

UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA SOBRE LA FUNCIÓN LINEAL EN EL CONTEXTO DE ADMINISTRACIÓN Y NEGOCIOS

Agustín Curo Cubas, Verónica Neira Fernández, Mihály Martínez-Miraval
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. (Perú)
agustin.curo@upc.edu.pe, pcmavnei@upc.edu.pe, pcmammar@upc.edu.pe

Resumen

El presente curso tuvo por finalidad presentar, de una manera alternativa y visual, una forma de trabajar la función lineal, sus elementos y su aplicación en problemas contextualizados. Se presenta una secuencia didáctica, mediada por el GeoGebra, basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, en la que se desarrollan problemas en el contexto de la Administración y Negocios para que los docentes en formación continua trabajen los diferentes registros y puedan movilizar el concepto de función lineal. A partir de lo vivenciado en el curso, se espera que los docentes puedan implementar en su práctica lo aprendido.

Palabras claves: Función lineal, Registro gráfico, Registro verbal, Registro algebraico.

Abstract

This course aims to present a visual alternative way of working with the linear function, its elements and its implementation in contextualized problems. We show a GeoGebra-assisted teaching sequence based on the Theory of Semiotics Representation Records which includes a variety of problems in the field of Business and Administration in order that teachers in continuous training be able to work the different records as well as to use the concept of linear function. We expected that teachers in continuous training be able to put into practice all what they could learn in this course.

Key words: Linear function, Graphical representation, Verbal representation and Algebraic representation

■ Introducción

Existen investigaciones como la de Díaz, Haye, Montenegro y Córdoba (2015); Prada-Núñez, Hernández y Ramírez-Leal (2016) y; Coronado (2015) que ponen en evidencia las dificultades que los estudiantes presentan cuando se desarrolla el tema de función lineal e indican la importancia de incidir en el uso de diferentes registros cuando se trabaja dicho contenido y no sólo con el registro algebraico. Es por ello que el presente curso tuvo como propósito presentar una propuesta de secuencia didáctica, basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (Duval, 1999), para trabajar la función lineal en el contexto de

Administración y Negocios dirigido a docentes de matemáticas en el nivel superior, basándonos en Hoffmann, Bradley y Rosen (2006). Tomamos como metodología de investigación a la Ingeniería Didáctica (Artigue 1995).

En el curso se propusieron dos actividades para ser desarrolladas por los docentes participantes, donde se puso énfasis en las conversiones de registros cuando se trabajaba el contenido de función lineal.

■ Aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica

Duval (1999) señala que las representaciones semióticas son importantes porque la forma de los símbolos en matemáticas en relación con el contenido representado, la diversidad de formas de representación para un contenido representado y el cambio de forma de representación por razones de economía de tratamiento. Un sistema de representación semiótica es un sistema específico de signos relativos a cada representación semiótica. Entonces, la noción de representación semiótica supone la consideración de diferentes sistemas de representación y una operación cognitiva de conversión de un sistema a otro, esto implica obtener representaciones “equivalentes” en otros sistemas.

Pero esta operación no es tan simple, en palabras de Duval (1999),

El paso de un sistema de representación a otro, o la movilización simultánea de varios sistemas de representación en el transcurso de un mismo recorrido intelectual (...) para nada son evidentes o espontáneos para la mayoría de los alumnos. Estos, por lo regular, no reconocen el mismo objeto a través de las representaciones que pueden darse en sistemas semióticos diferentes: la escritura algebraica de una relación y su representación geométrica sobre una recta o en el plano, el enunciado de una fórmula en lenguaje cotidiano y la escritura de esta fórmula en forma literal, etc. (p. 16).

Duval (1999), señala que se puede hablar de registros de representación semiótica, si los sistemas semióticos permiten el cumplimiento de tres actividades cognitivas innatas a toda representación: formación, tratamiento y conversión. La *formación* de representaciones está relacionada a un conjunto de marcas o signos perceptibles que identifican la representación de alguna cosa en un sistema determinado. Un *tratamiento* es una transformación que genera otra representación en el interior del mismo registro. Esta nueva representación puede constituir una ganancia de conocimiento con respecto a la representación inicial. Y la *conversión* es una transformación que genera una representación en otro registro diferente al de la representación inicial, es decir, se realiza una transformación externa al registro representación de partida.

Para el autor, “la conversión de las representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de adquirir para la gran mayoría de los alumnos” (Duval, 1999, p. 49). Entre las razones planteadas figuran: la ausencia de reglas de conversión en la mayoría de los casos, la frecuencia en el cambio de registros realizados por simplicidad y economía de tratamiento y la creencia en que un cambio de registro es inmediato y no presenta complejidad.

