

## ¿QUÉ CATEGORÍA DE MODELACIÓN REQUIERE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA?

**María Esther Magali Méndez Guevara, José David Zaldivar Rojas, Francisco Cordero Osorio, Jaime Mena Lorca**

Universidad Autónoma de Guerrero, Universidad Autónoma de Coahuila, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. (México, Chile)

memendez@uagro.mx, david.zaldivar@uadec.edu.mx, fcordero@cinvestav.mx, jaime.mena@pucv.cl

### Resumen

Se reportan las reflexiones generadas dentro del grupo de discusión sobre Modelación en RELME 31. Dicho grupo invita a la comunidad a reflexionar desde las experiencias de investigación, desarrollo y formación docente sobre el rol de la modelación en la matemática escolar. Desde sus inicios, el grupo de discusión ha impulsado el análisis de las distintas propuestas que se están desarrollando en nuestro continente sobre esta temática desde la Matemática Educativa. En este manuscrito se discuten dos propuestas relacionadas con la formación inicial del profesor de matemáticas y sobre el desarrollo profesional docente. En ambas propuestas se incluye una categoría de Modelación y algunos resultados de las reflexiones generadas dentro del grupo de discusión sobre dicha categoría. Se exponen los avances sobre ambas propuestas y cómo la categoría de modelación se integra.

**Palabras clave:** modelación, categoría, matemática educativa

### Abstract

This paper reports some of the reflections generated within the discussion group on Modeling in the 31st RELME. This group encourages the community to reflect from experiences of research, development and teachers' training on the role of modeling in school mathematics. From its beginnings, the discussion group has promoted the analysis of different proposals developed in our continent on this subject from a Mathematics Education's perspective. In this paper, we discuss two proposals related to the initial training of the teacher of mathematics and the teaching professional development. Both proposals include a category of Modeling and some results of the reflections generated within the discussion group with respect to that category. We present some of the results generated in both proposals and how the category of modeling is integrated.

**Key words:** modeling, category, mathematics education

## ■ Introducción

La modelación en la educación matemática no es un tema nuevo ni acabado, más bien podríamos decir que es una línea de investigación que está en pleno auge. Independientemente de la perspectiva teórica que sustente a la modelación se concibe a esta parte esencial de la construcción, difusión y aceptación del conocimiento científico. Además, se reconoce que ella otorga una justificación funcional, y provoca la construcción de herramientas como elementos esenciales de la situación que atiende, para representar lo que estudia con determinados fines, de manera que pueda ser comunicado (Koponen, 2007).

En la disciplina, las posturas sobre modelación se diferencian entre sí con base a los paradigmas y marcos teóricos desde donde se desarrolla (Lingefjärd, 2011; Kaiser & Sriraman, 2006; Trigueros, 2009), evidenciando así posibilidades para investigar y analizar aspectos relacionados a la enseñanza. Por ejemplo, algunas investigaciones consideran que actividades basadas en la Modelación son un vehículo para la construcción de conceptos matemáticos, mientras que otras la consideran como la aplicación de las matemáticas, y es útil para construir modelos matemáticos. Ahora bien, estas posturas han hecho eco en nuestra comunidad Latinoamericana, por esto es pertinente reflexionar sobre la funcionalidad de éstas, las adaptaciones requeridas en cada uno de nuestros escenarios, o bien las posturas que nuestra comunidad ha formulado.

Una tendencia sobre los estudios de la modelación es sobre la formación del profesor, porque tal como mencionan Guerrero y Mena (2015) independiente de las posturas acerca de la modelación en el desarrollo de actividades en el aula, es necesaria la triada profesor-alumno-tarea, donde indiscutiblemente el profesor de matemáticas tiene un gran peso, cumpliendo el rol de modelador y participando en la confección y/o selección de las tareas).

