

# LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FINAL ABIERTO EN EL AULA DE PRIMARIA Y EL CAMBIO DEL PROFESOR

*Open ended problem solving in elementary school and teacher change*

M<sup>a</sup>. VICTORIA MARTÍNEZ VIDELA, LEONOR VARAS SCHEUCH  
*Universidad de Chile*

## **Resumen**

La resolución de problemas ocupa un importante lugar dentro de la actividad matemática. Aun así, su implementación en la sala de clases no es una actividad trivial. En este capítulo compartimos una experiencia de implementación de resolución de problemas con un grupo de 11 profesores y sus aulas de escuelas públicas en Chile. Esta experiencia se desarrolló a lo largo de tres años, durante los cuales se trabajó en la implementación de resolución de problemas de final abierto una vez al mes en cada una de las aulas participantes. Describimos el trabajo que realizamos en ese período, ejemplificamos el tipo de tareas utilizadas, para luego centrarnos en indagar en cuales son los cambios vividos y percibidos por los profesores durante dicho periodo.

**Palabras clave:** resolución de problemas, problemas de final abierto, cambio del profesor.

## **Abstract**

Problem solving has an important place in mathematical activity. Even so, its implementation in the classrooms is not trivial. In this chapter, we share a problem-solving implementation experience with a group of 11 public school teachers and their classrooms in Chile, experience developed over three years, during which time we implemented an activity of open ended problem solving once a month in

each classroom. We describe the work made on this period, we exemplified the type of tasks to then focus on investigating what changes are experienced and perceived by teachers during this period.

**Keywords:** problem solving, open ended problems, teacher change.

## INTRODUCCIÓN

La introducción de la resolución de problemas en la enseñanza escolar de matemáticas ha cobrado una atención creciente desde que el marco de evaluación de la prueba PISA la incluyó como una de las ocho competencias matemáticas (OECD, 2004). Su descripción en este marco y en los trabajos originales de Mogens Niss (1999) resulta inspiradora y convincente de su valor formativo para desarrollar una alfabetización matemática para la vida, de utilidad clara para toda la población y no solo para aquellos individuos que vayan a especializarse en estudios superiores de base matemática. Sin embargo, su incorporación al aula escolar no ha sido fácil, como tampoco lo ha sido en la formación inicial y continua de profesores (Felmer, P. y Perdomo-Díaz, J. 2016; Felmer, P. y otros, 2015) y por lo mismo sigue siendo un desafío para el sistema educativo. En Chile, la concepción dominante en este ámbito concibe la “resolución de problemas” como la actividad de resolver problemas rutinarios pero contextualizados, con una descripción verbal, en la que aparecen números, con los cuales se deben realizar exactamente aquellos cálculos que se han practicado previamente. La distancia entre esta concepción y la descrita por el marco de evaluación de PISA se vuelve aún más evidente al considerar problemas de soluciones múltiples o incluso infinitas, que no se vinculan directamente con ningún contenido curricular escolar. Preguntar por muchas o incluso todas las soluciones de un problema de este tipo, preguntar si se está seguro de haber encontrado todas las soluciones y la fundamentación de tal certeza, caracterizar un conjunto solución se reconoce como una actividad matemática crucial. Pero ¿tiene sentido promover esto en la educación primaria? ¿no habrá que reservar este esfuerzo para niveles educacionales superiores? Mal que mal, PISA es una prueba destinada a jóvenes de 15 años y, por lo tanto, los ejemplos de problemas de este tipo más divulgados

son demasiado difíciles para estudiantes de primaria. Nuestra convicción es que la enseñanza de la matemática debe incluir la actividad matemática genuina a lo largo de todo el trayecto educativo, desde el primer encuentro con la matemática. El razonamiento matemático y la resolución de problemas son esenciales en el desarrollo de la formación matemática para la vida y los niños, desde muy pequeños, las practican con naturalidad y entusiasmo.

Ahora bien, la consideración del desarrollo de competencias en la escuela, entre ellas la resolución de problemas, implican cambios profundos y muchas veces radicales, en el aula y fuera de ella, ya que conlleva un cambio de paradigma que son el resultado de las demandas de nuestra sociedad. Y como todo cambio de paradigma demanda cambios drásticos, de forma y sobre todo de fondo en las prácticas educativas. En este escenario los profesores y profesoras son actores principales para generar el cambio. Sobre ellos recae una responsabilidad mayor que involucra desde distintas formas de instrucción y hasta otras ideas de lo que es la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

Teniendo como base todo lo anterior, llevamos a cabo una experiencia para introducir la resolución de problemas de final abierto en clases de matemática de escuelas primarias, a partir del tercer grado y durante 3 años consecutivos, es decir, con niños desde los 9 años. En este capítulo, describimos la experiencia desarrollada, mostrando algunos de los problemas que utilizamos, para posteriormente detallar el trabajo realizado en torno a describir cómo este tipo de prácticas supone un cambio en los profesores, entendiendo que son ellos y ellas quienes impulsan realmente los cambios dentro del aula y, por tanto, se vuelve imprescindible comprender de qué manera este tipo de experiencias pueden llevar a redefinir y resignificar el trabajo en el aula de matemática.

