

CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA DE UNA TAREA ASOCIADA A LOS NÚMEROS NATURALES PRESENTE EN UN TEXTO DEL V CICLO

Edwin Cristian Julian Trujillo, Flor Isabel Carrillo Lara, Cecilia Gaita Iparraguirre
Pontificia Universidad Católica del Perú. (Perú)
ecjuliant@pucp.pe, f.carrillo@pucp.edu.pe, cgaita@pucp.pe

Resumen

En este reporte se presenta el análisis epistémico de una tarea asociada a los números naturales, presente en un texto oficial. Tomando como elemento teórico la noción de configuración epistémica desarrollada en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, se construyó el significado de referencia en la institución educación primaria en relación a tareas que requieren considerar la estructura de los números naturales. A partir de ello, se analizó una tarea presente en el texto oficial, encontrándose que predomina el lenguaje verbal y simbólico, se enfatiza en el uso de propiedades y operaciones fundamentales de los números naturales, además los argumentos empleados corresponden al método deductivo.

Palabras clave: configuración epistémica, Objetos matemáticos, Números naturales

Abstract

In this report, we present the epistemic analysis of a task, which appears in an official textbook, associated with natural numbers. Taking as a theoretical element, the notion of epistemic configuration developed in the Onto-semiotic Approach of mathematical knowledge and instruction, we constructed the meaning of reference, in the primary education institution, in relation to tasks that need to consider the structure of natural numbers. In the analysis of the task in the official textbook, we found that verbal and symbolic language is predominant; the use of properties and fundamental operations of natural numbers is emphasized, and; the arguments used come from the deductive method.

Key words: epistemic configuration, mathematical objects, natural numbers

■ Introducción

El presente artículo es un recorte de la tesis de investigación de Trujillo (2017), en la que se realizó un análisis epistémico de veinte tareas estructurales es decir, tareas en las que el objeto de estudio son las operaciones y propiedades de los números naturales, fraccionarios y expresiones con decimales positivos (números racionales) que están presentes en los libros de textos de matemáticas del V ciclo del sistema educativo peruano (libros para estudiantes de 10-11 años de edad).

Se sabe que al empezar la educación secundaria, los estudiantes presentan errores al resolver ecuaciones esto como consecuencia de varios factores. Al respecto Castellanos y Obando (2009) manifiestan que una de las causas es la incorrecta interpretación de propiedades, definiciones, lenguaje y errores al operar algebraicamente. Los investigadores señalan que los estudiantes que no dominan las operaciones con números traducen estos errores al campo algebraico haciendo hincapié en que se debe enseñar al estudiante la aplicación correcta de las propiedades y operaciones.

Por otro lado, este conjunto de errores es motivado según indica Socas (2007) por la forma como se enseñan las propiedades de las operaciones básicas tales como: la adición, sustracción, multiplicación y división. Según el autor esto se debe a que todas las propiedades se enseñan juntas, sin profundizar en cada una de ellas por separado. El investigador recalca en la enseñanza adecuada de las propiedades y manifiesta la confusión por parte de los estudiantes al emplear la propiedad distributiva como la asociativa del producto, inclusive añade que ante expresiones con operaciones combinadas, se jerarquiza el uso de los signos de agrupación, desarrollando primero los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves. Es así que cuando los mismos se enfrentan a operaciones combinadas donde intervienen letras y números utilicen el mismo procedimiento mencionado.

Debido a lo señalado Obando (2009) y Socas (2007) y por otros investigadores del área de Educación Matemática es necesario construir paulatinamente las nociones de operaciones y propiedades de las estructuras numéricas de los números naturales.

En particular, el objetivo de este artículo es realizar un análisis epistémico de una tarea asociada a los números naturales. Esto nos lleva a analizar los recursos didácticos disponibles, que en este caso se refiere a un texto de matemáticas del V ciclo de educación primaria, Matemática 5.

En cuanto a los libros de texto, Font y Godino (2006) mencionan que los textos escolares forman la fuente inmediata donde se almacena la experiencia práctica de los docentes y, en cierta medida, los resultados de la investigación.

Debido a ello, se describen las propiedades y operaciones de una tarea asociada a los números naturales presente en el libro matemática 5, unidad 1 con la finalidad de identificar la configuración epistémica presente para comprender como se articulan y sugerir algunas modificaciones al respecto.

