MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE ESTUDIANTES DE MEDICINA

Cintya Gonzales, Victor Papuico, Mónica Cabrera
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. (Perú)
pcmacgon@upc.edu.pe, victor.papuico@upc.edu.pe, monica.cabrera@upc.pe

Resumen
En este trabajo, presentamos una propuesta de Actividad de Estudio e Investigación sobre sistemas de ecuaciones lineales, mediante la modelización matemática, para estudiantes de Ciencias de la Salud. Consideramos que el hacer matemáticas en la universidad es un medio para generar cuestiones problemáticas cuyas respuestas desencadenarán organizaciones matemáticas, que constituyen la razón de ser del nuevo conocimiento a aprender. Por ello, partimos de una pedagogía no monumentalista, para enseñar la matemática de modo que sea más significativa, útil y con conexiones en el desarrollo profesional del estudiante universitario.

Palabras clave: TAD, actividad de estudio e investigación, medicina

Abstract
In this paper, we present a proposal of Research and Study activity on systems of linear equations, by using mathematical modeling for Health Sciences students. We believe that doing mathematics in the university is a means to generate problematic questions whose answers will trigger mathematical organizations, which constitute the raison d'être of the new knowledge to be learned. Therefore, we start from a non-monumental pedagogy, to teach mathematics in such a way that be more meaningful, useful and with connections in the professional development of the university student.

Key words: TAD, research and study activity, medicine

Introducción

Nuestra experiencia en la enseñanza de las matemáticas para estudiantes de la carrera de Ciencias de la Salud, nos llevó a plantearnos la cuestión sobre la forma de enseñar y la manera en la que aprenden los estudiantes para que provean de sentido y funcionalidad a la matemática que se les enseña. Esto hace que nosotros reflexionemos sobre nuestra práctica docente. Por ello, buscamos un marco teórico para sustentar nuestro proyecto de investigación.

Observamos que las matemáticas se presentan de manera acabada donde los conocimientos matemáticos se muestran de forma descontextualizada. No estamos afirmando que sea malo, pero sí sin un fin determinado, el cual al parecer solo posee el objetivo de llenar de contenidos al estudiante, es decir, solo se lleva a cabo el principio de monumentalización de los contenidos matemáticos, en el sentido de Chevallard (2005), según el cual los estudiantes son invitados a visitarlos, mas no a cuestionarlos. Además, en la actividad de estudio, se otorga más valor a las respuestas que a las preguntas.

Con relación a la organización tradicional de los contenidos de enseñanza como indica Barquero (2009), este tipo de organización tiene la desventaja de esconder las cuestiones problemáticas que constituyen la razón de ser de los conceptos, propiedades, técnicas y teoremas que han acabado cristalizando el saber matemático que se pretende enseñar. Asimismo, al situar los elementos teóricos en el origen de la actividad matemática, se tiende a construir tipos de problemas que los alumnos aprenderán a resolver, los cuales se deberán inscribir en uno de estos temas y, por lo tanto, mantendrán un carácter relativamente cerrado y aislado. También, es muy probable que lo mismo ocurra con las aplicaciones que aparecen al final de cada tema como ejemplificaciones específicas de cada uno de los contenidos. Barquero, Bosch y Gascón (2011) sostienen que se prioriza una enseñanza lógico-deductiva que parte de una construcción teórica de las nociones y considera posteriormente sus posibles utilizaciones, a diferencia de un enfoque lógico-constructivo en el que los conocimientos se construyen a partir de cuestiones o problemas prácticos.

Por otro lado, para algunos estudiantes la transición de la secundaria a la universidad es una nueva etapa en la que están desprovistos de herramientas matemáticas para poder desempeñarse con éxito. Además, observamos que desconocen la articulación de los contenidos matemáticos escolares, con lo cual coincidimos con García (2005), quien afirma, en base a sus estudios en España, que no se le brinda la importancia necesaria a la articulación de saberes. Por ejemplo, él refiere los conceptos de las proporciones y las demás relaciones funcionales.

Marco teórico

Tomamos como referencia la Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD) propuesta por Yves Chevallard. La cual ha ido evolucionando desde de la teoría de transposición didáctica, hasta llegar a un dispositivo didáctico denominado Recorrido de Estudio e Investigación (REI), en nuestro caso trabajaremos una Actividad de Estudio e Investigación (AEI) debido a los alcances de la realidad de la sala de clases.

Para esta teoría la didáctica es la ciencia de las condiciones y restricciones de la difusión de las praxeologías en las instituciones de la sociedad. Por ello tiene como base que toda actividad humana puede ser modelizada mediante praxeologías, las cuales están compuestas por un bloque practico-técnico $[T, \tau]$, en la cual encontramos las tareas, tipos de tareas T; y técnicas τ, que son la manera de resolver las tareas. Además del bloque tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$, donde se encuentra la tecnología θ, que envuelve la justificación de las técnicas; y la teoría Θ, que a su vez justifica las tecnologías.

