

ANÁLISIS DE CICLOS EPISTÉMICOS DE FIGURACIÓN EN BASE A DIPOLOS MODÉLICOS

Iván Pérez Vera, Eduardo Carrasco

Universidad de las Américas, U. Metropolitana de Cs. de la educación UMCE. (Chile)

ivanestebanperez@gmail.com, ecarrasc@gmail.com

Resumen

Se presenta los primeros avances de un proyecto de investigación en ejecución. Este estudio da cuenta de los usos escolares de figuraciones en el proceso de construcción de modelos ante fenómenos de variación. Se aborda el estudio de procesos del uso de modelos gráficos y algebraicos, mostrando una situación de modelación del movimiento estudiando fenómenos de cambio a través de distintos registros. Se explicitan resultados obtenidos en términos de análisis que van desde la noción de Modelación desde la socioepistemología y su articulación con el espacio epistémico de figuración.

Palabras clave: figuración, modelación, visualización

Abstract

This paper shows the first advances of an ongoing research. The study provides information on the school uses of figurations in the process of construction of models face with variation phenomena. It focuses on the study of the processes of the use of graphic and algebraic models, by showing a situation of movement modeling to study change phenomena through different registers. The results obtained are explained in terms of analysis ranging from the notion of modeling based on socio-epistemology and its articulation with the epistemic space of figuration.

Key words: figuration, modeling, visualization

■ Antecedentes

Investigaciones recientes han ido relevando el rol que tienen figuras no cartesianas en la actividad matemática estudiantil de modelación gráfica (Carrasco, Díaz & Buendía, 2014; Pérez, 2015; Pérez y Díaz, 2016; Miranda, Radford & Guzmán, 2007). Figuras que emergen en la actividad estudiantil y que permiten a los y las estudiantes hacer ostensibles aspectos del fenómeno. Lo cual se observa útil para procesos de modelación.

En particular, la modelación cobra importancia en Chile, por cuanto se incorpora como uno de los cuatro ejes que articulan el currículo escolar, incorporándose además como un estándar para la formación del profesorado. Así, el estándar tres del eje sistemas numéricos y álgebra del documento “matemáticas para

la formación inicial de profesores de enseñanza media de Chile” (Felmer, Varas & Martínez, 2010), señala que todo profesor o profesora debiera estar capacitado para promover el aprendizaje de los estudiantes en la comprensión del concepto de función, propiedades de ellas y de los principales ejemplos de funciones a nivel de enseñanza media. Sin embargo, este es uno de los aspectos más disminuidos en los procesos de enseñanza en Chile, lo que se refleja en los bajos rendimientos de estudiantes en las evaluaciones nacionales e internacionales (Rivas, 2015).

En este marco, el objetivo de la investigación es avanzar en el diseño de situaciones de enseñanza que incorporan el uso estudiantil de figuraciones no cartesianas y su rol en la construcción de modelos de fenómenos de variación. En particular se muestran resultados del rol que figuraciones no cartesianas tienen en procesos de desplazamiento de curvas poligonales de un fenómeno de variación a diversos modelos.

■ Antecedentes Teóricos

Entendemos la modelación desde Arrieta y Díaz (2015) como una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo. La intervención sobre lo modelado es diversa, por ejemplo, para la predicción, el diagnóstico y/o la evaluación. Los entes matemáticos al modelar son herramientas. Desde esta perspectiva el modelo no existe independiente de la actividad de quién modela, quien en el acto de articulación entre modelo y lo modelado constituye un dipolo modélico, por ejemplo, entre la gráfica y la covariación de dos variables, o entre la función y la gráfica.

Dipolos, que articulados en red configuran la red de modelos asociada al fenómeno y articuladas por procedimientos, la intencionalidad y los argumentos que emergen en la actividad.