Los registros de representación semiótica pueden ser clasificados en cuatro tipos:

Cuadro 1. Clasificación de los registros de representación semiótica. Adaptado de Siano (2007, p. 37)

| | REPRESENTACIÓN DISCURSIVA | REPRESENTACIÓN NO-DISCURSIVA |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>REGISTRO MULTIFUNCIONAL: Los tratamientos no son algoritmizables.</p> | <p>Lenguaje Natural: Asociaciones verbales (conceptos). Forma de razonar: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Argumentaciones a partir de observaciones, de opiniones... ▪ Deducciones validas de teoremas y definiciones. </p> | <p>Registro Figural: Figuras geométricas planas y sus vistas. (Configuraciones de 0, 1, 2 y 3 dimensiones). <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aprehensión operatoria y no solo perceptiva. ▪ Construcción con instrumentos. </p> |
| <p>REGISTRO MONOFUNCIONAL: Los tratamientos son principalmente algoritmizables.</p> | <p>Sistema de Escritura: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Numéricas (binarias, decimal, fraccionaria...) ▪ Algebraicas; ▪ Simbólicas (lenguaje formal). Cálculo. </p> | <p>Registro Gráfico: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Plano cartesiano. ▪ Cambio de sistema de coordenadas. ▪ Interpolación y extrapolación. </p> |

En el curso propuesto se trabajó con los siguientes registros:

- El registro verbal (lenguaje natural) se puede apreciar como una descripción verbal de lo que se espera que el alumno realice.
- El registro gráfico se puede apreciar al graficar las funciones en el plano cartesiano. También se puede considerar el manejo de las coordenadas cartesianas para efectos operativos.
- El registro algebraico se presenta en el manejo de la escritura algebraica.

De lo expuesto, anteriormente, podemos reconocer la importancia de las representaciones dentro de los procesos de enseñanza y de aprendizaje como un mecanismo que permite la mejor aprehensión de un concepto o de un significado.

■ Análisis a priori y a posteriori de la Propuesta

El curso se desarrolló en dos sesiones, en cada una de ellas se aplicaron dos actividades, dichas actividades presentaron problemas contextualizados para la carrera de Administración y Negocios para que se movilen los conceptos: de pendiente y la ordenada en el origen, elementos de la función lineal y que ahora tienen un significado según el contexto del problema dado.

En el análisis a priori se menciona lo que se esperaba en el desarrollo de las actividades por parte de los participantes y en el análisis a posteriori, lo que realmente realizaron en dichas actividades.

En este escrito, se presenta el análisis a posteriori en relación a una parte de la primera actividad en donde el objetivo era que los participantes logren identificar la información que se presenta en la representación gráfica del ingreso y la utilidad para luego hacer conversión hacia los registros algebraicos y verbales, y finalmente, graficar la función costo.

Problema 1

La figura 1 muestra las representaciones gráficas del ingreso I y la utilidad U de una fábrica de lámparas, en base a la información que proporcionan dichas representaciones responda:

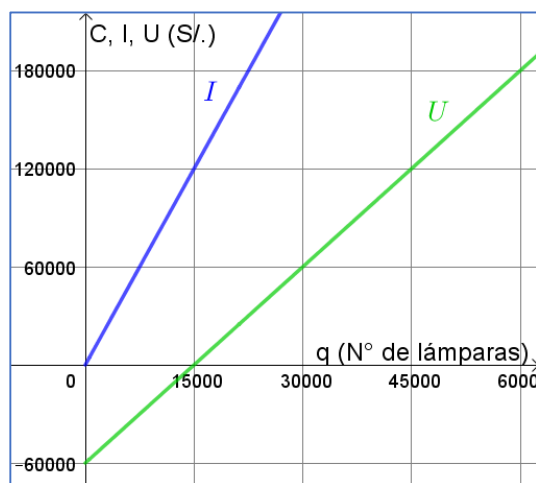


Figura 1. Gráficas de las funciones Ingreso y Utilidad (Problema 1)

a. ¿Cuál es el precio unitario del producto?

En el análisis a priori, se esperaba que los participantes observaran las representaciones en el registro gráfico de la función ingreso I , identificaran los puntos de paso de dicha representación gráfica contextualizando el significado de cada coordenada y luego usaran el registro algebraico para determinar el precio unitario del producto.

Si por 15 000 unidades obtiene un ingreso de 120 000 soles y se sabe que $I(q) = p \times q$, entonces el precio unitario es:

$$p = \frac{120000}{15000} = 8 \text{ soles}$$

También pueden responder haciendo uso directo de los datos numéricos.

Para el análisis a posteriori de las actividades tomamos las respuestas de uno de los participantes del curso.

A posteriori se obtuvo que a diferencia de lo esperado en el a priori, el participante reconoce que el precio es la pendiente de la función ingreso (ver figura 2). Por ello, realiza tratamientos en el registro algebraico haciendo cálculos para hallar el valor del precio unitario.

a. Datos
 Ingreso: $(0;0)$ y $(15000; 120000)$
 $I = p \cdot q$
 \hookrightarrow pendiente
 $p = \frac{120000 - 0}{15000 - 0} = 8$
 $I = 8q$

Figura 2. Desarrollo del ítem a) del problema 1, realizado por un docente participante.

b. ¿Cuál es el nivel de ventas mínimo para dejar de perder?

A priori, se espera que los participantes observen la representación gráfica de la utilidad e identifiquen el punto en donde la utilidad es cero, de esta manera utilizará el registro en lengua natural (verbal) para indicar que cuando se producen y venden 15 000 lámparas se deja de perder.

