

EL LEGADO DE LAS MATEMÁTICAS MAYAS Y LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Eduardo A. Navas L., Mirna G. Galdámez C.
Universidad de El Salvador. (El Salvador)
eduardo.navas@ues.edu.sv, mirna.galdamez@ues.edu.sv

Resumen

El presente artículo ofrece un acercamiento al concepto de cero como invención o descubrimiento de la civilización maya en comparación con otras culturas importantes. Con esto se espera identificar el sistema de numeración maya y su aritmética como elementos esenciales en la enseñanza matemática de los salvadoreños. Un análisis sobre la inclusión de este tópico en los programas de estudio en la región centroamericana permite reconocerlo como un elemento importante de identidad cultural.

Palabras clave: matemática maya, aritmética, identidad cultural

Abstract

This article offers an approach to the concept of zero as an invention or discovery of the Maya civilization compared to other important cultures. We expect it allows identifying the Mayan numeral system and its arithmetic as essential elements in Salvadorians' mathematics teaching. An analysis on the inclusion of this topic in the curriculum in the Central American region allows its recognition as an important element on cultural identity.

Keywords: maya mathematics, arithmetic, cultural identity

■ Introducción

La civilización maya es una de las grandes civilizaciones que conoció la humanidad, llegando a comprender muchos aspectos de la esfera celeste (Tonda y Noreña, 1991), construir grandes ciudades de miles de habitantes, etc. Su matemática es la más avanzada desarrollada en América (Ifrah, 1997), y una de las más avanzadas del mundo antiguo (Calderón, 1966). La influencia de sus conocimientos matemáticos y astronómicos perduró más allá de la civilización misma, siendo la utilizada por los aztecas varios siglos después, y se siguió utilizando hasta la época de la colonia (Landa, 1938). En mesoamérica, la población es mayoritariamente mestiza de ascendencia nahua-pipil, por lo que se trata de la cultura de los ancestros de casi todos los salvadoreños y mesoamericanos.

A pesar de la gran importancia de la civilización maya y lo avanzada que es su matemática y astronomía, su legado matemático no permea la sociedad salvadoreña actual. Su numeración, su calendario, su cosmovisión y sus lenguas son desconocidas en la vida cotidiana salvadoreña.

Es por eso que los autores se dispusieron a tratar el tema del cero como ejemplo de lo avanzada que es la matemática maya con la esperanza de que este artículo abone en el rescate de la cultura ancestral. Este texto está dirigido a un público general con conocimientos básicos de aritmética, especialmente aquellos en el área de la enseñanza que puedan tener una injerencia en la adhesión de este tópico en los programas oficiales de educación nacional.

Existen algunos textos de enseñanza de la lengua Nawat (ver King, 2011) que incluye la enseñanza de los números de uno al diez, pero no avanza en el sistema numérico ni en las operaciones aritméticas.

■ El cero como adelanto tecnológico

Hubo muchas civilizaciones que lograron grandes avances científico-tecnológicos en áreas como astronomía e ingeniería. Algunas de ellas son las civilizaciones china, sumeria, india, griega, romana, inca, etc. Sin embargo, no todas ellas lograron la conceptualización y uso completo del número cero (Ifrah, 1997). Este adelanto en la abstracción humana no es necesario para construir acueductos, fortalezas, ciudades o puentes, como podemos apreciar de la cultura griega o de la romana (Ifrah, 1997). Pero sí es necesario para discurrir sobre cantidades arbitrariamente grandes y arbitrariamente pequeñas, tal como cuenta Seife (1996).

La invención o descubrimiento del cero se dio de forma independiente en diferentes partes del mundo. Las más antiguas pruebas arqueológicas de la escritura del cero en un sistema de numeración posicional datan de 683 d.C. en lo que hoy es Camboya (Akzel, 2014), y del 36 a.C en lo que hoy es Chiapas, México (Tonda y Noreña, 1991), durante el período Preclásico tardío (que va desde el 100 a.C hasta el 250 d.C. (Estrada-Belli, 2011)) de la civilización maya.