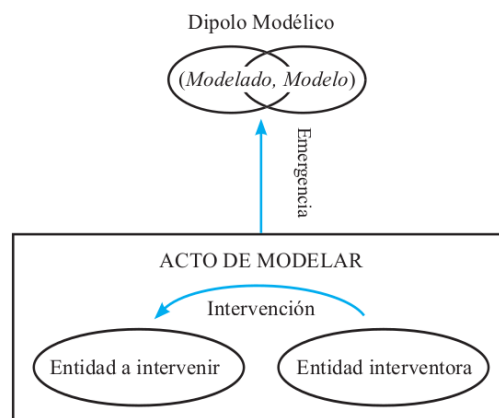


Figura 1. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2015, p.36)

Por su parte, Suárez y Cordero (2008) establecen la noción funcionamiento y de forma del uso de las gráficas en su uso como modelos de fenómenos de variación. Más precisamente, los elementos de funcionamiento son las circunstancias que hicieron posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas, en tanto que los elementos de forma son las clases de tareas. En Díaz y Pérez (2016) se describe el funcionamiento de las figuraciones como construcciones previas al desarrollo

de la gráfica cartesiana en situaciones de movimiento, expresando la necesidad de los estudiantes de representar el contexto y el movimiento de aquello que cambia en el fenómeno, información que pareciera no ser mostrada en la gráfica cartesiana.

Por su parte Carrasco, Díaz y Buendía (2014) señalan que el conocer ocurre en la relación de la persona con el medio, con los otros y con lo otro. Luego construir o interpretar figuras de fenómenos de variación se da en la relación entre el observador, ambiente y fenómeno, y constituye un espacio epistémico de figuración que es a la vez operacional, experiencial y perceptual.

Los estudiantes constituyen un espacio epistémico de figuración que les permite significar elementos de la gráfica desde el fenómeno, a la vez que los elementos del fenómeno se evidencian y significan desde la gráfica, conformando un ir y venir entre fenómeno y figura. Concurren en sus prácticas elementos perceptivos, gráficos y propios de su experiencia con el fenómeno. Muestran la incorporación, superpuestas a la escena, de variables no ostensibles y significativas en la descripción de la variación (gravedad, tiempo, roce) (Carrasco, Díaz & Buendía, 2014)

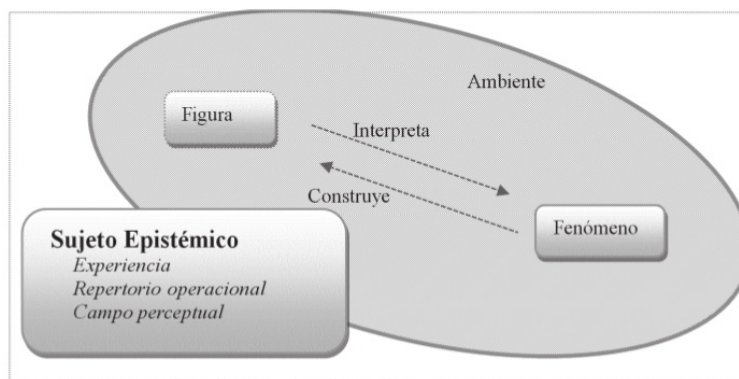


Figura 2. Espacio epistémico de figuración. (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014, p. 368)

■ Antecedentes metodológicos

La implementación exploratoria, en el marco de un estudio de caso, aborda un caso de análisis, en particular se exponen los resultados de una estudiante de Pedagogía en Matemática y Estadística de la Universidad de las Américas, Chile, que cursa la asignatura de “Algoritmos y Programación”. Para el análisis de la información en relación a los procesos de modelación nos situaremos bajo la mirada de la modelación de Arrieta y Díaz (2015) y para el análisis particular de las figuraciones lo haremos desde el espacio epistémico de figuración, propuesto por Carrasco, Díaz y Buendía (2014). Se aplica la situación “epifanía” (Suárez, Cordero, Daowz, Ortega, Ramírez y Torres, 2005, p. 323), que solicita a los estudiantes construir la gráfica del movimiento de “Valentina”, describiendo los cambios de posición en su trayecto de ida y vuelta con respecto al tiempo.