En dicha reflexión es importante indagar sobre: ¿Cuál es el constructo de modelación que la matemática educativa debe promover en la formación del profesor de matemáticas: la modelación matemática o la modelación escolar?, ¿Cómo promoverlo? Así, se invita a la comunidad a conocer las investigaciones que se han realizado compartiendo resultados, mostrando los avances de investigaciones actuales e invitando a ser parte de las futuras investigaciones que se vislumbran.

Este escrito muestra dos ejemplos de usos y reflexión sobre la profesionalización docente de una postura de modelación basada en premisas de la Teoría Socioepistemológica. La postura de modelación a la que nos referimos profesa a las prácticas sociales como la base del conocimiento, en la medida en que son el sustento y la orientación para llevar a cabo una construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, 2013). En esta hemos formulado categorías de modelación para incluirlas en la matemática escolar (Suárez & Cordero, 2010; Méndez, 2013), las cuales funcionan como ejes que provocan en un colectivo la organización y articulación de saberes matemáticos.

## ■ Ejemplos de usos de categorías de modelación en la práctica profesional del docente de Matemáticas

Esta sección mostrará grosso modo la gestación de proyectos actuales sobre la inclusión de categorías de modelación en la profesionalización del docente, las hipótesis, objetivos y potencialidades que se vislumbran.

*Ejemplo 1. La Inclusión de prácticas de modelación e investigación en la formación Inicial de profesores de matemáticas*

En este proyecto la hipótesis es que al vincular las prácticas de modelación e investigación se genera un ambiente que permite a los futuros profesores reconocerse miembros de una comunidad científica, matemáticos educativos, cuya función social es proveer de escenarios para la construcción y desarrollo de conocimientos (Méndez, 2016), esto promueve el desarrollo profesional del docente desde su formación inicial. Este proyecto permitirá explicitar el funcionamiento de las categorías de modelación a este nivel, además de reconocer formas de inclusión y su posible impacto en la formación inicial de profesores de matemáticas.

En particular la categoría, modelación escolar, que guía este proyecto (Méndez, 2013; Méndez & Cordero, 2014) exhibe los elementos indispensables en el proceso de modelación y sostiene que su articulación promueve la construcción y desarrollo de saberes matemáticos. Los elementos son: 1. *La experimentación* o experiencia evocada; de donde se obtienen y tienen sentido los datos a estudiar. 2. *El estudio de las variaciones locales y globales* expresadas en gráficas o tablas numéricas. 3. *La descripción, análisis y ajuste de comportamientos* que transforman los datos en modelos matemáticos para predecir a corto o largo plazo.

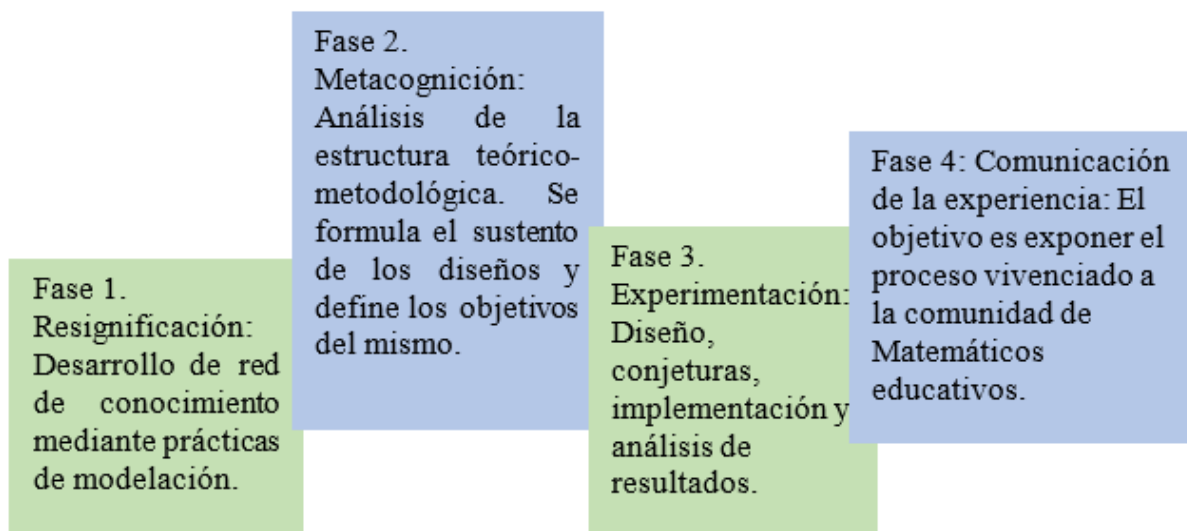
Con los elementos de la categoría se elaboraron diseños de situación de aprendizaje que permitieron la resignificación y articulación de usos de conocimiento matemático para el tratamiento de nociones como la integral definida (Tocto & Méndez, 2015) o la función a trozos (Zúñiga & Méndez, 2016), estos diseños son los instrumentos principales para el proceso de inclusión de prácticas, pues será su aplicación, análisis, rediseño y comunicación basado en lo vivenciado lo que permita a los futuros profesores sentirse parte de una comunidad científica.