Tipos de praxeologías u organizaciones matemáticas.

Las OM se clasifican de acuerdo al grado de complejidad de sus componentes, en:

Organizaciones matemáticas puntuales (OMP), cuando están constituidas por un único tipo de tareas, que es un conjunto de tareas del mismo tipo.
Organizaciones matemáticas locales (OML) cuando resultan de la integración de varias OMP que comparten la misma tecnología.
Organizaciones matemáticas regionales, las que están constituidas por la coordinación y articulación de

OML referentes a la misma teoría matemática.
Organizaciones matemáticas globales, las que emergen de la agregación de las diversas praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

Por ejemplo, los tipos de tareas que vive en la secundaria, en el caso de geometría, calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia; en álgebra, determinar las soluciones de una ecuación cuadrática, etc. Se debe aclarar que esto depende de la institución I, ya que lo que es una tarea en una I_1, puede ser una técnica o un paso de esta en I_2, para describir cada una de estas OMP, es necesario posicionarnos, Gonzales (2014).

Actividad de estudio e investigación

Chevallard (2005), se centra en la reformulación del problema de la razón de ser de las organizaciones matemáticas que son enseñadas en las instituciones, para lo cual propone la modelización matemática mediante la creación de un dispositivo didáctico, Actividad de Estudio e Investigación (AEI). Este dispositivo se considera como un nuevo tipo de organización didáctica que podemos utilizar como modelo de referencia para el análisis, diseño y experimentación de los modelos docentes no «monumentalistas». Su objetivo principal es el de introducir una nueva epistemología en la escuela cuyo paradigma central viene a reemplazar el paradigma de «inventariar» los saberes por un paradigma de cuestionamiento del mundo con el que se dé sentido y funcionalidad al estudio escolar de las matemáticas en su conjunto. Esto no significa que no consista en el estudio de una situación matemática.

En Bosch y Gascón (2010, p.81), sedefine la AEI como:

> "las AEI vienen determinadas por una organización matemática local (OML) que un profesor Y debe hacer estudiar, reconstruir y hacer accesible a un grupo de alumnos X. Para ello es necesario partir de una cuestión generatriz Q cuyo estudio conduzca a la reconstrucción de los principales elementos de la OML de partida. Se genera así un sistema didáctico que podemos designar como S(X; Y; Q) cuyo desarrollo debe conducir, de alguna manera, a una respuesta final en forma de praxeología. Esta respuesta final se designa generalmente mediante el símbolo $R^{\heartsuit}$ por constituir el objetivo del proceso de estudio que se desea alcanzar. En el caso de un proceso de estudio praxeológicamente finalizado como es una AEI, se impone la condición que $R^{\heartsuit}$ "contenga" los principales componentes de una OML previamente determinada y conocida de antemano, que se designa $R^{\lozenge}$ por construir una respuesta etiquetada de algún modo por la institución escolar."

Para la implementación del AEI, se tiene en cuenta la metodología propia de la TAD, en primer lugar un análisis preliminar, en la que tomamos en cuenta un modelo epistemológico alternativo para el diseño de las actividades. Según Chevallard (2002, citado en Vázquez et al, 2016) en este proceso está asociado a tres momentos:

- Momento de primer encuentro. Se refiere al encuentro con una cuestión matemática, que implica para ser resuelta un tipo de tareas matemáticas. Esta cuestión surge de una situación matemática o extra matemática, y las organizaciones puntuales aisladas no pueden responderla.

- Momento del trabajo de la técnica. Para reconstruir la OML la comunidad de estudio explora el tipo de tareas relacionadas con la cuestión. La exploración hace emerger y elaborar una o más técnicas para enfrentar el tipo de tareas.
- Momento tecnológico-teórico e de institucionalización. En este momento se generan explicaciones y justificaciones que aseguren que las técnicas utilizadas son válidas.

Método

Nuestro trabajo se basa en un enfoque cualitativo, de corte exploratorio, el cual consiste en poner en práctica una nueva forma de enseñar; esto es mediante la AEI en un contexto controlado. La investigación se desarrolla con un grupo de 16 estudiantes voluntarios. Esta propuesta se desarrolla en dos sesiones de clase en un total de cinco horas.

En cada sesión, el profesor es el que dirige la secuencia diseñada, en colaboración con el profesor investigador que es observador participante. Estas tareas permiten generar registros de clase, recogidos mediante la elaboración de un portafolio. Se analizan los resultados obtenidos para determinar la organización matemática efectivamente reconstruida.

