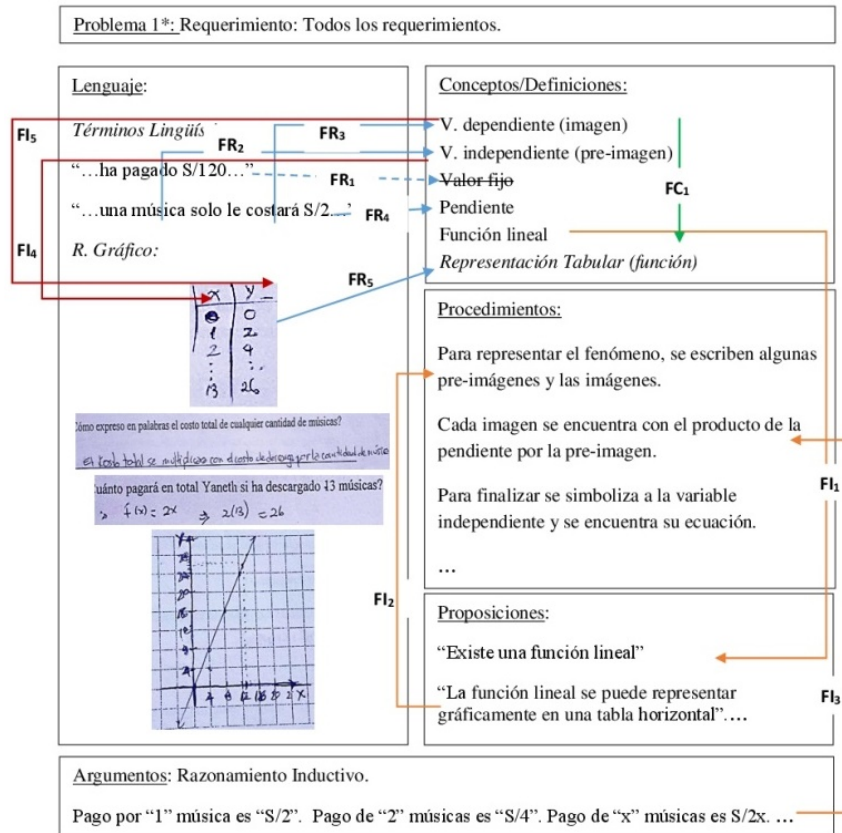


Figura 4. Configuración puntual cognitiva y funciones semióticas del problema 1. Creación personal

La causa del error se apoya en la figura 4: todos los errores en las distintas prácticas se encuentra en un conflicto semiótico de tipo cognitivo y esto se explica al no relacionar con una función semiótica del tipo representacional “FR1”, la expresión “ha pagado S/120” con el significado “valor fijo” (concepto), en esta instancia no podemos decir que existe alguna disparidad entre significados atribuidos a esta expresión, pero sí podemos decir que existe un error por ausencia de relación y no por mala relación. Sin embargo, esto si desencadenará a la FI5 cuya expresión “variable dependiente” le corresponde como significado lingüístico “costo por cualquier cantidad de músicas”, pero dicha institución (MED) acepta como significado de esta expresión como el “costo total por cualquier cantidad de músicas”.

Además, añadimos que, la expresión “se ha pagado S/120” ha generado complicaciones (como se observó con otros estudiantes) en su interpretación debido al tiempo en el que pertenece, es decir, que como S/120 es un pago que ya se realizó, éste no se considera en el fenómeno. Además, por último, en el error “se representa gráficamente la función”, la causa del error se encuentra en un conflicto semiótico de tipo epistémico y se resalta que un principio fue declarado como un conflicto semiótico potencial de tipo epistémico entre los significados unitarios de las proposiciones de las instituciones: MED-MED y EMM-MED, y este puede explicarse al comparar el significado de la función semiótica “FI2” del significado evaluado del CEAUNE, “La representación gráfica de una función f en el plano cartesiano es el conjunto de puntos de coordenadas (x, f(x)), donde x pertenece al dominio de f”, con el significado unitario de la proposición, “Se denomina función afín a una función que tiene como gráfica una línea recta que no pasa por el origen del plano cartesiano”, estos tienen como expresión al concepto función, recta y plano y existe una disparidad entre significados atribuidos a ésta expresión.

