

SIGNIFICADO REFERENCIAL VERSUS SIGNIFICADO PRETENDIDO: UN CONTRASTE ENTRE LO ESTABLECIDO Y LO PLANIFICADO PARA EL TEMA DE LAS ECUACIONES LINEALES EN EL BACHILLERATO MEXICANO

Raúl Alonso Ramírez Escobar, Silvia Elena Ibarra Olmos
Universidad de Sonora. (México)
raul_itnogales@outlook.com, sibarra@mat.uson.mx

Resumen

Se muestran los resultados de un estudio realizado con el objetivo de analizar la correspondencia entre los significados institucionales de referencia establecidos por el currículo algebraico mexicano y los significados institucionalmente pretendidos, expuestos en libros de texto y planeaciones didácticas de profesores de bachillerato, con respecto al tema de las ecuaciones lineales. Esta investigación tiene sustento en herramientas teóricas del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos propuesto por Godino y sus colaboradores. Los análisis realizados muestran la importancia y el alto impacto que tiene el currículo en las planeaciones docentes, evidenciando con ello el cuidado que debe ponerse en su elaboración. Además, se resaltan las diferencias identificadas, las cuales se relacionan con la formación del profesorado y las circunstancias institucionales, mismas que juegan un papel importante para que existan diferencias entre lo pretendido por el currículo y lo pretendido por los profesores.

Palabras clave: significados referencial y pretendido, ecuaciones lineales.

Abstract

This research work shows the results of a study that seeks to analyze the correspondence between the reference institutional meanings established by the Mexican algebraic curriculum and the institutionally expected meanings, set out in the textbooks and in the didactic planning of the high school teachers with respect to the subject of linear equations. This research is based on theoretical tools of the Onto-Semiotic Approach (OSA) of Knowledge and Mathematical Instruction proposed by Godino and his collaborators. The analyses carried out demonstrate the importance and great impact of the curriculum on teaching planning, thus showing how careful its elaboration should be. Besides, we highlight the differences identified which are related to teacher training and institutional circumstances, the ones that play an important role in the existence of differences between what the curriculum claims and what teachers intend to do.

Key words: referential and intended meanings, linear equations.

■ Introducción

La enseñanza de las ecuaciones lineales posee gran importancia dentro de la trayectoria curricular mexicana, debido a que el tema tiene presencia desde la educación básica hasta la educación superior. Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008) señalan la relación de este tema con situaciones asociadas a las vivencias y a la cotidianidad de los estudiantes. Asimismo, investigadores como Panizza M., Sadovsky P., & Sessa C. (1996) declaran que esta noción matemática es un tema representativo del álgebra por sus antecedentes en la matemática escolar, así como por el alto impacto que tiene en la formación de los estudiantes para niveles superiores.

En el caso del bachillerato (13-15 años) en México, nivel educativo que se rige desde el año 2008 por un modelo de educación basado en competencias, un ejemplo típico de los documentos oficiales que establecen la manera en la que los profesores deben llevar a cabo el proceso de enseñanza de las matemáticas, son los programas de materia o currículos. Éstos constituyen la primera referencia del profesor a la hora de planificar el proceso de instrucción, pues en él se declara cómo abordar cada noción matemática durante el curso.

A partir de esta información de referencia, el profesor como representante de la institución es quien debe planificar cuáles serán los sistemas de prácticas que promoverá en el aula.

En ese sentido, una de las principales alternativas para los profesores es llevar a cabo planificaciones didácticas en las que se organiza la información sobre los qué, cómo, en cuánto tiempo, para qué, por qué, e incluso, sus estrategias, criterios e instrumentos para llevar a cabo la evaluación del aprendizaje matemático, así como la bibliografía sugerida para el curso. Además de los planes de clase, habitualmente el libro de texto es un recurso material utilizado frecuentemente por los docentes para desarrollar esta labor.

El estudio realizado tuvo, como propósito principal, identificar cuáles son los sistemas de prácticas que se promueven de manera oficial a través del currículo para el tema de ecuaciones lineales (significado institucional de referencia) y cuáles son los sistemas de prácticas que se planifican a partir de lo establecido (significado institucional pretendido), así como sus respectivas similitudes y diferencias.