Situación: Valentina llegó temprano a su clase de música. A punto estaba de sentarse cuando advirtió que había olvidado su cuaderno en su refugio predilecto: la siempre cómoda y acogedora biblioteca. No podía perderse el comienzo de la clase, así que fue a la biblioteca, cogió su cuaderno y regresó a su asiento, a tiempo para comenzar su, probablemente disfrutable, clase de música. Pero en el camino se encontró a su

“bien amado” Juan y se detuvo a intercambiar algunas muestras de su muy auténtico cariño, lo que le llevó 4 minutos, pero de los largos, lo que la obligó a recuperar estos instantes, tan bien aprovechados, porque cuando salió del salón no previó la Epifanía. La biblioteca está en un punto diametralmente opuesto del salón de música en el patio circular, que tiene 500 metros de diámetro, de la escuela. Valentina tardó en total 9 Minutos. (Suárez et al, 2005, p. 323)

■ Resultados

Primer análisis. Descripción de los elementos de la figura. La estudiante construye una representación icónica del patio (Ver figura 3). Le representa con un círculo conformando el escenario donde se desarrolla fenómeno de movimiento. Con flechas indica el sentido y dirección del movimiento, mientras que es dibujado en el diámetro del círculo. Diversas textualidades describen la ubicación de los distintos elementos que completan el escenario (Sala de música y biblioteca) e indican las distancias y los tiempos correspondientes a cada recorrido. Un punto indica expresamente el punto de encuentro.

Segundo Análisis. Significaciones que emergen en los elementos de la figura respecto del movimiento. La figuración se constituye en la medida que el movimiento queda metaforizado en el conjunto, flecha, diámetro del círculo. Ambos elementos en conjunto establecen la dirección y longitud del movimiento, el cual se estructura desde tres puntos claves, partida, llegada y encuentro. Estos puntos establecen los tres movimientos descritos en el enunciado: Partida a la biblioteca, encuentro con el amado, llegada biblioteca, retorno. El tiempo de espera, no queda figurado, tomando el texto el relevo y con números y palabras establece la velocidad supuesta por la estudiante. El recorrido no plantea la velocidad, solo distancias y tiempo.

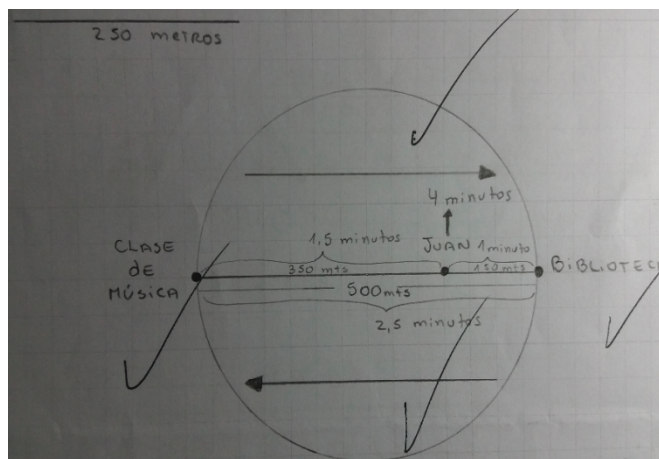


Figura 3. Producción estudiantil - Figuración no cartesiana

El gráfico cartesiano se realiza sobre la distancia recorrida (eje y) contra el tiempo (eje x), en base al análisis del fenómeno y de la figuración realiza gráfica cartesiana, identifican puntos de inflexión que se corresponden con los presentados en la figuración previa, trazan segmentos rectos manifestando una velocidad constante. Las únicas textualidades presentes son aquellas que nombran los ambos ejes, presentando graduación ambos (ver Figura 4).

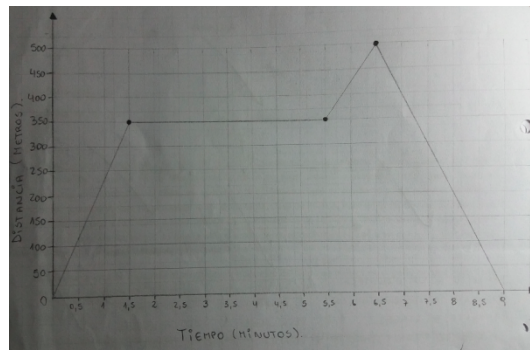


Figura 1. Producción estudiantil - Modelo gráfico.

