

## PROBABILIDAD, DESDE LO COLOQUIAL A LO FORMAL

Alexis Rojas Pineda, Ismenia Guzmán Retamal  
Universidad de los Lagos. (Chile)  
alexis.rojas@yahoo.es, ismenia.guzman@ulagos.cl

### Resumen

Este trabajo es parte de una investigación que se desarrolla en la Universidad de los Lagos (Chile), referida a las diferentes conceptualizaciones del objeto matemático “probabilidad”. Existe evidencia en la literatura de las dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad. Los alumnos trabajan con la definición sin dar sentido al concepto. Nuestra investigación pretende dar sentido y significado al concepto “probabilidad” partiendo de lo coloquial. Por ello, este trabajo consiste en un estudio histórico-epistemológico, que considera su origen en el azar, en la filosofía, escolástica, probabilismo moral y su construcción moderna en los trabajos desde Laplace a Kolmogorov.

**Palabras Clave:** Epistemología, Azar, Juego, Probabilidad, Conceptualización

### Abstract

This work is part of an ongoing investigation at the University of the Lagos, in Chile, regarding the different conceptualizations of the mathematical object “probability”. The difficulties in teaching and learning the concept of probability have been shown in the literature related to the topic. Students work with the definition without giving sense to the concept. Our investigation aims to provide sense and meaning to the concept “probability” from the colloquial situations. Therefore, this work consists of a historical-epistemological study, which considers its origin in chance, philosophy, scholasticism, moral probabilism, and its modern construction in the works from Laplace to Kolmogorov.

**Key words:** epistemology, chance, game, probability, conceptualization

### ■ Introducción

En la actualidad el término probabilidad es utilizado en diversas disciplinas como, por ejemplo: administración, economía, finanzas, medicina, ciencias (física, biología, astronomía, matemática, etc.), ingeniería, política, entre otras. Más aún, se distinguen diferentes concepciones de este término como: probabilidad subjetiva, probabilidad a priori, probabilidad a posteriori, probabilidad axiomática y probabilidad frecuentista. (Batanero, 2005; Batanero y Díaz, 2007).

Hay evidencia en la literatura de las dificultades en el aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad (Batanero, 2005; Lonjedo y Huerta, 2005; Díaz y De la Fuente, 2006; León, 2008; Batanero, Contreras y

Díaz, 2012; Contreras, Arteaga, Cañada y Gea, 2015). Pero una de las dificultades de la noción de probabilidad, a criterio de los autores, es que la palabra pertenece al lenguaje común y corriente, es por ello que pierde el sentido matemático, tanto para los estudiantes como para los profesores, y los alumnos trabajan con la definición sin dar sentido al concepto. Lo anterior, permite plantear las siguientes interrogantes: ¿Qué significa matemáticamente la noción de probabilidad? y ¿Cómo ha evolucionado esta noción en la historia?

El presente trabajo pretende reflexionar sobre respuestas a estas interrogantes, mostrando diferentes conceptualizaciones que ha tenido la noción de probabilidad desde su origen hasta la actualidad. Para ello, se realiza un estudio histórico-epistemológico, de tipo documental, en el que se considera su origen en el azar y en la filosofía, la escolástica y el probabilismo moral, y la construcción moderna del concepto de probabilidad en los trabajos comprendidos desde la correspondencia entre Pascal y Fermat hasta Kolmogorov.

### ■ Origen del término probabilidad

Según la real academia de la lengua española, el término probabilidad proviene del latín *probabilitas*, -*ātis*, y da las siguientes definiciones: “**1.** f. Verosimilitud o fundada apariencia de verdad. **2.** f. Cualidad de probable (|| que puede suceder). **3.** f. Mat. En un proceso aleatorio, razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles” (Consulta en línea de Diccionario de la Real Academia Española: [www.rae.es](http://www.rae.es)). Para entender estas diferentes definiciones se intenta buscar su origen, el que se puede encontrar en los juegos de azar y en la filosofía.