■ Aspectos teóricos y metodológicos

La investigación se enmarca dentro del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos de Godino (2002), donde tomamos aspectos referidos a los significados institucionales (referencia y pretendido). Godino, Batanero y Font (2007), indican que ante la pregunta que significa o representa tal objeto matemático, se propone como respuesta, el sistema de prácticas que se realiza en el seno de una institución (significado institucional). De acuerdo a los investigadores el significado institucional pretendido es la planificación del proceso de estudio que incluye un sistema de prácticas, la institución elabora diferentes documentos con el fin de conseguir algo en particular. Esta planificación la encontramos en los documentos y libros realizados por las instituciones encargadas del sistema educativo, los planes curriculares y sesiones de clase.

Por otro lado, el significado institucional de referencia es el sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. El significado global requiere de un estudio histórico

y epistemológico del objeto matemático, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia es una parte del significado total del objeto matemático, en ese sentido Trujillo (2017) manifiesta que el significado institucional de referencia es el que construye el investigador a partir de los textos de matemática, investigaciones, artículos de divulgación en el ámbito de la educación matemática y documentos oficiales que permiten organizar un significado que es parte del significado global.

Por otro lado, cuando se resuelve una tarea, de acuerdo con Godino, Batanero y Font (2009) surgen objetos matemáticos que requieren de la actividad matemática para resolver la tarea. Desde la perspectiva de los investigadores estos objetos son conocidos como entidades primarias. Los investigadores identifican seis entidades primarias: *situaciones-problemas* que pueden ser tareas, ejercicios, problemas de aplicaciones extramatemática o intramatemática (que promueven la actividad matemática) y a partir de las cuales han surgido los conceptos y teorías; *lenguaje matemático* que son términos, expresiones, notaciones, representaciones gráficas, es decir, en un texto vienen dados en forma escrita o gráfica pero en el trabajo matemático pueden usarse otras representaciones (oral, gestual).

Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos; *procedimientos* son las acciones que el sujeto realiza para resolver los problemas propuestos llámese operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo y/o estrategias; *conceptos* los cuales son introducidos mediante definiciones o descripciones vinculados a un objeto matemático; *propiedades* son enunciados sobre conceptos que deben ser utilizados para la resolución de un problema. Finalmente, los *argumentos* son enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo que el sujeto realiza en la solución de problemas.

Por lo tanto, se entiende que cuando los seis objetos primarios descritos anteriormente se articulan forman configuraciones cuyo análisis, según Font y Godino (2006), brinda información de la estructura de un texto matemático. Asimismo, los autores señalan que las configuraciones pueden ser epistémicas cuando se trata de redes de objetos institucionales, como la que realiza un experto, o bien configuraciones cognitivas cuando se trata de las redes de objetos personales, como la efectúa cada alumno (inexperto).

Debido a ello, desde el EOS se propone una ontología constituida por los objetos primarios y dichos elementos permitirán analizar un texto de matemática usado en el proceso de instrucción (Godino, 2002), en particular permite realizar un estudio detallado de las características que presentan una tarea estructural. La articulación de los objetos primarios que forman configuraciones como manifiestan los autores, se esquematiza en la Figura 1.

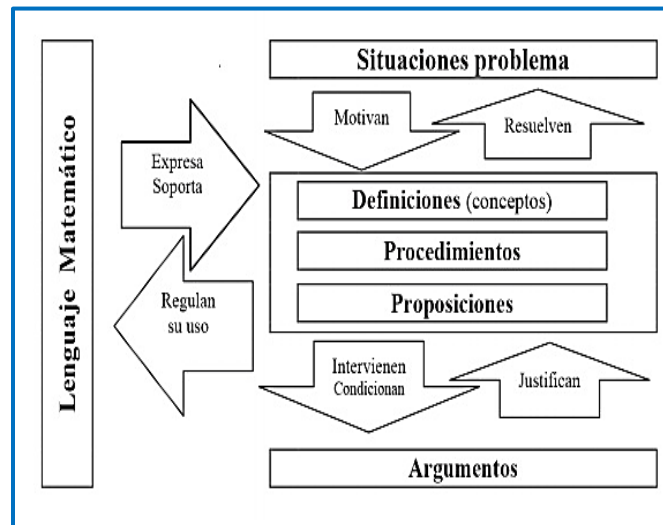


Figura 1. Configuración epistémica
Fuente: Castro, 2011, p. 40

En cuanto a la metodología que se utiliza en la investigación esta es de tipo cualitativa puesto que estamos interesados en realizar un análisis epistémico asociado a las prácticas matemáticas propuesta en el libro de texto de Matemática 5, en particular una tarea de carácter estructural.