Diseño de una AEI basada en las necesidades energéticas

A continuación presentamos el diseño de una parte de la AEI que según Bosch, Fonseca y Gascón (2004) se puede describir en términos de una arborescencia de cuestiones propuestas (en este caso determinadas de antemano) donde se parte de una cuestión generatriz Q_0 hasta las últimas que constituyen las praxeologías cada vez más amplias y relativamente más completas. Además ponemos en evidencia solo algunos tipos de cuestiones que podrían generar las sucesivas praxeologías, y algunas técnicas, tanto previstas como no previstas, que emergieron de este estudio; no describiremos a detalle todos los elementos de las praxeologías.

Partimos de una cuestión cuyo nicho es el ámbito de ciencias de la salud, más concretamente a la nutrición. La cuestión generatriz que planteamos es el siguiente:

Q_0: *¿Cómo podríamos combinar adecuadamente la cantidad de alimento que consumimos a media mañana y en el almuerzo, para que nos aporte las calorías necesarias?*

1. Momento de primer encuentro con T

En una primera etapa se propone listar algunos elementos de los que dependa el problema, en nuestro caso solicitamos a manera de cuestiones; surgieron estas distintas propuestas: índice de masa corporal, índice de grasa corporal, necesidades energéticas tanto para hombres como para mujeres, medidas antropométricas (peso, estatura, contorno de cintura, etc.), cantidad en gramos de alimento, cantidad de calorías que aporta cada alimento, actividad física, cantidad de carbohidratos, proteínas y grasas, etc. En la figura 1, se muestran algunos ejemplos.

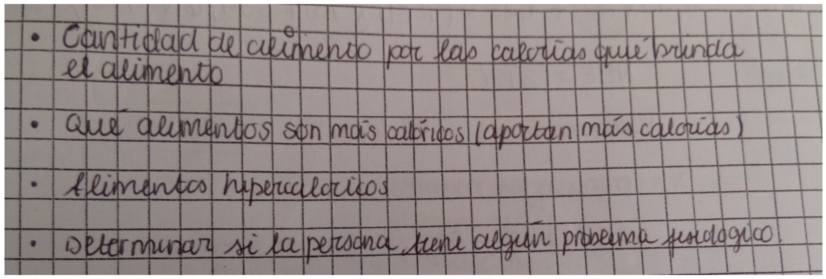

Figura 1. Algunas cuestiones planteadas a partir de Q_0

2. Momento de la exploración de T y de la emergencia de la técnica

Para que los estudiantes puedan identificar las combinaciones de comida a media mañana, se les dio una propuesta de la nutrición de uno de sus compañeros para el cual se le presentó una combinación de dos alimentos. Se plantea la cuestión, la cual hace emerger distintas técnicas.

3. Momento construcción del bloque tecnológico-teórico e institucionalización

Tarea 1 (primera parte)

Consumir 50 g, no importa la cantidad de calorías, deciden plantear su ecuación $5x + 2y = 50$, comienzan a armar combinaciones, de donde surge una ecuación lineal diofántica $ax + by = c$, donde a, b y c son enteros y $ab \neq 0$. En esta tarea surgió la siguiente pregunta: ¿por qué no pueden ser decimales? En esta parte se hace a reflexión de que la solución a la parte matemática está condicionada a la situación planteada.

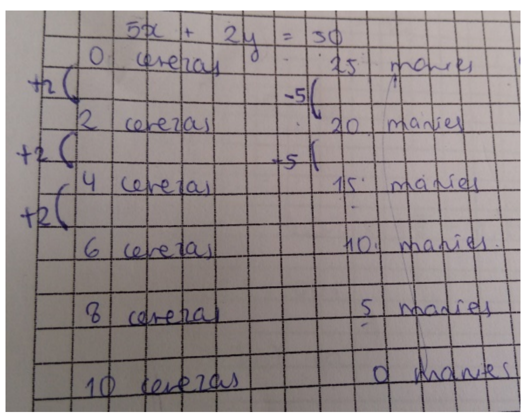

Figura 2. Técnica propuesta por la estudiante X

Cuya técnica está justificada por el siguiente teorema:

Si $g = mcd(a,b)$, $g|c$, y x_0 e y_0 es una solución particular de la ecuación lineal diofántica en dos variables $ax + by = c$, entonces toda solución *x* e *y* está dada por las ecuaciones $x = x_0 + \frac{b}{g}t$ y $y = y_0 - \frac{a}{g}t$, donde *t* es un entero.

Tarea 1 (segunda parte)

Se le da una condición adicional que el total de calorías sea 118, listaron todos los valores que satisface esta ecuación con lo cual llegaron a una sola respuesta.