En el siguiente apartado se presentarán las nociones teóricas que fueron seleccionadas para sustentar la realización del estudio y los análisis correspondientes. Posteriormente se presenta la metodología que se siguió en cada una de las etapas de esta investigación. Después se presentan los resultados obtenidos sobre los diferentes significados, es decir, sobre los significados pretendidos por el currículo de dos diferentes subsistemas del bachillerato mexicano, así como los significados pretendidos por los profesores, pertenecientes a esos subsistemas. Finalmente se expone una reflexión sobre la representatividad del significado global de referencia de la ecuación lineal en los significados pretendidos por el currículo y los profesores.

■ Marco teórico

La teoría empleada en el estudio fue el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Godino & Batanero, 1994; Godino, Batanero & Font 2007). En las líneas que siguen se hace un recorrido por las herramientas teóricas utilizadas.

En el EOS el significado de un objeto matemático se define como el “sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona (o una institución) realiza para resolver una cierta clase de situaciones–problemas en las que dicho objeto interviene” (Pino-Fan, 2014, p. 45). Así, el significado de un objeto matemático puede ser visto desde dos perspectivas, institucional y personal, lo cual da origen a la tipología de los significados institucionales y significados personales respectivamente. Sin embargo, los significados considerados para la realización del estudio, forman parte de los significados institucionales.

En ese sentido, considerando que el interés se centró en la noción de ecuación lineal, y tomando en cuenta que se llevaría a cabo un estudio sobre los significados pretendidos por el currículo, así como de los significados pretendidos por los profesores respecto a esta noción matemática, fue necesario plantear un objetivo que diera la pauta para identificar y establecer (al menos de manera general) cuáles son los significados que la mencionada noción ha ido adquiriendo, así como los usos o formas de ver a la ecuación lineal con el paso del tiempo. Dicho estudio, en términos del EOS, se asemeja a una propuesta de lo que sería el significado holístico o global de referencia de la noción, la cual se describirá más adelante.

■ Metodología

La investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo, en tres etapas. En la primera se llevó a cabo una revisión sobre la historia y evolución de las ecuaciones lineales durante el paso del tiempo; como segunda etapa se realizó un análisis ontosemiótico de los programas oficiales de la materia de álgebra, libros de texto y planeaciones didácticas del curso; en la tercera etapa mediante un estudio de casos, se realizó el seguimiento de los sistemas de prácticas puestas de manifiesto por dos profesores en el proceso de planificación del tema.

Para efectos de esta investigación se decidió llevar a cabo una selección de profesores que formaran parte de diferentes subsistemas de bachillerato mexicanos. Esta selección se realizó a partir de un proceso de indagación basado en la aplicación de cuestionarios, dirigidos a un conjunto de profesores del estado de Sonora, México, que se encontraban en activo impartiendo el curso de álgebra, con el fin de conocer sus principales características respecto a su formación didáctico-disciplinar, su experiencia, y otros aspectos relacionados con sus prácticas. Así, finalmente se eligieron a dos profesores que pertenecen a los dos subsistemas de bachillerato con mayor cobertura en México (bachillerato general y tecnológico), según la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS, 2016). Para efectos de esta investigación se designarán a los dos profesores como “profesor A” (asociado al bachillerato tecnológico), y “profesor B” (asociado al bachillerato general).

A partir de la siguiente sección, se desarrolla el análisis de la información generada en cada una de las fases de la investigación, con lo cual se logró caracterizar a los significados institucionales (pretendido y referencial) de la noción de ecuación lineal. En la siguiente sección aparece, por motivos de espacio, una síntesis de la reconstrucción del significado holístico de referencia de la noción de ecuación lineal, y

posteriormente se determina cuál es el significado pretendido por el currículo (programas de estudio) así como el significado pretendido por los profesores en estudio para dicha noción matemática. Para ambos significados la base para su descripción y análisis son las nociones teóricas del EOS ya expuestas.

