

## PENSAMIENTO Y LENGUAJE ALGEBRAICO DESDE UNA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Luis López-Acosta, Gisela Montiel, Ricardo Cantoral

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. (México)

lalopeza@cinvestav.mx, gmontiele@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

### Resumen

Se reportan los avances de una investigación que está centrada en estudiar y profundizar en la construcción social del pensamiento algebraico. Se tiene como hipótesis en el trabajo que el pensamiento algebraico comprende la construcción y manipulación del lenguaje simbólico. Se recurre a la teoría socioepistemológica de la matemática educativa para aportar una visión pragmática sobre el lenguaje algebraico, con base en la problematización del saber. De la revisión bibliográfica preliminar se ha identificado que la articulación entre la lingüística y la semiótica pueden configurar un marco de referencia para analizar el lenguaje algebraico.

**Palabras claves:** socioepistemología, pensamiento algebraico, lenguaje simbólico

### Abstract

We report the progress of a research that aims to study and go deeply into the social construction of algebraic thinking. We focus on the hypothesis that algebraic thinking involves the construction and manipulation of the symbolic language. We considered the mathematics education socio-epistemological theory to provide a pragmatic view of the algebraic language, based on knowledge problem posing. From the preliminary bibliographic review we have identified that the connection between linguistics and semiotics can constitute a reference framework to analyse algebraic language.

**Key words:** socio-epistemology, algebraic thinking, symbolic language

### ■ Introducción

Existe gran cantidad de investigaciones en Matemática Educativa que han abordado el problema del aprendizaje del Álgebra, principalmente porque el Álgebra escolar es un factor importante en la deserción escolar (Stacey y Chick, 2004; Mason 2017).

Algunos autores han enfatizado el hecho de que existe una tendencia en promover de manera apresurada el paso de las palabras a los símbolos (Mason, 1996), lo cual, desde nuestra postura ocasiona una falta de progreso en el desarrollo del Pensamiento Algebraico (PA) de las y los estudiantes en los sistemas educativos.

En los últimos resultados de la prueba PLANEA 2016 (SEP, 2017), los estudiantes de bachillerato se encuentran en el nivel inferior de aprovechamiento, bajo los estándares de dicha prueba, en la cual, un gran porcentaje de los reactivos se relacionan con la determinación de expresiones algebraicas, por lo que, consideramos que el estudio del PA aún representa una problemática vigente y sobre la cual es viable investigar para proponer rutas de intervención fundamentadas.

De hecho, según Socas (2011), aún hace falta generar un entendimiento más profundo sobre cómo caracterizar el PA. Es decir, responder al cuestionamiento de “¿Qué es el PA y cuáles son las razones esenciales de la actividad algebraica que deben constituir las metas que tenemos para el aprendizaje de los alumnos en este campo?” (Socas, 2011, p. 26).

Con respecto a la pregunta de Socas, muchos estudiosos de este tópico han planteado caracterizaciones sobre el PA y sobre la actividad que demanda esta forma particular de pensamiento.

Por ejemplo, Radford (2006), señala que el PA está relacionado con un sentido de indeterminación, con objetos indeterminados que son manipulados analíticamente y con un modo simbólico peculiar que tiene para designar sus objetos.

Kieran (2004), describe que se relaciona con “el desarrollo de formas de pensar como analizar las relaciones entre cantidades, observar la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir” (p. 149).

Por su parte Mason (1996) considera que se relaciona con actividades como “la expresión de la generalidad, posibilidades y restricciones, reorganización y manipulación y con la aritmética generalizada” (p. 66).

De acuerdo con Kaput (2008) el PA se caracteriza por dos núcleos: “generalización y expresión de la generalización en sistemas de símbolos progresivamente sistemáticos y convencionales y, por la acción sintácticamente guiada sobre los símbolos dentro de sistemas de símbolos organizados” (p. 10).

Si bien coincidimos con las caracterizaciones citadas anteriormente, estamos interesados en ampliar las caracterizaciones sobre el pensamiento algebraico, hacia una forma de caracterizar la actividad algebraica, desde la perspectiva de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME). Es decir, nos interesa estudiar cómo se produce la necesidad de algebrizar, desde una explicación basada en prácticas, en las que podamos generar entendimientos más profundos que lleven al estudiante a participar de la construcción del álgebra como un lenguaje simbólico, construido con base en prácticas, susceptible de ser manipulado con fines diversos, toda vez que éste es transversal a la matemática y a otras disciplinas.