#### El juego de azar

En la antigüedad la suerte y la fortuna (el azar) tenía un origen divino. En Egipto, Grecia y Roma los sacerdotes o pitonisas utilizaban una combinación de tabas o astrágalos que les permitían predecir el destino de una persona, ya que este era el medio a través del cual los dioses expresaban sus deseos, y los juegos de azar no eran la excepción. (Del Pino, Ferreiro y Fernández, 1989; Fernández, 2007).

El vocablo azar tiene origen en la palabra árabe zahr, siendo su significado original el de *flor*. Con posterioridad pasó a designar la marca que daba la suerte en el juego de la taba, cuyo valor máximo era representado por una flor, la flor de azahar también conocida como la flor del naranjo. De aquí deriva el significado de azar (suerte, fortuna, imprevisibilidad o causalidad) que conocemos hoy en día. En los juegos de azar (o juego de dados), los jugadores estudiaban la posible ocurrencia de un cierto resultado, con el fin de valorar de antemano sus ganancias o pérdidas. Después de un gran número de intentos, sin éxito de sus predicciones, se llegaba a la creencia de un principio de *incalculabilidad*, esto debido a lo imprevisible del juego. Los griegos, egipcios y romanos creían que no era posible encontrar una causa que permitiera predecir el resultado de tirar un dado o una taba, si no que este resultado se debía solo a la voluntad divina, además no se había desarrollado la matemática al cálculo de las posibilidades. (Mateos-Aparicio, 2002; Fernández, 2007).

## ■ Concepción en la filosofía

La concepción de la probabilidad se inicia sobre una base filosófica, aunque los juegos de azar dan origen a su nacimiento y su posterior perfeccionamiento. Para entender el término probabilidad en un sentido filosófico, hay que remontarse a Grecia en donde Aristóteles (384-322 a. de C.) distingue dos tipos de razonamientos: el razonamiento demostrativo y el razonamiento dialéctico. Para Aristóteles el razonamiento demostrativo es aquel que partiendo de premisas ciertas se llega necesariamente a unas conclusiones determinadas, mientras que el razonamiento dialéctico es aquel que partiendo de premisas ciertas no alcanza una determinada conclusión, ya que no se posee la certeza de ser verdadero o falso, sino que es sujeto de incertidumbre. El razonamiento dialéctico da lugar al *Razonamiento Probable* que es aquel que se construye a partir de cosas plausibles que son las que parecen bien a todos, o a su mayoría, o a los más conocidos y reputados. Posteriormente, Carnéades de Cyrene (214-129 a. de C.) establece un criterio subjetivo para aprobar opiniones sometidas a incertidumbre según su grado de fiabilidad, y para ello se basó en la experiencia. A este criterio se le denominó el *probabilismo pagano* el que afirma que la realidad no se puede percibir ciertamente, sino que a lo sumo probablemente. (Candel, 1982; García, 2002; Santos del Cerro, 2002).