## **DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA**

Entre los años 2011 y 2013 se desarrolló el proyecto “Desarrollo de la comprensión matemática y del desempeño a través de la resolución de problemas de final abierto”, el que respondió a una iniciativa bilateral Chile–Finlandia. En este marco, los equipos de investigación de la Universidad de Chile y de la Universidad de Helsinki (Finlandia) construyeron

y seleccionaron problemas que luego fueron utilizados en clases de matemática por 14 profesores chilenos y 10 profesores finlandeses con sus aulas de primaria. El proyecto partió cuando los niños iniciaban el tercer grado (9 años de edad) y concluyó cuando estos mismos niños terminaban el quinto grado de educación primaria (11 años de edad). Los profesores trabajaron de manera continua con estos grupos durante el desarrollo del proyecto, al menos impartiendo la asignatura de matemática. A lo largo de esos tres años, aproximadamente una vez al mes (siete veces en el año) se dedicó la clase de matemática a la resolución de un problema. Dichos problemas fueron diseñados por todos los profesores participantes y el equipo de investigación de ambas universidades, compuesto por investigadores en educación matemática y profesores. Dado que la implementación suponía ir modificando poco a poco la forma de presentar y gestionar la tarea propuesta, se filmó cada clase y se recogían los trabajos de los alumnos, de manera de poder analizar la puesta en escena en la reunión posterior, en la que además se planificaba la implementación del siguiente problema.

Cada clase de matemática que se dedicó a resolver los problemas planificados no pretendía el aprendizaje de contenidos, sino el desarrollo de competencias. Si bien esto es un aporte crucial a la Educación Matemática, no podemos desconocer la necesidad de cubrir el currículum escolar de contenidos que se han establecido por ley a nivel nacional. Así, promovimos con gran convicción y entusiasmo la realización de clases centradas en la resolución de problemas, pero no propusimos que ellas reemplacen la enseñanza de los contenidos curriculares, ni que toda esa enseñanza se realice de este modo.

### **Escuelas y salas de clases**

Tal como mencionamos anteriormente, en Chile se inició la experiencia en marzo del 2011, al principio del año escolar. Comenzaron participando 14 profesores de 9 escuelas de la ciudad de Santiago. Llegaron al final del tercer año participando en el proyecto 11 profesores. En el caso de Finlandia comenzaron en el proyecto 10 profesores de escuelas cercanas a Helsinki (Vanta y Espoo) y llegaron al final del proyecto 8 profesores.

## Algunos ejemplos de problemas

Los problemas implementados, que hemos llamado problemas de final abierto, fueron propuestos por los equipos de investigación de Chile y de Finlandia, y se escogieron considerando que debían permitir obtener más de una respuesta correcta, que pudieran ser abordados con distintos enfoques y que debían permitir posibilidad de dar soluciones diferentes, incluyendo como parte de la solución la estrategia utilizada. En este sentido, los 21 problemas trabajados tienen como característica común:

- tener infinitas o múltiples soluciones posibles
- puedan ser resueltos con distintas estrategias
- no depender el dominio de algún contenido en particular
- tener dentro del enunciado preguntas que permitieran generar argumentos

A continuación presentamos tres de los problemas utilizados a modo de ejemplo, con el fin de ejemplificar el tipo de tarea seleccionada. Partimos por el primer problema implementado, que se utilizó a modo de ensayo y que permite dar una idea de lo sencillo que pueden ser los problemas planteados. Posteriormente, adjuntamos otros dos problemas que son particularmente interesantes, dado que fueron muy valorados por los profesores, dieron pie a un número variado de respuestas de los estudiantes y presentan diferencias en la implementación, en tanto uno de ellos se resolvió son con papel y lápiz y el otro con material extra (cuadrados de papel y tijera).

El primer problema planteado tuvo por objetivo enfrentar a los estudiantes y a los profesores a una situación que respondiera a las características de un problema de final abierto detalladas anteriormente, pero que fuera sencillo. El problema planteado fue:

**Calentando motores**

Inventa cálculos cuyo resultado sea 3

Una vez planteado el problema a los estudiantes se comenzó el trabajo en la búsqueda de diversas soluciones, dado que la situación invitaba a en-

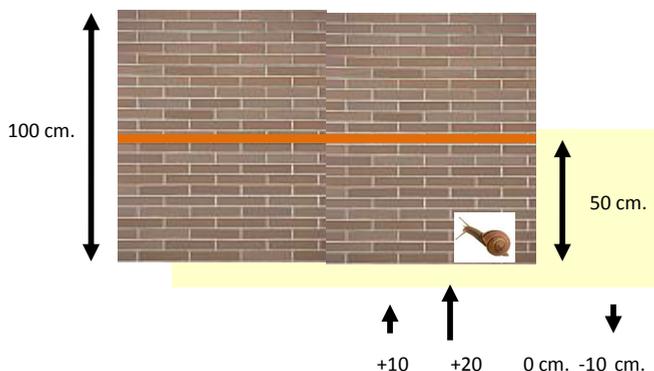
contrar más de un cálculo. Posteriormente, los profesores trabajaron en la puesta en común, dejando que sean los estudiantes quienes expliquen sus producciones y procedimientos.