Esta primera parte se consiguió que los estudiantes se valieran de sus conocimientos para dar solución, emplearon la técnica de la primera parte, encontramos la técnica que denominamos como falsa suposición. Así como algunos estudiantes recordaron las técnicas escolares, hubo otros estudiantes que colocaron ostensivos, pero no le dieron la valencia instrumental, ni semiótica.

$2x + 5y = 50$ y $3x + 10y = 118$

Tarea 2

Para la solución de la tarea era necesario conocer la cantidad de calorías que aporta el agua, la densidad del agua, conversión litros a gramos, los cuales hicieron la búsqueda, el peso y la cantidad de calorías de una manzana. En esta tarea algunos estudiantes hicieron uso de sistemas de ecuaciones, en este caso la técnica más eficaz era la de sustitución.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ \quad dy = e \end{cases}$$

Tarea 3

En esta tarea también se tenía que acceder a una fórmula que pudiera determinar la necesidad energética a media mañana, en donde se debía tener como datos algunas informaciones. Además se dieron cuenta que el planteo de la ecuación tenía la necesidad de emplear una técnica más eficaz que la anterior ya que se tenía ecuaciones donde los resultados no necesariamente daban enteros, por lo que no era posible utilizar la primera técnica, y la segunda porque no era económica.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dy + ey = f \end{cases}$$

Resultados

En primer lugar, comprobamos que la enseñanza mediante cuestiones motivó a los estudiantes a la búsqueda de información y favoreció su autonomía. Las responsabilidades tanto del profesor como de los estudiantes dan lugar a que el estudiante sienta la necesidad de aprender por sí mismo. En segundo lugar, evidenciamos que la diversidad de conocimientos de los estudiantes traídos de la enseñanza secundaria dificulta la construcción y reconstrucción de la actividad matemática. La AEI depende de la institución.

Conclusiones

Se debe tener presente que ante la propuesta de cambios de enseñanza, al inicio, hay un rechazo por parte de los estudiantes, ya que están acostumbrados a la forma de enseñanza tradicional. Pero luego se sienten complacidos que ellos mismos son parte del desarrollo, de la construcción de su aprendizaje. Podemos afirmar que la modelización matemática en el sentido de la TAD, nos ha proporcionado las herramientas necesarias para el diseño e implementación de un dispositivo didáctico, el análisis permitió mostrar la evolución y organización del problema de las cantidades necesarias de calorías, la puesta en práctica permitió generar diversas cuestiones, en cuyas respuestas se hizo presente nuestro modelo de referencia alternativo. De esta forma, los contenidos matemáticos tienen funcionalidad y razón de ser aprendidos.

Referencias bibliográficas

Barquero, B. (2009). *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas*. Tesis de doctorado no publicada, Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Barquero, B., Bosch, M. & Gascón, J. (2011). Los Recorridos de Estudio e Investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las Ciencias Experimentales. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *29(3)*, 339-352.

Bosch, M. & Gascón, J. (2010). Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: de los "talleres de prácticas matemáticas" a los "recorridos de estudio e investigación". En A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade & C. Ladage (Eds.) Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action (p. 49-85), Montpellier, París: IUFM de l'Académie de Montpellier.

Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. *La place des mathématiques vivantes dans l'education secondaire*, *APMEP*, 239-263.

García, F. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Jaén, España.

Gonzales, C. (2014). *Una praxeología matemática de proporción en un texto universitario*. Tesis de maestría no publicada, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.

Vázquez, R., Romo, A., Romo-Vázquez, R., & Trigueros, M. (2016). La separación ciega de fuentes: un puente entre el álgebra lineal y el análisis de señales. *Educación matemática*, *28(2),* p.31-57.

Anexo

Actividades

Tarea 1 (primera parte)

Deseamos combinar adecuadamente la cantidad de alimento que consume, a media mañana, uno de sus compañeros para que le aporte las calorías necesarias.
A media mañana, el consume una merienda que consiste en cerezas y maníes. Debiendo consumir entre los dos una cantidad de 50 g. ¿Cuántos de cada uno es posible consumir?

limento	lasa	alorías por unidad
cereza 	g	cal
maní 	g	10 cal

Tarea 2 (segunda parte)

¿Cuántas cerezas y maníes se deben consumir para cubrir una porción de 50 g que nos aporte 118 calorías?

Tarea 3

Deseamos combinar adecuadamente la cantidad de botellas agua de 500 mL y manzanas de 100 g, que aporta 50 calorías, cada una, para que aporte las calorías necesarias, a media mañana. De tal forma que consuma 700 g entre agua y manzana y un total de 100 calorías.

Tarea 4

Deseamos combinar adecuadamente la cantidad de alimento que consume, a media mañana, uno de sus compañeros para que le aporte las calorías necesarias, a media mañana. De tal forma que consuma 50 g, entre cerezas y maníes, y cubra sus necesidades energéticas en la merienda.