El hecho de tener un sistema de numeración que incluya el concepto del cero permite (aunque no implica) que sea un sistema de numeración posicional, en el que existe un conjunto finito de símbolos, que debe incluir al cero, con el que se puede escribir cualquier cantidad arbitrariamente grande. Y si además incluye el concepto de números fraccionarios, también se puede escribir cantidades arbitrariamente pequeñas (Ifrah, 1997).

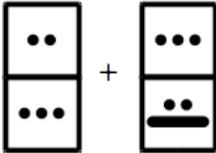
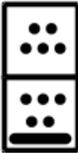
■ El cero en las operaciones de suma y resta en notación maya

Las reglas para la suma y la resta en notación maya son sólo tres (Calderón, 1966):

1. Se operan los elementos del mismo nivel entre sí
2. Cinco puntos equivalen a una raya en el mismo nivel
3. Cuatro rayas equivalen a un punto del nivel superior

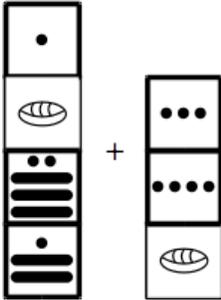
A continuación se presenta unos ejemplos tomados de Morales (2007) de cómo se realizaban las operaciones de suma y resta en notación maya:

Ejemplo 1

Súmese <i>ume pual yey</i> con <i>yey pual chikume</i> ($2 \times 20 + 3$ con $3 \times 20 + 7$):	Se procede a «sumar» los elementos de cada nivel, según la regla 1:	Luego se aplica la regla 2:
		

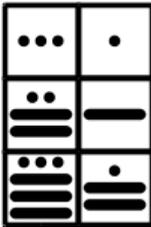
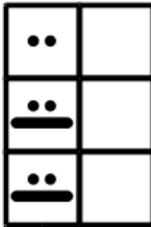
Resultando *makwil pual majtakti* ($5 \times 20 + 10$).

Ejemplo 2

Súmese <i>sen shikipil kashtul ume pual majtakti se</i> ($1 \times 20^3 + 17 \times 20 + 11$) con <i>yey tzunte nawi pual</i> ($3 \times 20^2 + 4 \times 20$):	Se aplica la regla 1:	Luego se aplica la regla 2:	Y luego la regla 3:
			

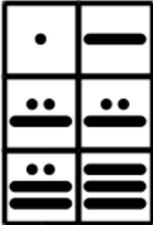
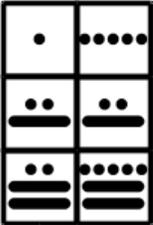
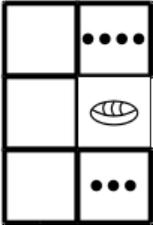
Resultando *sen shikipil nawi tzunte sen pual majtakti se* ($1 \times 20^3 + 4 \times 20^2 + 1 \times 20 + 11$).

Ejemplo 3

De <i>yey tzunte majtakti ume pual kashtul yey</i> ($3 \times 20^2 + 12 \times 20 + 18$) sustráigase <i>sen tzunte makwil pual majtakti se</i> ($1 \times 20^2 + 5 \times 20 + 11$):	Ahora se procede exactamente como con la analogía de una balanza en cada nivel, quitando los mismos elementos de cada lado hasta que en una columna no quede nada (<i>tatka</i>):
	

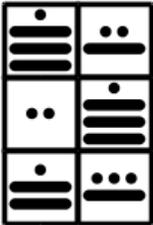
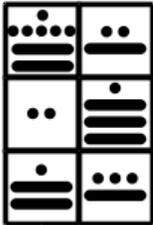
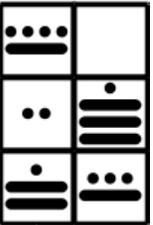
Resultando *ume tzunte chikume pual chikume* ($2 \times 20^2 + 7 \times 20 + 7$).