En relación a los procedimientos metodológicos de la investigación se presentan las siguientes fases: 1) Establecer el significado de referencia institucional de las tareas estructurales, diseñado a partir de investigaciones en educación matemática, libros didácticos de matemática y de matemática superior y el currículo nacional del Perú 2016. 2) Identificar el significado de referencia pretendido, a partir del libro de Matemática 5 correspondientes al V ciclo del sistema educativo peruano. 3) Identificar aquellas tareas estructurales en el libro de texto de matemática 5, en particular una tarea, la cual es analizada a partir de la configuración epistémica.

■ La tarea estructural y sus análisis

El texto analizado corresponde al V ciclo de Educación Primaria del Sistema educativo peruano (el cual agrupa a estudiantes de 10 y 11 años de edad), titulado Matemática 5, unidad1, *Nos expresamos con números naturales*, el cual ha sido distribuido por el Ministerio de Educación del Perú a todos los colegios públicos del país.

Para el análisis se tuvo en cuenta los significados de referencia de las operaciones y propiedades de los números naturales que se han determinado en base a investigaciones previas como la de Puig (1989), libros didácticos de matemática como es el caso de Estructuras numéricas y su didáctica para maestros de Godino (2004), libros de matemática como el de Lages (1997) y documentos oficiales que forman

parte del currículo nacional del Perú, en este caso los estándares dedicados al V ciclo de la Educación Básica Regular en el Perú, que comprende los grados de quinto y sexto del nivel primaria la competencia, Resuelve Problemas de Cantidad.

Consiste en que el estudiante solucione problemas o plantee nuevos problemas que le demanden construir y comprender las nociones de número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además dotar de significado a estos conocimientos en la situación y usarlos para representar o reproducir las relaciones entre sus datos y condiciones. (Perú, 2016, p. 74).

A continuación, se presenta una descripción del libro de texto, en el que se seleccionan unidades de análisis y se identifican tareas que contienen el objeto de estudio; además, se selecciona la tarea 1 de la unidad “nos expresamos con números naturales”, la cual es analizada empleando las herramientas de la configuración epistémica, ello permite comprender la ontología señalada entre las definiciones y propiedades, mientras se resuelven problemas de matemáticas con procedimientos y argumentos que los justifican. En la figura 2 se presenta la tarea seleccionada para el análisis.

Indicamos como calculamos mentalmente el valor de las siguientes expresiones.

a) $17 + (13 + 15)$
 b) $2 \times 17 \times 5$
 c) 5×112

Solución

a) $17 + (13 + 15) = (17 + 13) + 15$ (*Reagrupando o asociando sumandos*)
 $= 30 + 15 = 45$

b) $2 \times 17 \times 5 = 2 \times 5 \times 17$ (*Reacomodando o conmutando factores*)
 $= (2 \times 5) \times 17$ (*Asociando los factores*)
 $= 10 \times 17 = 170$

c) $5 \times 112 = 5 \times (100 + 12)$ (*Descomponiendo 112 en 2 sumandos*)
 $= 5 \times 100 + 5 \times 12$ (*Aplicando la propiedad distributiva*)
 $= 500 + 60 = 560$

Figura 2. Tarea estructural
Fuente: Matemática 5 Perú, 2012, p. 18

Al respecto, el primer objeto primario, corresponde a una situación-problema con tres ítems de carácter intramatemático, es decir, la tarea a realizar se refiere solamente a las operaciones y propiedades de las estructuras numéricas de los números naturales, propia de la matemática, en particular del cálculo mental.

En la tabla 1 se presenta la configuración epistémica de la tarea 1 del libro de texto analizado.

En cuanto al análisis de la tarea, se observa que el lenguaje presente es el verbal y simbólico. En el caso del lenguaje verbal por ejemplo: calculamos mentalmente, sumar, multiplicar y el simbólico : $+, \times, (), 17, 13, 15, 2, 5, 112$. Las definiciones no están explícitas pero se hacen uso de los Axiomas de Peano. Se definen dos operaciones fundamentales tales como la adición, que asocia a cada par de

números naturales $(m ; n)$ su suma $m + n$, y la multiplicación que hace corresponder al par $(m ; n)$ su producto $m . n$.