■ Resultados

Considerando el interés en determinar cuáles son los significados pretendidos por el currículo mexicano y por los profesores, respecto de la ecuación lineal, fue necesario identificar y establecer (al menos de manera general) cuáles son los significados que ha ido adquiriendo dicha noción a lo largo de la historia; es decir, sus usos y las diversas formas de ver y de entender a la ecuación lineal con el paso del tiempo. Dichos significados pudieran considerarse como una propuesta de acercamiento al significado global de referencia de dicho objeto matemático.

El significado global de referencia se define a partir de dos nociones: significado global (también denominado significado holístico u holosignificado, comprende los diferentes significados parciales de un objeto matemático) y significado de referencia (entendido como los sistemas de prácticas que se usan como referencia para elaborar los significados que se pretenden incluir en un proceso de estudio. Para una institución de enseñanza concreta, el significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto). (Pino-Fan, Godino & Font, 2011, p.147).

Estos autores señalan que los significados parciales están asociados a las configuraciones epistémicas que se movilizaron al resolver situaciones problemas, en determinados períodos históricos, que dieron paso al surgimiento, evolución, formalización y generalización de determinado objeto matemático, en nuestro caso, la ecuación lineal.

La revisión de trabajos de carácter histórico-epistemológicos de álgebra, y en particular sobre la noción de ecuación lineal, permitió corroborar cómo dicha noción fue adquiriendo diversos significados a lo largo del tiempo; a través del uso en la resolución de situaciones-problemas relacionadas con aritmética, geometría y el álgebra misma, además de las diversas representaciones gráficas y simbólicas empleadas en ello.

En ese sentido, fue posible determinar siete significados parciales como propuesta del significado global de referencia para esta noción matemática, los cuales serán utilizados para poder llevar a cabo los contrastes pertinentes en los análisis que se mostrarán más adelante. Dichos significados parciales se enlistan a continuación, aunque por cuestiones de espacio no será definido cada uno de ellos. Sin embargo, en la descripción del análisis de los resultados se pondrán en evidencia los objetos y prácticas matemáticas movilizadas, haciendo referencia a los significados que aquí se describen.

1. La ecuación lineal como medio para la deducción de valores desconocidos.
2. La ecuación lineal como representación de la relación entre magnitudes.
3. La ecuación lineal como relación de proporcionalidad.
4. La ecuación lineal como modelo lineal.
5. La ecuación lineal como la recta en su representación gráfica.
6. La ecuación lineal como relación funcional.
7. La ecuación lineal como expresión analítica.

Es importante aclarar que los significados que aquí se proponen pudieran ser profundizados en algún otro trabajo, ya que en éste, por motivos de espacio, se presentan de forma sucinta con la intención de poder hacer contrastes entre los significados pretendidos por el currículo (significado referencial), y el significado pretendido por los profesores en estudio, y así poder establecer algunas conclusiones al respecto.

Una vez expuesta la propuesta de los significados parciales de la noción matemática, se pasará a la exposición de los resultados obtenidos a partir de los análisis realizados a la información obtenida.

El significado referencial versus el significado pretendido del profesor A

En términos generales, el sistema de prácticas promovido desde el programa de la materia, está basado en un significado para las ecuaciones lineales centrado en la algoritmia; es decir, se enfoca en llevar a cabo prácticas orientadas a la realización de procedimientos que permitan identificar el concepto de ecuación lineal, cómo se pueden resolver y en qué tipos de situaciones-problema en contexto extramatemático se podrían llegar a utilizar. El lenguaje predominante a lo largo del bloque es el algebraico. Así mismo, a pesar de que se menciona el uso de algunas propiedades, no se hace explícita la promoción de argumentos asociados a las ecuaciones lineales, pues pareciera que el objetivo principal de aprendizaje es la ejercitación, memorización y habilidad para desarrollar técnicas procedimentales para la obtención de la solución de una ecuación de tipo lineal.

Se concluye entonces que a partir de lo planteado en el currículo del bachillerato tecnológico, los significados de ecuación lineal propuestos se centran en las acepciones de ecuación lineal como expresión analítica, como modelo lineal y como representación gráfica.