## ■ La escolástica y el probabilismo moral

Desde mediados del siglo XI hasta mediados del siglo XV, aparece la corriente de pensamiento *Escolástica*, cuyo objeto de investigación era poder demostrar el carácter científico de una teología que obtenía sus conocimientos a partir de la revelación, es decir, la comprensión filosófica de la verdad divina y donde la fuente era la Biblia. En sus inicios, el pensamiento escolástico se basa en las ideas de San Agustín (354-430) para quien la verdad era sólo conocida por Dios y el hombre llega a la verdad con humildad, por la razón, la fe y la misericordia, es decir, sólo por la propia conciencia e intuición divina. En consecuencia, la probabilidad y el azar no tienen razón de ser. Representantes de esta corriente de opinión son: San Buenaventura (1221-1274) quien asegura que el hombre no es capaz de conocer la verdad sin Dios, esto es, solamente por la fe el hombre llegaría a la verdad; San Alberto Magno (1193-1280) quien afirma que no debe haber dificultades entre la fe y el conocimiento natural de la razón. Distingue entre el conocimiento natural y fe, también entre ciencia y teología; Santo Tomás de Aquino (1225-1274) para quien las verdades no pueden ser alcanzadas por todas las personas, la razón está subordinada a la fe y establece que el entendimiento humano ante ciertos fenómenos contingentes es probable, en el sentido de que sucede en la mayoría de los casos; Duns Escoto (1267-1308) asigna a la teología un rango de ciencia diferente a las demás y sin ninguna primacía sobre las otras. Separa lo teórico de lo práctico, entendiendo por teórico el dominio de la necesidad que abarca la demostración racional y la ciencia, mientras que lo práctico es el dominio de la libertad, de la imposibilidad de cualquier demostración y de la fe; Guillermo de Ockham (1295-1350) afirma que el hombre debe recurrir a la fe, para encontrar la verdad conocida a través de la revelación, mientras que el conocimiento basado en la razón es fundamentalmente empírico, es decir, solo conocemos de las cosas sus cualidades y basta con un conocimiento probable basado en experiencias reiteradas para prever que lo acontecido en el pasado tiene un cierto grado de posibilidad de suceder en el futuro. (Gómez, 2002; García, 2002; Santos del Cerro, 2002).

En el siglo XVI aparece el "*probabilismo moral*", fundado por Bartolomé de Medina (1528-1580) en 1557 aproximadamente. Para el probabilismo moral una opinión es probable si se puede seguir sin peligro

de error y engaño, y en la práctica será la que se pueda seguir sin peligro de pecado, y que se fundamenta, según Medina, en dos ideas: la autoridad de hombres sabios y por fuertes argumentos. Representantes de este movimiento son: Gabriel Vásquez (1549-1604) quien clasifica la probabilidad como probabilidad intrínseca (la propia opinión es considerada como más probable respecto de principios intrínsecos, razones de peso) y como probabilidad extrínseca (es más probable la opinión contraria basada en principios extrínsecos defendido por la mayoría, autoridad de hombres sabios); Francisco Suarez (1548-1617) elaboró los “*principios prácticos*” que pretenden ser una extensión de ciertos principios generales de jurisprudencia aplicados al ámbito de la moral. Ante una duda de carácter especulativo en materias moral esta se debe resolver desde un punto de vista práctico. (Gómez, 2002; García, 2002; Santos del Cerro, 2002).

### ■ Desarrollo del cálculo de la probabilidad

En el renacimiento, uno de los problemas importantes relativo a los juegos de azar correspondía al “*problema del reparto de apuestas*” es decir, como distribuir las ganancias entre jugadores cuando la partida se interrumpía antes de finalizar el juego. Uno de los primeros matemáticos en tratar de resolver este problema fue Fra Luca Pacioli (1445-1517) profesor de matemática, que en su obra “*Summa Arithmetica, Geometria, Proportioni*”, publicada en 1494, plantea que el premio debería ser repartido en función de las victorias obtenidas por cada jugador antes de que el juego fuese interrumpido. Otro matemático preocupado en el reparto fue Niccolo Tartaglia (1499–1557) quien en 1556 en su obra “*Trattato generale di numeri et misure*” indica que el premio se debe repartir de la siguiente manera: el jugador que lleva más victorias se lleva su apuesta más una porción en función de las victorias que tiene sobre su contrincante, sobre la apuesta de este último. Pero fue Girolamo Cardano (1501-1576) quien en 1565 escribe la primera obra importante relacionada con la aproximación al cálculo de probabilidades en los juegos de azar: “*Liber de ludo Aleae*”. Cardano, se había ocupado anteriormente del problema del reparto de premios y en 1539 en su obra “*Practica arithmeticae generalis*” llegó a la conclusión de que las soluciones dadas por Pacioli y Tartaglia eran incorrectas porque al considerar tan sólo el número de juegos ganados por cada jugador, no consideraban los juegos que les faltaban por ganar para hacerse con el premio. Sus soluciones no eran correctas desde un punto de vista matemático, pero eran buenas ideas para *impartir justicia y equilibrio* a un reparto. Ellos naturalmente no usan la palabra probabilidad. (De Mora, 1981; Vega-Amaya, 2002; Fernández, 2007).