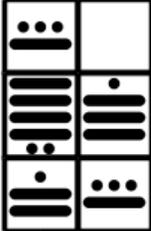
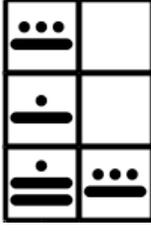
Ejemplo 4

<p>De <i>sen tzunte chikume pual majtakti ume</i> ($1 \times 20^2 + 7 \times 20 + 12$) sustráigase <i>makwil tzunte chikume pual kashtul</i> ($5 \times 20^2 + 7 \times 20 + 15$):</p>	<p>En este caso la cantidad sustraendo es mayor que la cantidad minuendo, por lo que se espera que al quitar elementos de ambos lados, se acabarán primero del lado izquierdo, quedando la diferencia del lado derecho. Esto significa que la diferencia es negativa.</p> <p>Se aplica la regla 2 para el primer nivel (<i>sejse</i>, unidades) y tercer nivel (<i>tzujtzunte</i>, octomillares):</p>	<p>Ahora se retiran elementos iguales de ambos lados hasta dejar el lado izquierdo vacío:</p>
		

Quedando *nawi tzunte yey* ($4 \times 20^2 + 3$), pero negativo.

Ejemplo 5

<p>De <i>kashtul se tzunte ume pual majtakti se</i> ($16 \times 20^2 + 2 \times 20 + 11$) sustráigase <i>chikume tzunte kashtul se pual chikwey</i> ($7 \times 20^2 + 16 \times 20 + 8$):</p>	<p>En este caso el resultado será positivo, por lo que se desea eliminar los elementos del lado derecho. Se aplica la regla 2 en el tercer nivel (<i>tzujtzunte</i>, octomillar):</p>	<p>Se aplica la regla 1, sustrayendo las mismas cantidades de ambos lados en el tercer nivel:</p>
		
<p>Ahora en el segundo nivel</p>	<p>Ahora se sustraen los mismos</p>	<p>Y finalmente se retira la</p>

<p>(<i>pujpual</i>, vigésimos), a <i>ume</i> (2) no se le puede restar directamente <i>kashtul se</i> (16). Por ello, aplicando la tercera regla, del tercer nivel se toma una unidad y se convierte en cuatro barras en el segundo:</p>	<p>elementos del segundo nivel:</p>	<p>misma cantidad de elementos del primer nivel (previamente a aplicar la regla 2):</p>
		

Resultando *chikwey tzunte chikwasen pual yey* ($8 \times 20^2 + 6 \times 20 + 3$).

■ La numeración maya en el programa de estudio de educación básica en la región centroamericana

La civilización maya es parte de un grupo selecto de culturas reconocidas por la invaluable hazaña de incluir el cero dentro su sistema numérico. Sin embargo, los números romanos y arábigos se han apropiado casi por completo de la enseñanza matemática inicial en los sistemas educativos de Centroamérica, especialmente El Salvador.

Aunque geográficamente Guatemala se encuentra a escasos cientos de kilómetros de El Salvador, la importancia en la cultura y matemática maya los separa años luz. Los niños guatemaltecos aprenden sobre el sistema de numeración maya desde el primer grado de educación básica. Aquí inician reconociendo los símbolos de este sistema vigesimal e identifican relaciones de orden entre los números mayas. Además, aprenden a contar en maya. A partir del segundo grado trabajan de forma sistemática las operaciones de suma y resta. Cada año agregan una cifra a los números que operan. Además, cada año incrementan la cantidad de números a identificar en el sistema maya por una potencia de 10. En quinto grado ya aspiran conocer hasta el 999,999. En grados posteriores interpretan polígonos regulares e irregulares presentes en la cultura maya, se ven inmersos en la multiplicación y la división. Al finalizar el noveno grado los jóvenes guatemaltecos ya saben calcular fechas con el calendario maya y en bachillerato reconocen patrones del mismo (MINEDUC, 2012).

En Honduras, conocer el sistema de numeración maya y su calendario es un eje transversal a la educación matemática. Según los planes de estudio oficiales de este país, los estudiantes deben conocer el sistema de numeración maya, el calendario maya e incluso asociar figuras geométricas a las construcciones mayas (SE, 2004). Las operaciones aritméticas en el sistema maya no están contempladas. En contraste, en Costa Rica se busca el «fortalecimiento de la multiculturalidad... por aproximaciones culturales a conceptos matemáticos colocándolos en contextos históricos» (MEP, 2015 pág 64). El propósito de esta aproximación cultural es la de cultivar una visión panorámica de las ciencias y la cultura por medio del estudio de los aportes matemáticos de civilizaciones como la china, india y maya.