Por otra parte, a partir del análisis ontosemiótico realizado a su planificación, se identificó un interés prioritario en promover el significado de ecuación lineal como expresión analítica, pues a través de esta acepción se promueven los elementos que componen a la ecuación lineal, así como las técnicas de resolución dentro del mismo lenguaje algebraico. Otro de los significados que se hace presente en las pretensiones del profesor A es el de la ecuación como modelo lineal, pues a pesar de que la mayoría de los problemas propuestos en el texto ya incorporan el modelo algebraico con el cual es obtenida su solución, se incluyen algunos casos en los cuales si se promueve la modelación, sin embargo, la mayoría de problemas en los que esto se promueve son en contextos intramatemáticos.

El profesor también señala que, hacia la parte final tiene planificado llevar a cabo el planteamiento de problemas en los cuales se promueva la construcción de gráficas, partiendo de expresiones analíticas, en este caso, ecuaciones lineales de dos variables donde se recurra a la graficación a través de una serie de puntos previamente calculados y colocados en un registro tabular. Esta situación evidencia, sin embargo, que las acepciones de la ecuación lineal como representación gráfica y como relación funcional, se abordan de una manera muy incipiente. Así mismo se evidencia que tiene planificado que después de promover los aspectos gráficos relacionados con la ecuación lineal de dos variables, se retomen nuevamente las situaciones-problema en contexto intramatemático para reafirmar las técnicas de resolución de las ecuaciones lineales en su expresión analítica.

A partir de los argumentos anteriores, se concluye que los significados de la ecuación lineal pretendidos por el profesor A son los de ecuación como modelo lineal y como expresión analítica.

El significado referencial versus el significado pretendido del profesor B

Según lo establecido en el currículo, se evidenció un interés por promover un sistema de prácticas en el que el profesor de a conocer características y propiedades de las ecuaciones lineales, así como los conceptos y definiciones asociadas a esta noción. Posteriormente se sugiere continuar con la presentación de las técnicas y/o procedimientos necesarios para el proceso de resolución de las ecuaciones lineales planteadas. Aunado a esto, se promueven métodos en los que se hace una distinción entre las incógnitas según su tipo, es decir, cuando la incógnita es entera o fraccionaria. Se promueven aquellas propiedades de la igualdad que se encuentran relacionadas; además se declara que el profesor podrá llevar a cabo acciones que permitan describir e identificar cuál es el comportamiento que tienen las variables y las soluciones obtenidas al resolver problemas sobre ecuaciones y/o funciones lineales en situaciones-problema con contexto intramatemático. El lenguaje predominante es el algebraico, tanto para los procedimientos de resolución, como para la comprobación y validación de éstas. Sin embargo, también se sugiere el uso de los lenguajes numérico, tabular y gráfico para la representación de funciones lineales.

Es posible concluir entonces que los significados de la ecuación lineal pretendidos por el currículo del bachillerato general (profesor B) son cinco, a saber: como representación de la relación entre magnitudes, como modelo lineal, como la recta en su representación gráfica, como una relación funcional y como expresión analítica.

Una vez realizado el análisis ontosemiótico, se identificó que respecto a las prácticas pretendidas en la planeación del profesor B, las cuales varían en mayor medida de las curriculares, se encuentra el planteamiento de situaciones-problema sin contexto en las que se espera que se propongan y argumenten procedimientos para su resolución. Después se formaliza el concepto de ecuación lineal y se hace énfasis en la modelación matemática como estrategia para resolver problemas en contexto. Así mismo, a través de problemas relacionados con proporcionalidad directa, se articula el tema de ecuación y función lineal, así como sus formas de representación: algebraica, tabular y gráfica.

En ese sentido, se identificó la promoción del significado de ecuación lineal como expresión analítica, debido al interés mostrado por la exploración de técnicas para su solución y la formalización de su definición. Posteriormente se evidenció la acepción de ecuación lineal como modelo lineal, pues a través de ella se planificó el planteamiento de situaciones-problema que pueden ser modeladas y resueltas a través de una ecuación lineal, independientemente del tipo de coeficientes. Además, se logró identificar la presencia de situaciones-problema, en contextos extramatemáticos, a través de los cuales se promueve el significado de ecuación lineal como relación de proporcionalidad, pues dichas situaciones se han planificado con el fin de incentivar en los estudiantes la relación existente entre la ecuación y función lineal.