Además de estos tres matemáticos importantes, considerados entre los precursores de la probabilidad, destacó también un hombre mucho más conocido en otros campos de las matemáticas y la física, Galileo Galilei (1564-1642) que durante su vida también resolvió problemas sobre dados, escribiendo su obra “*Considerazione sopra il Giuoco dei Dadi*” (Mateos-Aparicio, 2002; Rodríguez, Íbar y Ordas, 2004). Sin embargo, el mayor aporte de Galileo a los inicios de la probabilidad fue la creación de su *teoría de la medida de errores*, debido a sus estudios observacionales. Él busca estimar errores observacionales y mostrar por medios probabilísticos argumentos a través de una serie de principios como, por ejemplo: que pequeños errores son más probables que los grandes. Estos principios permiten clasificar los errores observacionales en dos tipos: errores “*sistemáticos*” que son aquellos que se deben al instrumento de medición que se esté usando, y errores “*no sistemáticos*” que son aquellos que no tienen explicación sobre su ocurrencia. A estos últimos hoy en día se les denomina errores “*aleatorios*”. Con esto Galileo contribuyó, sin saberlo, a la creación empírica de la probabilidad. (Knobloch, 2006).

En el año 1654 Blaise Pascal (1623 - 1662) realiza un viaje en compañía del caballero de Meré, quien le plantea problemas relacionados con diferentes juegos de azar. Esto dio origen a una correspondencia entre Pascal y Pierre de Fermat (1601-1665) la que constituye la base de la teoría moderna de la probabilidad. Pascal y Fermat resolvieron estos problemas dando comienzo a la formalización, en forma insipiente, de lo que hoy llamamos la teoría de las probabilidades. Pascal acepta el principio de probabilidad concebido desde un plano especulativo, por esta razón no utilizó la palabra probabilidad para denominar azar, la suerte, etc. Llama Geometría *del Azar* al cálculo recién fundado a partir de su correspondencia con Fermat. Sus aportes se extienden a muchos campos como el de la filosofía e incluso al de la teología, intentando argumentar la existencia de Dios en términos de posibilidades y ganancias: “es mejor creer que no creer, es decir, es mejor actuar como si existiera por si acaso existe”. Christian Huygens (1629-1695) matemático holandés considerado por algunos autores como el padre de la probabilidad, publica en 1657 un breve tratado titulado “*De Ratiocinnis in ludo aleae*” inspirado en una visita que realiza Huygens a París donde toma contacto con el círculo de Pascal, y se entera de los resultados obtenidos por Pascal y Fermat (la correspondencia entre Pascal y Fermat no fue publicada como libro por ellos). Huygens extiende algunos resultados de Pascal y aclara varios problemas para tres o más jugadores. En esta obra introduce el concepto de Esperanza Matemática. La idea de probabilidad aún no estaba ligada a la de azar, pues estos autores no utilizaron dicha palabra en sus escritos. Antoine Arnauld (1612-1694) y Pierre Nicole (1625-1695) publican en 1662 la “*Lógica de Port-Royal*”, y es en esta obra donde por primera vez la palabra probabilidad aparece con un sentido medible. Jacob Bernoulli (1654–1705) influenciado por la “*Lógica de Port-Royal*”, escribe “*Ars conjectandi*” donde expone el concepto de las *razones del azar* y es en este trabajo donde la teoría del azar es elevada por primera vez desde un conjunto de soluciones de problemas particulares, a un resultado de importancia general. Abraham De Moivre (1667–1754) en su obra “*Doctrine of Changes*” publicada en 1718, acepta la definición dada por Bernoulli de “*razones del azar*” y la reformula en términos de una fracción en la que el numerador es igual al número de apariciones del suceso y el denominador es igual al número total de casos en los que el suceso pueda o no pueda ocurrir. Tal fracción expresa lo probable de que ocurra el suceso, siendo la primera vez que la idea de probabilidad es ligada a la de azar. Además, introduce el concepto de probabilidad condicional, entre otros resultados importantes. Thomas Bayes (1702-1761), escribe dos memorias “*An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances*” publicada en 1764 y “*A Demonstration of the second Rule in the Essay towards the solution of a Problem in the Doctrine of Chances*” publicada en 1765, en ellas expone los resultados de las leyes generales de la teoría, llamada hoy probabilidad, a partir de las cuales formula el teorema conocido como teorema de Bayes. Pierre Simón Laplace (1749–1827) en su “*Théorie analytique des probabilités*” en 1812 formaliza la teoría matemática de los juegos de azar, que hoy en día constituye la teoría *clásica* de la probabilidad. Laplace incluye una exposición sistemática y muy completa de la teoría con aplicaciones a una gran variedad de cuestiones científicas y prácticas. (Mateos-Aparicio, 2002; García, 2002; Rodríguez, Ibar y Ordás, 2004).