Nuestra hipótesis de investigación se basa en que “el Pensamiento Algebraico se desarrolla al seno de prácticas como la generalización, la predicción y la comunicación, entre otras; cuyo objetivo es la construcción y manipulación de lenguajes simbólicos que permiten describir, analizar, estudiar y manipular abstracciones de la realidad.

De esta manera, las preguntas de investigación que nos hemos planteado son las siguientes:

- ¿Qué elementos de la actividad humana matemática permite la construcción del símbolo algebraico?

- ¿Cuáles son los mecanismos que permiten la constitución de un lenguaje algebraico, socialmente compartido?
- ¿Qué elementos de la actividad humana general la necesidad matemática de manipulación de lo simbólico?

### ■ Metodología y marco teórico

La metodología de nuestra investigación se desprende de los principios y fundamentos teóricos que caracterizan la TSME, los cuales describen una postura sobre el conocimiento matemático en la que se reconoce como aspecto fundamental a la práctica social. Esto implica que para estudiar el conocimiento matemático es necesario reconocer la relación dialéctica entre éste y el sujeto individual, colectivo e histórico, de modo que pueda desentrañarse la naturaleza sociocultural que acompaña al conocimiento (Cantoral, 2013).

Por lo tanto, el conocimiento matemático tiene un elemento de transversalidad, pues se asume bajo esta postura que el saber está en lo *popular*, lo *técnico* y lo *culto*. De ahí que los estudios socioepistemológicos, no solo estudien lo histórico del conocimiento matemático, sino que dialectiza con otros escenarios, como prácticas de referencia específicas relativas al conocimiento de interés.

Así, la metodología que proponemos en nuestra investigación está centrada en la *problematización del saber*, constructo que describe una forma sistémica de analizar el conocimiento matemático desde sus dimensiones cognitiva, epistemológica, didáctica y social. Estos cuatro aspectos permiten construir una mirada condensada del objeto de estudio, la cual Reyes-Gasperini (2016) ha denominado *uase* (unidad de análisis socioepistémica), una estructura teórica-metodológica que estará caracterizada por la síntesis y simbiosis del producto de la problematización del saber.

Una vez construida la *uase*, ésta es empleada para estudiar el conocimiento puesto en “uso” en marcos de referencia distintos a los cultos y escolares que den evidencia sobre cómo el saber vive en comunidades de conocimiento en la actualidad, para finalmente construir modelos hipotéticos de anidaciones de prácticas que puedan ser puestos a prueba en escenarios didácticos.

De manera que, en términos generales, la investigación se dividirá en cuatro fases:

1. Fase de problematización del saber.
2. Fase construcción de la *uase*.
3. Fase de análisis de prácticas de referencia.
4. Fase de validación del modelo de anidación de prácticas en un escenario didáctico experimental.

### ■ Momento actual de la investigación

Actualmente estamos construyendo un marco bibliográfico que nos permitirá generar una unidad de análisis para estudiar el lenguaje y con ello fortalecer el marco teórico y metodológico para determinar métodos de análisis de datos.

La revisión que estamos haciendo al momento consiste en el análisis de tres tipos de estudios: obras psicológicas respecto al lenguaje y su adquisición, obras sobre disciplinas que se encargan de estudiar el lenguaje y, estudios que relacionen el lenguaje y las matemáticas o álgebra.

En primera instancia, rescatamos que el lenguaje según Vygotsky (1987) está relacionado con las herramientas lingüísticas del pensamiento y la experiencia sociocultural (p. 114), por lo que éste es un mediador del pensamiento. No obstante, coincidimos con Papini (2003), cuando menciona que el desarrollo del lenguaje y el pensamiento, de manera general se da porque se está en constante contacto con el lenguaje cotidiano, mientras que el Lenguaje Algebraico no es de uso cotidiano, por lo tanto, esta relación resulta compleja de entender a la luz de sus ideas.

Hasta el momento hemos revisado dos posturas lingüísticas, que fueron identificadas por referencias en artículos dentro de la Matemática Educativa. Una de ellas, la Gramática Generativa (GG) de Noam Chomsky, quien señala que la razón de la existencia del Lenguaje en los humanos no es únicamente para la comunicación, sino para la creación y expresión del pensamiento (Birchemall & Müller, 2014), con lo cual coincidimos, puesto que nuestra postura ante el lenguaje algebraico es que no es únicamente para comunicar, sino también una forma de construcción de nuevo conocimiento que deviene de un interés personal por entender la realidad, aspecto que no suele estar presente cuando se habla del lenguaje.