Aunado a lo anterior se vivenciaron prácticas de investigación, con esto nos referimos al conjunto de acciones de carácter intelectual y experimental requerido para el estudio de la construcción de conocimiento matemático, por ejemplo: la búsqueda de datos previos al tema, reportes de investigación, análisis didácticos y epistemológicos sobre el tema, la organización y depuración de los datos para sustentar un diseño de aprendizaje, la comprensión y uso de una metodología que le permita explicitar el proceso de diseño.

Así el proyecto acercó las prácticas de modelación e investigación científica al futuro profesor de matemáticas, haciéndolo copartícipe en la construcción de sus conocimientos y la formulación de instrumentos para la enseñanza de las matemáticas. Se incentivó a la movilización de conocimientos sobre: la matemática, el empleo de la tecnología, métodos de enseñanza, conocimiento sobre el currículo, que de acuerdo con la literatura (Villegas, 2003; Sosa, Medrano & Carrillo, 2015) son algunos de los

conocimientos a fomentar en el profesor. Se hace hincapié en que la investigación más que medio de reflexión y mejora de la docencia, es una vía para reconocerse miembro de una comunidad.

El escenario de desarrollo del proyecto conjugó tres unidades de aprendizaje: Desarrollo del Pensamiento Matemático, Matemática Escolar e Iniciación a la Investigación, cursadas por 12 estudiantes de séptimo semestre de la licenciatura en matemáticas con especialidad en Matemática Educativa. El esquema de la figura 1 muestra las etapas y actividades del proyecto, grosso modo diremos que como resultado de este proyecto hoy tenemos a jóvenes que están por finalizar trabajo de titulación y que están motivados para estudiar un posgrado, se están escribiendo reportes sobre los resultados más puntuales del proyecto para ser propuestos como artículos.



*Figura 1.* Fases del proyecto de inclusión de prácticas en la formación inicial del docente de matemáticas

*Ejemplo 2. El Curso IDEAR: un ejemplo de propuesta de Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas*

En los siguientes apartados se mostrará un ejemplo de un curso de desarrollo profesional docente centrado en el nivel Secundaria donde se incorpora la práctica de modelación a través del diseño de situaciones de aprendizaje por parte de los profesores. Durante el curso se implementaron situaciones de aprendizaje basadas en la modelación donde se discutían aspectos de transversalidad del conocimiento matemático al relacionar a las matemáticas con una situación real donde se reflexiona sobre una noción matemática en particular, pero desde su uso. La intención era hacer ver que la matemática es una herramienta que permite tomar decisiones y provocar reflexiones significativas en los estudiantes con la intención de desarrollar el pensamiento matemático.