Este análisis geográfico de la importancia del sistema numérico de los ancestros mayas viene en total detrimento al acercarnos a El Salvador, Nicaragua y Panamá. Los planes de estudio de Nicaragua no reflejan un indicio que las aportaciones matemáticas de los mayas sean presentadas en las aulas (MINED, 2010). Similarmente, los profesores panameños no reconocen como labor oficial el mostrar el cero de los mayas a sus alumnos (MEDUCA, 2014). Igual suerte corren los estudiantes de El Salvador. En los planes de estudio de este país prevalece la ausencia del legado matemático que dejaron los mayas (MINED, 2008).

Ahora surge la pregunta ¿qué relevancia tiene para los jóvenes salvadoreños el conocer sobre el sistema de numeración maya? En un análisis sobre las obras «Pedagogía de la autonomía» y «Cartas a quien pretende enseñar» de Agudelo (2008) se establece que «los educandos y educadores [...] deben abogar por el reconocimiento de su autonomía como sujetos, como seres sociales e históricos». Esto supone conocerse y reconocer que cada individuo trae consigo una herencia social, histórica y cultural y por tanto su educación no puede estar carente de los aportes de sus ancestros.

Desde pequeños, los estudiantes aprenden a reconocer y admirar las invenciones y descubrimientos de personajes ajenos a su cultura: Cristóbal Colón y el descubrimiento de América, Shakespeare y su «Romeo y Julieta», Darwin y la evolución. Sin embargo, un hallazgo como el uso del cero en un sistema posicional en la matemática maya pasa de largo las aulas cuscatlecas. Es importante reconocer que «enseñar exige el reconocimiento y la asunción de la identidad cultural» (Freire, 1998).

Ciertamente no se trata de sustituir los números arábigos por los mayas. La intención no es la de dotar a los salvadoreños de un nuevo sistema numérico que les impida comprender y comunicar resultados con el resto del mundo.

Finalmente como apoyo adicional a la enseñanza de los números y aritmética maya, deberían introducirse juegos de conversión. Como se sabe de otras investigaciones referidas por Fernández-López (2014), entre algunos beneficios, los juegos ayudan al alumnado a desarrollar su capacidad lógica y pensamiento lateral. Además, mediante el juego se pueden crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitan experimentar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar (Muñiz-Rodríguez, 2014).

Así que se propone un juego tipo dominó en el que las piezas tengan una parte en notación decimal indo-arábiga y la otra en vigesimal maya (ver Figura 1). Este dominó tendría el mismo propósito de contribuir al logro de la habilidad de convertir expresiones entre diferentes registros semióticos como el de Fernández-López (2014) que es para aprender a convertir medidas de volumen en diferentes unidades, o como el de Muñiz-Rodríguez (2014) que es un dominó de ángulos con el valor numérico en un extremo y con una representación gráfica en el otro.

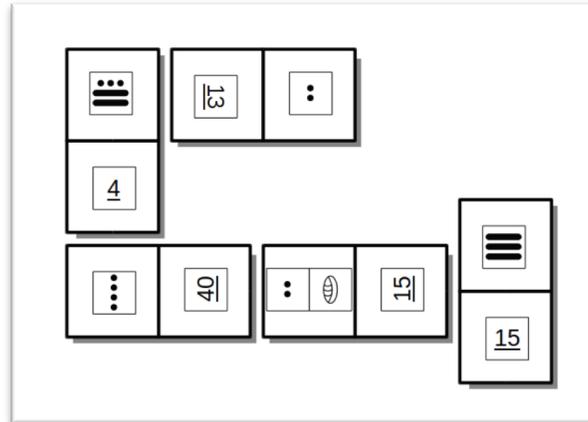


Figura 1: Ejemplo de fichas de juego de dominó con conversión vigesimal maya y decimal indo-arábigo

■ Conclusiones

La invención de un sistema vigesimal posicional y su aritmética identifica a los mayas como una civilización cuyos avances matemáticos son comparables a los de otras civilizaciones más prósperas y reconocidas.