Plantea modelo algebraico en base a funciones por ramas (segmentadas) que representan los distintos momentos en que se desarrolla el fenómeno, según la interpretación de la situación. Los tramos o segmentos coinciden con los puntos que articulan las figuraciones anteriores y con los distintos momentos expresados en la figuración no cartesiana (Ver figura 5).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{350}{1,5}x & 0 \leq x \leq 1,5 \\ 350 & 1,5 \leq x \leq 5,5 \\ 150x - 475 & 5,5 \leq x \leq 6,5 \\ -200x + 1800 & 6,5 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Figura 2. Producción estudiantil - Modelo algebraico.

Para validar el modelo algebraico la estudiante utilizó el software Geogebra para realizar la gráfica de la función. Como resultado de este proceso se genera la gráfica que se expone en la figura 6, la que coincide con el modelo grafico (Figura 4) realizado con lápiz y papel por la estudiante, validando como consecuencia el modelo algebraico.

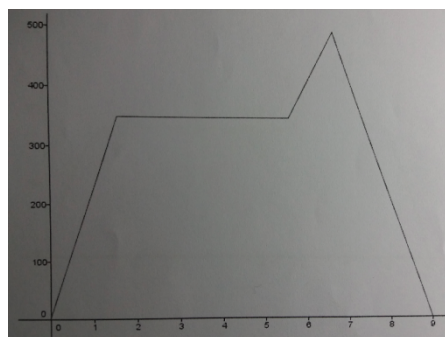


Figura 3. Producción estudiantil - Modelo grafico en Geogebra

■ Análisis

Observamos como en el acto de modelar surgen figuraciones no cartesianas que permiten intervenir el fenómeno (ver figura 7), un dipolo modélico en el que el agente interventor es una figuración no cartesiana. Entendemos esta intervención no tan solo como modificación o actuación sobre el fenómeno original, lo extendemos a una comprensión del fenómeno, es decir la figuración nos permite acercarnos a identificar los elementos que el sujeto que interviene considera de mayor importancia en el acto de modelar.

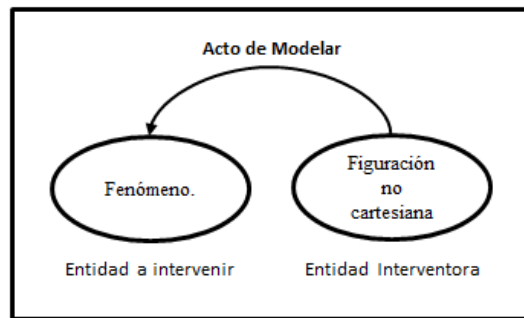


Figura 7. Figuración no cartesiana en el acto de modelar.

Avanzando en el análisis del acto de modelar, observamos la conformación de diversos dipolos modélicos que van conformando una red que, en sus elementos, tanto en interventores como intervenidos han de presentar figuraciones (ver figura 8), que en este relato van transitando desde el fenómeno hasta la construcción de diversos modelos, pasando cada elemento a cumplir distinto rol según el dipolo que se analice. La figuración ha de intervenir el fenómeno en un caso, y en otro, el modelo grafico interviene la figuración.

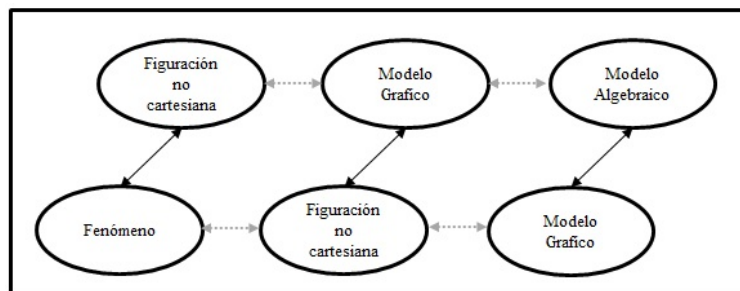


Figura 8. Red de dipolos modélicos incorporando figuraciones.

Al seguir profundizando en nuestro análisis se hace necesario reiterar hasta donde extendemos el concepto de “intervenir” propuesto en los dipolos modélicos, para cual no solo damos el sentido de modificar el fenómeno, desde la caracterización de la experiencia vivida con los estudiantes extendemos el intervenir hacia el interpretar, esto debido al rol que consideramos de las figuraciones en el proceso. Sin embargo,

la interpretación no es un diálogo que ocurre entre los extremos de un dipolo, la interpretación necesariamente proviene de quien vive el acto de modelar, de cómo piensa el sujeto ante un fenómeno de variación, pasamos de una visión instrumental a una donde la episteme del sujeto (en este caso el estudiante) que modela es la que debemos observar.