La propuesta de curso que se describe a continuación toma como punto de partida al profesor, y se considera a éste como un profesional con necesidades y potencialidades, que los cursos deben descubrir, desarrollar, hacer evolucionar y ayudar a desarrollar. Lo anterior significa que no se parte de una idea del “déficit” para elaborar un curso para el profesorado, es decir, no se parte de lo disciplinar (transmisión de conocimientos) para organizar aquello que “no tiene” el docente y que “debería tener”; sino más bien,

prestamos más atención a la *realización del profesorado*, es decir, interpretar al profesorado como un todo donde se conjuga lo cognitivo, lo afectivo y las relaciones, es en síntesis, una integración de la teoría y la práctica.

Pretendemos que el profesor de matemáticas sea el *sujeto del desarrollo profesional*. De manera que el curso aspira a convertirse en un momento crucial para el desarrollo profesional que les permita encarar su práctica desde otro punto de vista, viéndola desde una postura problemática y merecedora de reflexión e implicación personal (Da Ponte, 2012).

La intención principal del curso fue la de promover oportunidades de desarrollo profesional al profesorado de matemáticas de nivel Secundaria. Durante el curso se cuestionó la práctica profesional del profesorado de matemáticas a partir de: 1) la reflexión sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, 2) la problematización del conocimiento matemático (confrontación del dominio de conocimiento matemático al resolver, diseñar, implementar y evaluar situaciones-problema o *Situaciones de Aprendizaje (SA)*, 3) de diversas herramientas didácticas que permitan al profesorado desarrollar sus propios ambientes de aprendizaje tomando en consideración su contexto social y entorno escolar (empleo de la tecnología), 4) la observación de situaciones de práctica profesional, 5) la reflexión sobre la práctica en relación con el estudio de literatura especializada y el apoyo mutuo de una comunidad de pares.

Una Situación de Aprendizaje basada en la modelación desde el curso es el medio bajo el cual se pretende *hacer funcional el conocimiento matemático*, es decir, que el conocimiento tenga un valor de uso y que además ésta provoque argumentos sobre el mismo a partir de la observación, la medición, la recolección de datos, la identificación y el control de variables, la experimentación y el uso de representaciones matemáticas; es decir, actividades que permitan el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Para ello se basa en la articulación intencional y en secuencia de una serie de tareas que partan en la medida de lo posible, del contexto de los estudiantes. El fin de una SA será resignificar a los objetos matemáticos en discusión a partir *del uso*.

Se postula que incluir a la práctica de Modelación en los cursos de formación continua, mediante la vivencia de situaciones problemáticas y un acompañamiento adecuado al profesor, brindará a este otros marcos de referencia donde la matemática adquiera significados, usos y sentido; además le ofrecería un espacio donde compartir sus experiencias con sus pares, posibilitando el aumento en su capacidad de reflexión crítica sobre su práctica. De esta manera el profesor se considera un agente de transformación en el rediseño del discurso Matemático Escolar (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015) y se incorpora a una dinámica de reflexión sobre su práctica a través de acciones específicas.

En este proyecto involucró al profesor en una comunidad de pares, provisto de un espacio de reflexión, diálogo y acompañamiento, bajo una metodología de tipo colaborativa que denominamos *IDEAR: inmersión-diseño-experiencia-acción-rediseño*, que constituyen las fases por las que el profesor participó a lo largo del Curso.

Se articularon tres elementos principales para el desarrollo profesional del profesorado: la *colaboración*, la *práctica profesional como punto de partida del desarrollo* y la *investigación sobre la práctica* como elemento que permite la construcción de conocimiento (Da Ponte, 2012).

El curso IDEAR consideró de entrada que la modelación es algo mucho más robusto que *aplicar la matemática* o *matematizar la realidad*; puesto que se considera una práctica que permitiría *argumentar sobre la situación en cuestión a través del uso del conocimiento* (Cordero, 2006). Esta práctica permite el desarrollo del pensamiento matemático *problematizando* los contenidos escolares y lo hace a través de diseños didácticos promueve la aparición de diversas formas de interacción en el aula, además de la diversificación de argumentación matemática y privilegia la vida de quien aprende, sus contextos y realidades, adquiriendo así un estatus *funcional* de la matemática (Cantoral, et al., 2015; Cordero, 2008).