Desde la GG, se asume que existe un dispositivo de adquisición del lenguaje el cual es una:

“estructura mental innata que permite la producción y comprensión de cualquier enunciado en cualquier idioma natural, posibilitando además que el proceso de adquisición y dominio del lenguaje hablado requiera muy poco input lingüístico para su correcto funcionamiento y se desarrolle de manera prácticamente automática” (Birchemall & Müller, 2014, p. 418).

Dicho dispositivo está compuesto por tres elementos: un componente sintáctico, semántico y fonológico, puesto que la GG se interesa por el lenguaje hablado y no en el lenguaje escrito, por lo que provee una mirada parcial de la adquisición del lenguaje, además de que los constructos están enmarcados en describir un modelo cognitivo.

Otra perspectiva encontrada en la literatura de la disciplina es la de la Lingüística Sistémico-Funcional (LSF) de M.K. Halliday. Un aspecto de especial interés en la LSF es que se centra en estudiar la naturaleza social del lenguaje y de su uso (van Dijk, 2012), aspecto que se relaciona con los principios de nuestra perspectiva teórica.

Halliday postula que el lenguaje es un *potencial de significado*, y como una parte inherente de la experiencia de los miembros de una sociedad y cultura (Menéndez, 2010; van Dijk, 2012). “Es un sistema semántico codificado formalmente, cuya significación sociocultural es lo que permite caracterizarlo [...]” (Menéndez, 2010, p. 221).

El análisis del lenguaje lo hace mediante la noción de *texto* que refiere a una unidad de significado en uso coherente: cohesiva léxico-gramaticalmente y consistente en registro y género (Eggins, 2004, citados en Menéndez, 2010, p. 222). El léxico-gramático es un conjunto de opciones subordinadas por paradigmas que generan redes entre signos lingüísticos que corresponden a la estructura del texto, mientras que el registro corresponde a la variedad de uso que depende de la situación. El género, está relacionado con las convenciones de uso (Menéndez, 2010). Tanto el género como el registro son los aspectos que describen

el contexto en el que el lenguaje está enmarcado y estos dependen de las condiciones socioculturales que lo permea.

Desde los acercamientos semióticos hacia el desarrollo del lenguaje matemático y, en particular el algebraico, se ha recurrido en su mayoría a la perspectiva de C. S. Peirce, en la que se establece una tríada que compone a los signos, *Objeto*, *representamen*, e *Interpetante*. Además, Peirce hace una clasificación de los tipos de signos (Leal, 1987): *Signo icónico*: si se parece a él, se asemeja a él. El signo de igualdad "=" es un ejemplo de signo icónico: es un icono de una idea. *Signo indexical*: implican un elemento de contextualidad, como el humo con respecto al fuego y, *Signo Simbólico*: se refiere a su objeto por medio de una regla, como palabras de lenguaje o fórmulas algebraicas. Las reglas simbólicas pueden formularse a priori, debido a convenciones, o a posteriori, debido a hábitos culturales.

Uno de los aportes de esta clasificación que hace Peirce es que cada "objeto" algebraico, dependiendo de la relación que se posea con él, es decir, del nivel interpretativo sobre él, permitirá definirlo como un cierto tipo de signo. Por ejemplo, la fórmula  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  puede ser ícono, si se asocia únicamente por recuerdo de la imagen de su forma, índice cuando se ve como algo donde hay que sustituir los valores de a, b y c, o símbolo cuando se reconoce como el producto de convenciones (Presmeg, Radford, Roth y Kadunz, 2016).

Otros acercamientos semióticos como el de Radford (1998), hacen énfasis en la importancia de que los aspectos socioculturales juegan un papel preponderante respecto al significado del signo (Figura 1).

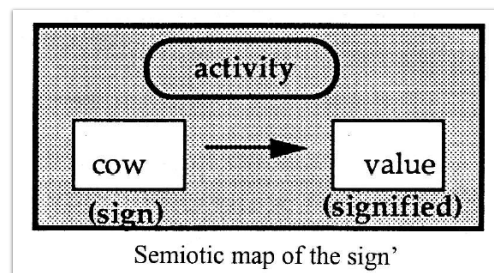


Figura 1. Mapa semiótico del signo (Radford, 1998)

## ■ Reflexiones finales

Es claro que el desarrollo del Pensamiento y el Lenguaje es sumamente complejo, como así también su estudio. Un indicador de esto es la gran cantidad de disciplinas científicas que lo estudian (Lógica, Historia, Fisiología, Psicología, Lingüística, Antropología, Semiótica, Sociología, entre otras) (Hjelmslev, 1976).