■ Conclusiones

El haber llevado a cabo un estudio de esta naturaleza permitió recolectar evidencias sobre la manera en la cual se concibe y implementa la evaluación del aprendizaje en matemáticas, en nuestro caso, para la

ecuación lineal, así como la identificación de aquellos factores que juegan un papel determinante para la planeación de tales prácticas y, por ende, para la movilización de determinados significados parciales para dicha noción.

Primero que nada la reconstrucción del significado holístico de referencia, basado en investigaciones sobre estudios de tipo histórico-epistemológicos, permitió contar con un referente epistémico sobre la noción de ecuación lineal. Este significado fue utilizado para llevar a cabo los contrastes respecto al significado curricular y los significados pretendidos por los profesores en estudio.

Como se pudo observar, en el caso del profesor A, tanto el significado curricular como su propio significado pretendido, fueron muy similares, situación que ocasionó que la promoción de los diversos significados de la noción fuera igual de limitada respecto al significado holístico de referencia. Dicha situación jugó un papel fundamental sobre sus prácticas, debido a que el profesor argumentó la necesidad de tener que acatar lo que el programa y el texto le señalan, de tal manera que pudiera cumplir normativas institucionales, relacionadas con el calendario escolar (tiempos previamente establecidos) y con la preparación necesaria para que los estudiantes se encontraran en mejores condiciones antes de la aplicación del examen final del tema matemático en estudio durante el curso y así, poder emitir un juicio sobre su aprendizaje, mismo que se ve reflejado a través de una calificación. Así, durante el desarrollo de sus clases, se observaron prácticas forzadas e interesadas en estudiar únicamente lo que se tenía estipulado por el currículo y el texto.

En el caso del profesor B, él activó una mayor riqueza de significados, principalmente fue interesante haber identificado en su planificación la inclusión de significados (pretendidos) que no se encontraban declarados en los significados pretendidos por el currículo. Del mismo modo, fue posible concluir que, si bien su significado pretendido evidentemente se corresponde con el significado curricular, la experiencia y conocimientos del profesor le permitieron incluir significados, tales como el de ecuación lineal como relación de proporcionalidad, en el proceso de estudio de la noción matemática.

A partir del análisis realizado se concluye que los significados pretendidos se corresponden con el significado de referencia propuesto en los programas. Sin embargo, fue posible identificar algunas diferencias, sobre todo en el caso del profesor B, quien desarrolló una planeación en la cual incorporó algunos temas para enriquecer el significado promovido, mientras que la planificación del profesor A, basada en el texto oficial, no presentó diferencias. Entre los factores que se identificaron como determinantes en las prácticas de los profesores y los significados promovidos, se encuentran: el significado pretendido por el currículo nacional; las normativas institucionales; su experiencia y significados personales sobre la noción matemática. Dicho aspectos podrían ser estudiados con mayor profundidad en investigaciones posteriores.

■ Referencias bibliográficas

- Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de la Ciencias*, 26(3).
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. *The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135.
- Panizza M., Sadovsky P., & Sessa C. (1996). Los primeros aprendizajes de las herramientas algebraicas. *Cuando las letras entran en clase de Matemáticas*. Comunicación realizada a la sección REM de la reunión anual de la Unión Matemática Argentina, Córdoba. 16-45.
- Pino-Fan, L., Godino, J.D., & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático sobre la derivada [The epistemic facet of mathematical and didactic knowledge about the derivative]. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178.
- Pino-Fan, L. (2014). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Granada: Universidad de Granada, (1), 45.
- Subsecretaría de Educación Media Superior (2016). Estadísticas e indicadores del Sistema Educativo Nacional Mexicano. *Dirección General de Planeación, Programación y Estadística Educativa* (1) SEP, SEMS México: Autor.