El programa de estudios oficial del Ministerio de Educación de El Salvador debería incluir la enseñanza del sistema de numeración maya para fortalecer la identidad cultural de las nuevas generaciones de salvadoreños.

El fortalecimiento de la identidad cultural no implica un sentido de superioridad sobre otras culturas o civilizaciones, simplemente una apropiación y reconocimiento de las aportaciones de nuestros pueblos.

Una introducción lúdica al sistema de numeración maya puede resultar útil para introducir estos temas en las aulas salvadoreñas. Además, la representación geométrica de la arquitectura maya se presta de forma natural como ejemplo en los cursos de matemática como lo muestra Morales (2007, cap. 2).

Sería muy interesante explorar a fondo los documentos guatemaltecos y mexicanos y realizar versiones para El Salvador en lengua Nawat.

■ Referencias bibliográficas

- Aczel A. (2014). The Origin of the Number Zero. *Smithsonian Magazine*. Recuperado de <http://www.smithsonianmag.com/history/origin-number-zero-180953392/>
- Agudelo Cely, N; Estupiñán Quiñones, N; (2008). Identidad cultural y educación en Paulo Freire: reflexiones en torno a estos conceptos. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana*, (núm. 10) pp. 25-40. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=86901003>
- Calderón, H. M. (1966). *La Ciencia Matemática de los Mayas*, México: Editorial Orión
- Estrada-Belli, F. (2011). *The First Maya Civilization: Ritual and Power Before the Classic Period*. Londres: Routledge. ISBN-13: 978-0415429948.

- Fernández-López, M. (2014). El juego y las matemáticas. Tesis de Maestría no publicada, Universidad de La Rioja. España.
- Freire, P (1998): *Pedagogía de la autonomía*. Segunda edición, México: siglo XXI editores.
- Ifrah G. (1997). *Historia universal de las cifras - La inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo*. Madrid : Espasa. ISBN: 84-239-9730-8.
- King, A. (2011). Timumachtikan! - Curso de lengua náhuat para principiantes adultos. Recuperado de <http://tushik.org/timumachtikan/>
- Landa, F. D. (1938) *Relación de las cosas de Yucatán*, México: Editorial Pedro Robredo.
- Ministerio de Educación de El Salvador MINED. (2008). *Programas de Estudio*. Recuperado de <https://www.mined.gob.sv/index.php/2015-05-12-15-21-32>
- Ministerio de Educación de Guatemala MINEDUC. (2012). *Programas de Estudio*. Recuperado de http://cnbguatemala.org/index.php?title=Bienvenidos_al_Curr%C3%ADculum_Nacional_Base
- Ministerio de Educación de Nicaragua MINED. (2010). *Programas de Estudio* (pp.64). Recuperado de <http://www.nicaraguaeduca.edu.ni/principal/articulos/628-ultimas/907-curriculonacionalnicaragua>
- Ministerio de Educación de Panamá MEDUCA. (2014). *Programa Curricular de Matemática*. Recuperado de <http://www.educapanama.edu.pa/?q=planes-y-programas-de-estudios>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica MEP (2015). *Programas de Estudio de Matemáticas*. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Morales Aldana, L. (2007). *Material de Capacitación sobre Matemática Maya y Estándares Educativos Nacionales*, Programa Estándares e Investigación Educativa. Guatemala: USAID. Recuperado de http://pdf.usaid.gov/pdf_docs/Pnadq529.pdf
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 39, 19-33.
- Secretaría de Educación de Honduras SE. (2004). *Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica*. Recuperado de http://www.se.gob.hn/seduc/basica_descargas/
- Seife, C (2006): *Cero, La biografía de una idea peligrosa*. EllagoEdiciones-Colección Las Islas. ISBN 9788495881991
- Tonda J. y Noreña F. (1991). *Los señores del cero*. México D.F.: Pangea Editores. ISBN: 968-6177-40-X.