■ Consideraciones finales

Algunas causas de los errores son debido a conflictos semióticos de tipo epistémico y cognitivo. Algunas de éstas con relación al significado declarado las presentamos a continuación: Existe un conflicto de tipo cognitivo y la explicación es debido a una ausencia de una función semiótica de tipo representacional, que involucra al “se ha pagado S/120”, con el objeto “valor fijo”: existe un conflicto de tipo epistémico (que fue declarado como potencial en un análisis a priori), cuya explicación está en la comparación entre significado unitarios (conceptuales) de las proposiciones: “La representación gráfica de una función f en el plano cartesiano es el conjunto de puntos de coordenadas $(x, f(x))$, donde x pertenece al dominio de f ” y la proposición “el gráfico G de una función afín es una línea recta”.

Además, debido a la evidencia que se mostró de los potenciales conflictos semióticos de tipo epistémico entre las instituciones de referencia, llegamos a proponer que, estos conflictos pueden ser identificados en un “análisis a priori de los significados de referencias” o mejor llamados “análisis a priori de los errores a través de un conflicto semiótico de tipo epistémico entre instituciones diferentes” como se muestra en la figura 5.

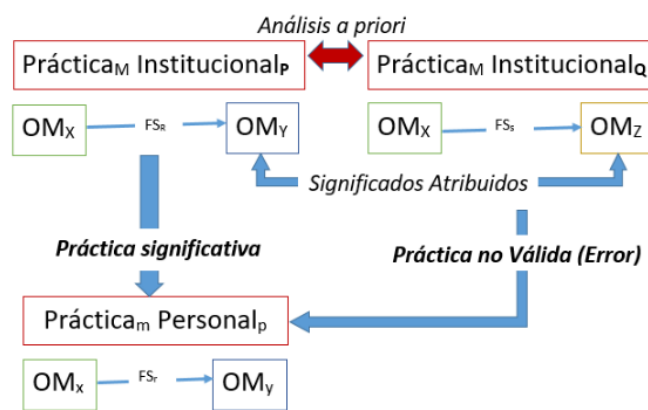


Figura 5. Análisis a priori de los errores en un conflicto semiótico de tipo epistémico entre instituciones diferentes. Creación personal.

Según la figura 5, los símbolos que se ven hacen alusión a: $Práctica_M$ Institucional $_p$, es una práctica cualquiera “M” de una institución cualquiera “P”. OM_x , objeto matemático cualquiera “X” de la Institución P o Q. OM_y , objeto matemático cualquiera “Y” de la Institución P y FS_r , una función semiótica cualquiera “R” de la Institución P. $Práctica_M$ Institucional $_q$, es una práctica cualquiera “M” de una institución cualquiera “Q”. OM_z , objeto matemático cualquiera “Z” de la Institución Q y FS_s , una función semiótica cualquiera “S” de la Institución P. $Práctica_m$ personal $_p$, es una práctica cualquiera “m” de una persona cualquiera “p”, perteneciente a la institución P. OM_x , objeto matemático cualquiera “x” de la persona p. OM_y , objeto matemático cualquiera “y” de la personal p y FS_r , función semiótica cualquiera “r” de la persona p.

Además, se encontró cierta inconsistencia entre una misma institución “MED” (textos del segundo año de secundaria del Ministerio de Educación con relación al capítulo de función afín). Este análisis a priori tiene la misma estructura que se presenta en la figura 5. Resaltamos que, para ambos análisis solo fue

necesario la comparación entre la configuración ontosemióticas y el significado unitario correspondiente a cada expresión, sin embargo, no se realizó un análisis a través de las funciones semióticas y sugerimos que en futuras investigaciones se realice esto, ya que éstos conflictos de este tipo son necesarios para determinar los cognitivos.