El espacio epistémico de figuración se articula desde la relación existente entre la figura y el fenómeno, estableciendo este proceso como un acto del sujeto, quien interpreta el fenómeno desde la figura permitiendo también la articulación en sentido inverso. Proponemos hacer tangible en el acto de modelar, ya sea constituido en redes o no, que al emerger la figuración como elemento de un dipolo modélico lo que se evidencia es al sujeto, quien al modelar interpreta el fenómeno. Denominamos a este individuo que interpreta el fenómeno como “El sujeto epistémico”.

Esto nos sugiere articular el acto de modelar con el espacio epistémico de figuración, en particular desde la experiencia que se relata entendemos el proceso completo como un “Ciclo epistémico de figuración en base a dipolos modélicos” el que hacemos tangible en el esquema que se presenta a continuación.

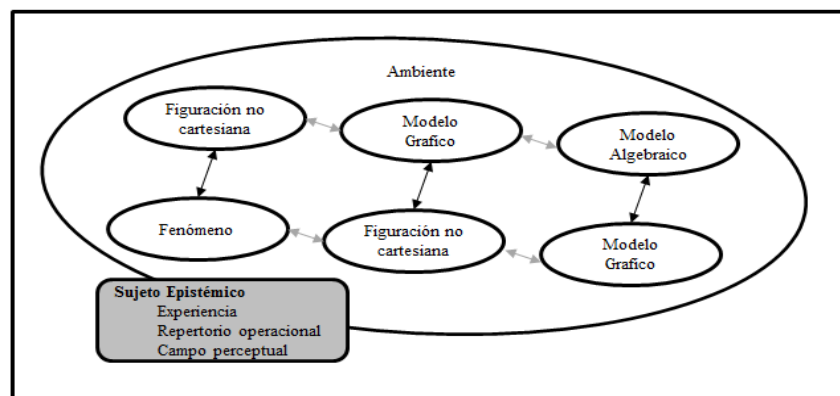


Figura 9. Ciclo epistémico de figuración en base a dipolos modélicos

■ Reflexiones

La presencia de las figuraciones no cartesianas en el acto de modelar, en particular al configurarse como uno de los extremos de un dipolo modélico, nos permite avanzar en el posicionamiento de las figuraciones en los procesos de modelación. Creemos, desde esta perspectiva acercarnos a la incorporación de las figuraciones no cartesianas en las discusiones sobre el discurso matemático escolar y como esta incorporación puede aportar en la construcción de un saber.

■ Referencias bibliográficas

- Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 18(1), 19–48.
- Carrasco, E., Díaz, L. y Buendía, G. (2014). Figuración de lo que varía. Enseñanza de las ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(3), 365–384.
- Díaz, V. y Pérez, I. (2016). Uso de gráficas en una situación de modelación del movimiento en matemática en la enseñanza secundaria en Chile. *Paradigma*, 37(1), 161–180.

- Felmer, P., Varas, L. y Martínez, S. (2010). *Estándares de matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media* (Informe Final). Universidad de Chile.
- Miranda, I., Radford, L., y Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación. *Revista Educación Matemática*, 19(3), 1–26.
- Pérez, I. (2015). Práctica de figuración en la construcción de modelos gráfico y algebraico: un caso de estudio con estudiantes de pedagogía en matemática. En *Actas XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática: XIX JNEM 2015* (207–214). Villarrica, Chile.
- Rivas, A. (2015). *América Latina después de PISA: Lecciones aprendidas de la educación en siete países (2000-2015)*. Fundación CIPPEC.
- Suarez, L. y Cordero, F. (2008). Modelación-Graficación. Una categoría en Cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento. *ICME 11*.
- Suárez, L., Cordero, F., Daowz, P., Ortega, P., Ramírez, A., y Torres, J. (2005). De los Paquetes Didácticos hacia un Repositorio de Objetos de Aprendizaje: Un reto educativo en matemáticas. Uso de las gráficas, un ejemplo. *RIED. Revista iberoamericana de educación a distancia*, 8(1-2).