A posteriori, el docente participante, usando el registro verbal manifestó que se deja de perder cuando se producen y venden 15 000 lámparas.

c. ¿Cuánto es el valor del costo total para el nivel de ventas hallado en el ítem b)?

Esperamos que los participantes primero hagan uso del registro algebraico al plantear la ecuación $U = 0$ cuando $q = 15\ 000$ y además relacione que cuando $U = 0$ también se da que $I = C$, en ese sentido al identificar en la representación gráfica que en $q = 15\ 000$ lámparas el ingreso es 120 000 soles por lo tanto, el costo total es de 120 000 soles.

A posteriori, como se puede evidenciar en la figura 3, el participante ha desarrollado la pregunta según lo previsto en el análisis a priori.

c. Costo Total = ?? cuando $q = 15000$
 $q = 15000 \rightarrow U = 0$
 $\rightarrow I = C$
 $120000 = C$

Figura 3. Desarrollo del ítem c) del problema 1, realizado por un docente participante.

d. ¿Cuál es el valor del costo fijo?

En esta pregunta pensamos que los participantes hagan la conversión del registro gráfico al registro algebraico y relacionarán que cuando $q = 0$, $U = -C_F$; por lo tanto, a partir del registro gráfico de la utilidad se observa que cuando no se produce ninguna lámpara la utilidad es de $-60\,000$ soles, entonces utiliza el registro en lengua natural para indicar que el costo fijo es de $60\,000$ soles.

En el análisis a posteriori, según lo previsto en el análisis a priori, el participante identifica el costo fijo a partir de la representación gráfica de la función utilidad.

d. Utilidad: $U = mq - C_F$
 $\hookrightarrow 60000$
 $C_F = 60000$

Figura 4. Desarrollo del ítem d), del problema 1, realizado por un docente participante.

e. Trace la gráfica del costo total en la figura

A priori pensamos que los participantes tendrán en cuenta que para realizar el registro gráfico del Costo, al ser una función lineal, optarán por utilizar los puntos $(0; 60\,000)$ y el punto $(15\,000; 120\,000)$. En esta pregunta se buscaba las conversiones del registro gráfico al algebraico y del algebraico al registro gráfico.

A posteriori, el profesor participante desarrolló la pregunta según lo esperado, logrando hacer la conversión entre registros y además, contextualizando los datos dados pues identificó los elementos de la función costo

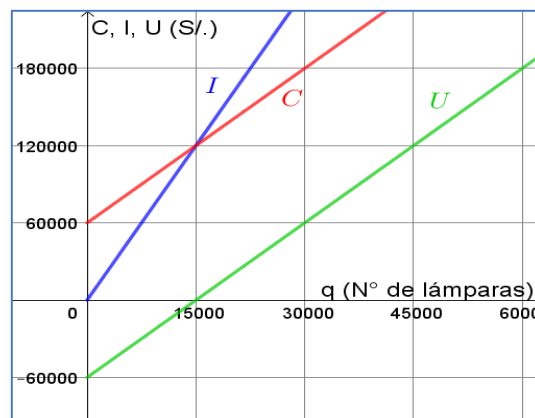


Figura 5. Desarrollo del ítem e), del problema 1, realizado por un docente participante.

Esta propuesta permitió ver una de las aplicaciones de la función lineal dentro del contexto Administrativo y Negocios, entender que dentro de un problema en contexto tanto los puntos de intersección con los ejes, los puntos de intersección entre las rectas y las pendientes respectivas adquieren un significado que nos permite ilustrar uno de los campos donde son aplicadas las funciones lineales.

■ Algunas conclusiones:

- En base a las investigaciones tomadas como referencia, pudimos rescatar que pocas veces se plantean actividades donde los participantes puedan hacer uso de varias representaciones de la Función Lineal en diferentes registros.
- La actividad permite trabajar las diferentes representaciones de la función lineal en los registros verbal, algebraico y gráfico; y reconocer qué conversiones y tratamientos entre representaciones realizan los participantes.

■ Referencias Bibliográficas

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje del cálculo*. Bogotá, Colombia. Editorial Iberoamérica
- Córdoba, L., Díaz, M. E., Haye, E. E., & Montenegro, F. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 41, 20-38. Recuperado de: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo1.pdf>
- Coronado, A. (2015). Un modelo teórico a priori para una caracterización de la competencia matemática representar asociada a la función lineal. *RECME*, 1(1), 119-124. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/8547/1/Coronado2015Modelo.pdf>
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Hoffmann, L., Bradley, I. y Rosen, K. (2006). *Cálculo para administración, economía y ciencias sociales*, 8va ed. Bogotá, Colombia: McGraw-Hill/Interamericana Editores S.A.
- Prada-Núñez, R., Suárez, C. H., & Ramírez-Leal, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de Ingeniería. *Revista Científica*, 2(25), 188-205. Recuperado de: <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/10385/11807>
- Siano, R. (2007). *Un estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental*. Tesis. PUC/SP. São Paulo. Recuperado de: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/dissertacoes/renata_siano_goncalves.pdf