Otro aspecto de suma importancia es que existen diferencias en los procesos de adquisición del lenguaje hablado y el escrito, pues según Baquero (1996), citado en Papini (2003), menciona que:

Las adquisiciones de las competencias para la escritura se posibilitan con la participación en situaciones sociales específicas, que si bien requieren de la existencia previa del habla no



resultan de su evolución espontánea. La escritura requiere de mayor abstracción y para ello de un creciente control voluntario y consciente de los procesos psicológicos superiores (p. 63).

Con respecto a esta idea, en Leal (1987) se explica que el desarrollo de la escritura siguió un proceso largo y complejo que se caracterizó por diversas fases (Leal, 1987): *Pictográfica*, *Ideográfica*, *Silábica* y de *componentes mínimos* (vocales y consonantes). Fases que de alguna manera creemos que pueden asociarse a las descripciones de las fases *retórica*, *sincopada* y *simbólica* (Malisani, 1999), respecto al desarrollo del Álgebra.

De acuerdo con la revisión que estamos realizando, vislumbramos la necesidad de articular aspectos de análisis lingüísticos y semióticos. De hecho, esto es algo que Drouhard y Teppo (2004) señalan, toda vez que, para estos autores, el lenguaje algebraico es un “conjunto compuesto por *lenguaje natural*, *escritos simbólicos* algebraicos y *representaciones compuestas* (p. 230-231). Donde se considera que las representaciones compuestas son sistemas de signos que no pueden estudiarse bajo la lingüística, sino desde la semiótica.

### ■ Referencias bibliográficas

- Birchenall, L. y Müller, O. (2014). La Teoría Lingüística de Noam Chomsky: del Inicio a la Actualidad. *Lenguaje*, 42(2), 417-442.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. México: Gedisa.
- Drouhard, J-Ph. & Teppo, A. (2004), Symbols and Language. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Eds.) *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study* (pp. 227-266). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Hjelmslev, L. (1976). *El Leguaje*. Madrid: Editorial Gredos.
- Kaput, J. J. (2008). What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.). *Algebra in the early grades* (pp. 5-19). Lawrence Erlbaum.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139 – 151.
- Leal, A. (1987). *Construcción de sistemas simbólicos: la lengua escrita como creación*. Barcelona: Gedisa.
- Malisani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. *Visión histórica. Revista IRICE*. 13, 1-25.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 65-86). Dordrecht: Kluwer.
- Mason, J. (2017). Overcoming the Algebra Barrier: Being Particular About the General, and Generally Looking Beyond the Particular, in Homage to Mary Bool. En S. Steward (Ed.) *And the rest is just algebra* (pp. 97-118). Dordrecht: Kluwer.
- Menéndez, S. (2010). Opción, registro y contexto. *Tópicos del Seminario*, 23(enero-julio), 221-239.
- Papini, M. (2003). Algunas explicaciones vogotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 41-71.
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W. & Kadunz, G. (2016). *Semiotics in Mathematics Education*. ICME-13 Topical Sruveys: Springer.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M. & Méndez, A. (Eds.) *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.2-21). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Radford, L. (1998). On Signs and Representations. A Cultural Account. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 35 (1), 277-302.

- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Tesis de doctorado no publicada. México: Cinvestav.
- SEP (2017). *Planea en Educación Media Superior*. Recuperado de [http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA\\_EMS.pdf](http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2016/DifusionPLANEA_EMS.pdf) el 16 de Julio de 2016.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. *Aportaciones de la investigación. Números 77*, p. 5-34.
- Stacey, K. y Chick, H. (2004). Solving the problema with algebra. En K. Stacey, H. Chick y M. Kendal (Eds.) *The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 1-20). Dordrecht: Kluwer.
- Van Dijk, T. (2012). *Discurso y contexto*. México: Gedisa.
- Vygotsky, Lev (1987). Thinking and speech, en: R.W. Rieber y A. S. Carton (eds.). *The collected works of L.S. Vygotsky*. (Trad. Por N. Minick), Nueva York, Plenum Press.