Alrededor de 1909, Émile Borel (1871-1956) consideró la importancia de la teoría general de la medida para la construcción de ciertos pilares y fundamentos de la teoría de la probabilidad, pero no fue hasta el año 1933 cuando Andrei Kolmogorov (1903-1987) se propuso construir una teoría de la probabilidad totalmente rigurosa basada en axiomas fundamentales. De esta manera, la probabilidad se pudo desarrollar como una teoría completamente lógica al mismo tiempo que permitía resolver problemas aplicados de las ciencias modernas y la tecnología. (Restrepo y González, 2003).

## ■ Conceptualizaciones de la Probabilidad

El primer paso para descubrir a que se le llama probabilidad es establecer su origen etimológico. En este caso se debe subrayar que el mismo se encuentra en el latín, y más exactamente en la palabra *probabilitas*, que está formada por la unión del verbo *probare* que puede traducirse como “comprobar”, el sufijo *-bilis* que equivale a “posibilidad” y el también sufijo *-tat-* que lo que viene a indicar es una “cualidad”. Por lo tanto, podemos comprender que la palabra probabilidad indica posibilidad de una cualidad comprobable.

Desde su origen la palabra probabilidad ha tenido un doble sentido, como grado de creencia y como evidencia aceptable para el científico. En consecuencia, aparecen variadas interpretaciones de la noción de probabilidad las cuales aún coexisten. En Batanero (2005), Batanero y Díaz (2007) se describen interpretaciones adecuadas de la noción de probabilidad para la enseñanza, a saber: la intuitiva, la clásica, la frecuencial, la subjetiva y la axiomática. A continuación las interpretaciones de los autores: la probabilidad intuitiva se le relaciona con lo lúdico y en este sentido el carácter probable de los resultados de un juego; la probabilidad clásica se relaciona con juegos de resultados equiprobables; la probabilidad frecuencial se relaciona con la repetición de un juego bajo las mismas condiciones no necesariamente con resultados equiprobables; la probabilidad subjetiva se relaciona a la experiencia que tiene un jugador con la ocurrencia de ciertos resultados de un juego; y la probabilidad axiomática tiene relación directa con el objeto matemático “probabilidad”.

## ■ Conclusión

Este estudio propone una nueva conceptualización de la noción de probabilidad, que no contradice las concepciones anteriores, sino que las integra. Esta nueva noción refiere a lo relativo de la concepción de probabilidad que es la siguiente: “*La probabilidad es la cuantificación del grado de posibilidad de ocurrencia de cierto hecho o fenómeno que satisface reglas, en particular los axiomas de Kolmogorov*”. Esta nueva noción engloba a las anteriores y se puede usar en los diferentes niveles educativos ya que hace referencia al mismo objeto matemático.