Tabla 1. Configuración epistémica, tarea 1 del texto: Matemática 5

Situación problema
Indicamos como calculamos mentalmente el valor de las siguientes expresiones. a) $17 + (13 + 15)$ b) $2 \times 17 \times 5$ c) 5×112 Situación intramatemática.
Lenguaje
Verbal: calculamos mentalmente, sumar, multiplicar. Simbólico : $+, \times, (), 17, 13, 15, 2, 5, 112$
Definiciones
Axiomas de Peano. Definición de dos operaciones fundamentales, la ADICIÓN, que asocia a cada par de números naturales $(m ; n)$ su suma $m + n$, y la MULTIPLICACIÓN que hace corresponder al par $(m ; n)$ su producto $m . n$
Procedimientos
Determinación de un a heurística, uso de las propiedades del sistema numérico \mathbb{N} $(17 + 13) + 15$ (Reagrupando o asociando sumandos) $2 \times 5 \times 17$ (Reacomodando o conmutando factores) $5 \times (100 + 12)$ (Descomponiendo 112 en 2 sumandos) $5 \times 100 + 5 \times 12$ (Aplicando la propiedad distributiva)
Propiedades
Asociativa, conmutativa, distributiva, descomposición de sumandos.
Argumentos
El argumento utilizado es deductivo, parte de las propiedades de los números naturales, hacia algo particular.

Fuente: Adaptado de Trujillo, 2017 , p.72

Como se observa en la tabla 1, en cuanto a los procedimientos efectuados corresponden a la determinación de una heurística, se presenta de manera explícita los pasos a seguir en la realización de las operaciones.

El uso de las propiedades es explícito, tales como propiedad asociativa, conmutativa, y distributiva. Además se observa la descomposición de sumandos. En el último objeto primario el argumento utilizado es deductivo, parte de las propiedades de los números naturales hacia algo particular, que en este caso son las operaciones con números particulares.

■ Conclusiones

Luego del análisis constatamos que los significados pretendidos por el libro de Matemática 5, unidad 1, sobre operaciones y propiedades de los números naturales no son representativos del significado institucional de referencia, esto en base a la ausencia de situaciones problemas como la de conjetura y validación, debido a las características que posee el tipo de situación como es la de producir y validar una nueva propiedad, ello podría constituir un gran aporte para la generación de tareas estructurales.

Respecto a la configuración epistémica de la tarea 1, notamos que predomina el lenguaje verbal y simbólico, se enfatiza en el uso de propiedades y operaciones fundamentales de los números naturales y los argumentos empleados corresponden al método deductivo. Se considera una situación problema intramatemática esto permite familiarizarse con el uso de las propiedades de los números esto permitirá un tratamiento adecuado cuando se lleve de valores particulares al cálculo con variables.

Por otro lado, en una visión global del libro Matemática 5 observamos que se consideran situaciones que en gran mayoría son de índole extramatemática esto es, situaciones relacionadas con el mundo real sin embargo, no se establecen conexiones con otras áreas de conocimiento. Esto diverge de lo planteado en el currículo nacional que establece que las áreas deben propiciar la integración de diversos campos del conocimiento acorde con las etapas del desarrollo del estudiante, por ello, la presente investigación muestra que es necesario organizar las tareas estructurales de tal modo que permitan la integración de diferentes campos de conocimiento.

■ Referencias bibliográficas

- Castellanos, M., y Obando, J. (2009). *Errores y dificultades en procesos de representación El caos de la generalización y el razonamiento algebraico*. Obtenido de 10º Encuentro colombiano de matemática educativa.
- Font, T., y Godino, J. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Acta Latinoamericana de Matemática* 20, 376-381. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Godino, J. (2003). *Matemáticas para maestros*. Granada España: Proyecto Edumat-Maestros.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Lages, E. (1997). *Análisis real, volumen 1*. Lima, Perú: Colección Textos del IMCA
- Perú. (2012). *Libro de texto Matemática 5*. Lima, Perú: Editorial Nosedal.
- Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-2016.pdf>

- Puig, L., y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis. Versión conmemorativa 20º aniversario.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico su uso en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática*. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo>
- Trujillo, E. C. (2017). *Configuración epistémica e identificación de niveles de algebrización en tareas estructurales de los textos oficiales del V ciclo de Educación Primaria*. Tesis de Maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.