Con relación a los conflictos semióticos de tipo cognitivo se observa en la figura 6, que una vez identificada el error y la causa de éste (conflicto tipo cognitivo), la explicación de la causa puede ser a través de las funciones semióticas, ya sea por “mala relación”, que es como normalmente se la presenta a los conflictos semióticos y por “ausencia de relación” que es la comparación de las funciones semióticas de la institución “MED” y la del estudiante –que pertenece a ésta-, esto es posible debido a que se quiere indagar acerca de los errores en el aprendizaje del estudiante y éste ha tenido que haber realizado un acoplamiento progresivo de los significados del objeto en cuestión.

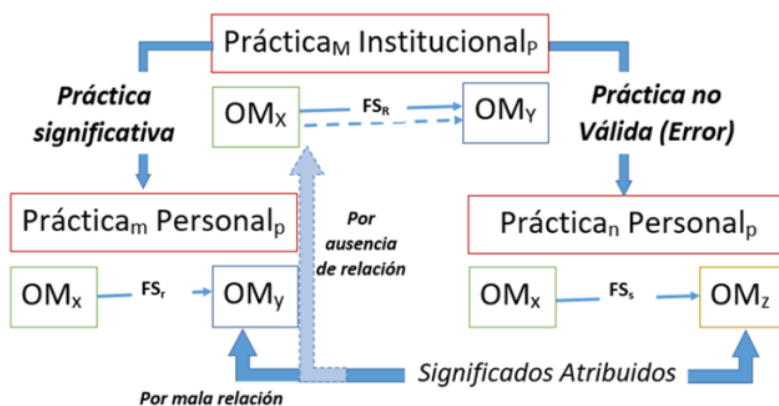


Figura 6. Análisis de errores en un conflicto semiótico de tipo cognitivo. Creación personal.

Según la figura 6, los símbolos que se ven, hacen alusión a: Práctica_M Institucional_p, es una práctica cualquiera “M” de una institución cualquiera “P”; OM_x, objeto matemático cualquiera “X” de la Institución P; OM_y, objeto matemático cualquiera “Y” de la Institución P; FS_R, una función semiótica cualquiera “R” de la Institución P; Práctica_m personal_p, es una práctica cualquiera “m” de una persona cualquiera “p”, perteneciente a la institución P; Práctica_n personal_p, es una práctica cualquiera “n” de una persona cualquiera “p”, perteneciente a la institución P; OM_x, objeto matemático cualquiera “x” de la persona “p”; OM_y, objeto matemático cualquiera “y” de la personal “p”; OM_z, objeto matemático cualquiera “z” de la personal “p”; FS_r, función semiótica cualquiera “r” de la persona “p”; y FS_s, función semiótica cualquiera “s” de la persona “p”. Y, por último, mencionamos que existieron errores que se sistematizaron y por ende la causa de ellos también (independientemente si fue debido a un conflicto semiótico de tipo cognitivo o epistémico) y presuponemos que es debido a la naturaleza de los significados de los objetos matemáticos por ser consideradas como “sistema de prácticas”, en este caso la llamaríamos “sistema de prácticas no válidas”. Añadimos también que existe un origen común a dicho sistema de práctica no válidas en los distintos errores encontrados.

■ Referencias bibliográficas

- Distéfano, M.L. y Pochulu, M. D. (2017). *Trama de funciones semióticas en actividades de simbolización*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.htm
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de didáctica de la matemática. Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemiотicas/sintesis_eos_10marzo08.pdf
- Lages, E., Pinto, P., Wagner, E., & Morgado, A. (2000). *La matemática de la enseñanza media*. Lima: IMCA.
- Ministerio de educación, Perú (2016). *Matemática 2º*. Perú: Santillana.
- Quiroz, J. (2015). *Construcción de un significado de referencia de la adición de números naturales en el sistema curricular peruano de educación primaria*. PUCP, lima.
- Socas, M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas*. Laguna, Tenerife.