### ■ A manera de conclusión

Es importante mencionar que los estudios acerca de *Modelación Matemática*, sus implicaciones en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y su incidencia en la formación de profesores, en nuestro parecer, van a dar elementos para generar medios de vinculación entre la escuela y su entorno, toda vez que se entiendan las relaciones entre la “realidad” y la “matemática escolar”, y se harán tácitos en la instrumentos didácticos innovadores y plausibles para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Además, las investigaciones acerca del profesor, van a dar elementos para la formación matemática, y didáctica del profesor.

Es necesario mencionar las categorías de modelación aunque pudieran jugar un rol importante en las aulas de clases es muy complejo encontrar *actividades de modelación genuinas* dentro del salón de clases de matemáticas (Niss, Blum, & Galbraith, 2007), entonces, será importante caracterizar estas actividades en nuestro contexto latinoamericano.

En lo general el impacto de las investigaciones acerca de la modelación matemática en nuestras realidades académicas latinoamericanas requerirá de investigación en grupos que no necesariamente tengan la misma mirada teórica pero sí se interesen por explicitar las potencialidades de la modelación en la formación de profesores, la construcción del conocimiento matemático, el currículo escolar, y los profesores en servicio, y sobre todo la forma de cómo incluirlas en sus prácticas docentes.

### ■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social de conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.
- Cantoral, R.; Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa Socioepistemológico de Investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1),5-17.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20(1), 59-79.
- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). México, D. F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.
- Da Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En Planas, N. (Coord.), *Teoría, Crítica y Práctica de la Educación Matemática*. p. 83-98. Barcelona, España: Editorial GRAÓ.



- Guerrero, C. & Mena, J. (2015). Modelación en la enseñanza de las matemáticas: Matemáticos y profesores de matemáticas, sus estrategias. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10(1), 1-13.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Koponen, I. (2007). Models and modelling in physics education: a critical re- analysis of philosophical underpinnings and suggestions for revision. *Science & education*, 16, 751-773
- Méndez, M. (2016). Explorando la formación inicial. Reflexión sobre el diseño y aplicación de una situación de modelación. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 29, (pp. 1114-1121). México, CDMX: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A.C.
- Lingefjård, T. (2011). Modelling from primary to upper secondary school: finding of empirical research. In G. Kaiser, R. Borromeo, W. Blum & G. Stillman (eds.) *Trends In Teaching And Learning Of Mathematical Modelling*, (pp. 9-14). New York: Springer.
- Méndez, M & Cordero, F. (2014). La modelación. Un eje para la red de desarrollo de usos. En P. Lestón, (ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27 (pp. 1603-1610). México, D. F: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Méndez, M. (2013). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: La modelación para la matemática escolar*. (Tesis de doctorado no publicada). Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Meyer, J., Caldeira, A. & Malheiro, A. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Brasil: Autêntica editora LTDA-coleção tendências em educação matemática.
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Part 1. Introduction. En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*. (3-32). New York: Springer.
- Sosa, L., Medrano, E. & Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 173-189.
- Suárez, L. & Cordero, F. (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio sociopistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-II), 319-333.
- Tocto, M. & Méndez, M. (2015). Modelación y la emergencia de la integral. En F. Rodríguez & R. Rodríguez (Eds.) *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. La profesionalización Docente desde los Posgrados de Calidad en Matemática Educativa* (pp. 226-231). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), pp. 75-87.
- Villegas, E. (2003). *Teacher professional development: an international review of literature*. International Institute for Educational Planning/UNESCO. ISBN: 92-803-1228-6.
- Zúñiga, K. & Méndez, M. (2016). El uso de las gráficas por estudiantes de bachillerato. El llenado de recipientes. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1(1), 408-415.