## ■ Referencias bibliográficas

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(3), 247-263.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J.P Van Bendegen y K. François (Eds.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (pp. 107-127). New York: Springer.
- Batanero, C., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2012). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. *Revista digital Matemática, Educación e Internet* 12(2).
- Candel, M. (1982). *Tratados de lógica (ORGANON) I*. Editorial Gredos S.A. Madrid.
- Contreras J. M., Arteaga P., Cañadas G. R., Gea M. M. (2015). Evaluación de sesgos probabilísticos en futuros profesores: Tratamiento de un problema irresoluble. En Contreras J. M., Batanero C., Godino J. D., Cañadas G.R., Arteaga P., Molina E., Gea M.M. y López M.M. (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 277-287). Granada, 2015.
- De Mora, C. (1981). LA TEORIA DE LA PROBABILIDAD: LOS PRIMEROS CALCULOS Una propuesta de traducción y comentario a Cardano. *Llull* 4, 123-141.
- Del Pino, G., Ferreiro, O. y Fernández, P. (1989). *La Estadística Comprendiendo un Mundo con Azar*. Pontificia

- Universidad Católica de Chile Colección TELEDUC. Santiago.
- Díaz, C. y De la Fuente, I. (2006). Dificultades en la resolución de problemas que involucran el Teorema de Bayes. Un estudio exploratorio en estudiantes de psicología. *Educación Matemática* 18(2), 75-94.
- Fernández, S. (2007). Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. *SUMA*, 55, 7-20.
- García, M. (2002). Antecedentes de la Concepción Subjetivista de la Probabilidad. *Historia de la Probabilidad y Estadística (AHEPE)* (pp. 119-132). Ed. AC, Madrid.
- Gómez, F. (2002). Probabilismo y Toma de Decisiones en la Escolástica española. *Historia de la Probabilidad y Estadística (AHEPE)* (pp. 81-102). Ed. AC, Madrid.
- Knobloch, E. (2006). On the Origin of Error. *Historia de la Probabilidad y Estadística(III) (AHEPE)* (pp. 95-116). Delta Publicaciones Universitarias, Madrid.
- León, N. (2008). Errores y Dificultades en la Resolución de Problemas Verbales inherentes al teorema de Bayes: Un caso de Futuros profesores de Matemática. *Revista Paradigma* 29(2), 187-219.
- Lonjedo, M. A. y Huerta, M. P. (2005). La naturaleza de las cantidades presentes en el problema de probabilidad condicional. Su influencia en el proceso de resolución de problemas. En Maz, Gómez y Torralba (eds), 2005, *Investigación en Educación Matemática. Noveno Simposio de la Sociedad Española de Investigación Matemática*. Córdoba. ISBN: 84-7801-782-8
- Mateos-Aparicio, G. (2002). Historia de la Probabilidad (desde sus orígenes hasta Laplace) y su relación con la historia de la teoría de decisión. *Historia de la Probabilidad y Estadística (AHEPE)* (pp. 1-18), Ed. AC, Madrid.
- Restrepo, L. y González, J. (2003). La Historia de la Probabilidad. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarías* 16(1), 83-87.
- Rodríguez, A., Íbar, R. y Ordás, P. (2004). La Teoría de los Juegos de Azar en el siglo XVIII. La participación del matemático francés François Nicole. *Historia de la Probabilidad y Estadística(II) (AHEPE)* (pp. 109-138), Ed. Delta, Madrid.
- Santos del Cerro, J. (2002). Probabilismo Moral y Probabilidad. *Historia de la probabilidad y estadística (AHEPE)* (pp. 103-118), Ed. AC, Madrid.
- Vega-Amaya, O. (2002). Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. *Apuntes de historia de las matemáticas* 1(1), 54-62.