Otro problema implementado fue Gary el Caracol, con el que se esperaba trabajar principalmente en torno al desarrollo de representaciones del problema, ya que la creatividad para representar era tan importante como la capacidad de crear distintas soluciones. Por otra parte, en torno al desarrollo de la comprensión matemática, se espera que los estudiantes se acerquen al concepto de neutro aditivo, al trabajar con el 0 como una manera de representar los días que Gary no se mueve y el inverso aditivo, al combinar el subir 10 cm y con bajar 10 cm.

### Gary el Caracol

#### Parte 1

Gary el caracol sube una muralla muy lentamente. Hay días que sube 10 cm, hay días que sube 20 cm, hay días que no se mueve, y hay días que se queda tan dormido que baja 10 cm. La muralla tiene 100 cm de altura.



Muestra una manera en que Gary pueda llegar desde el suelo hasta la mitad de la muralla.

#### Parte 2

Al final del día 10 Gary está en la mitad de la muralla. ¿Qué pudo haber ocurrido en esos 10 días? Muestra tantas formas como puedas.

El tercer ejemplo es El Cuadrado, problema para el cual los estudiantes recibieron cuadrados de papel y tijeras con los que trabajar de manera concreta. En particular, en este problema se esperaba que los estudiantes, a partir de la producción de varias respuestas, pudieran crear una estrategia para producir soluciones más complejas. Además la creatividad sería un factor clave para crear soluciones visualmente atractivas.

**El Cuadrado**

Divide un cuadrado en dos piezas que sean iguales.  
Muestra todas las formas distintas que puedas.

El trabajo realizado en la implementación de los problemas fue recogido en un libro cuyos coautores fueron los profesores participantes del proyecto, en el que fue posible ejemplificar la implementación utilizando producciones de los estudiantes (Araya y Varas, 2013).

**CAMBIO DEL PROFESOR**

Las expectativas con la experiencia descrita anteriormente eran que los niños desarrollarían una comprensión más profunda de la matemática estudiada a ese nivel escolar, mayores destrezas en la resolución de problemas, mayor confianza en sus capacidades y mayor creatividad para trabajar matemáticamente, además de ampliar y enriquecer sus ideas acerca de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje. Los profesores, por su parte, también cambiarían sus ideas respecto de estos temas, ampliarían y enriquecerían su repertorio de prácticas pedagógicas, además de desarrollar mayores capacidades para escuchar a sus alumnos y seguir sus pensamientos, lo que les llevaría a elevar sus expectativas respecto de las capacidades de sus alumnos.

Es por eso que a partir del trabajo realizado con los profesores y estudiantes durante 3 años, surge como necesidad natural el identificar y entender qué cosas han variado en las aulas, en las formas de interacción profesor-alumno, en la interacción alumnos-matemática, en la gestión de

tarefas matemáticas, etc. Desde ese cuestionamiento, una forma de acercarse al fenómeno es colocar la mirada en los profesores, como uno de los protagonistas del trabajo realizado. Nos centramos en comprender cómo los profesores perciben el proceso de cambio experimentado en ellos mismos y en sus estudiantes. En consecuencia, nos planteamos las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué cambios perciben los profesores en sí mismos? ¿Qué cambios observan en sus estudiantes? ¿Cuáles son los factores que los profesores identifican como facilitadores u obstaculizadores de estos cambios?

En torno al cambio en los profesores, la literatura subraya el importante papel que juegan las creencias y actitudes en la capacidad de cambio que puedan tener, entendiendo las creencias como la disposición a actuar de una determinada manera y no solo como una verbalización de lo que se cree (Wilson y Cooney, 2003).

En educación matemática la investigación en torno a las creencias, ha definido tres categorías dentro de un sistema de creencias (Op'T Eynde et al, 2002): Creencias sobre la educación matemática (creencias sobre las matemáticas, creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, creencias sobre la enseñanza en general); Creencias sobre sí mismo (autoeficacia, control, orientación a la tarea); Creencias sobre el contexto social (normas sociales y socio-matemáticas dentro del aula).

Ahora bien, la literatura plantea que el sistema de creencias de los profesores es relativamente estable, o al menos, difícil de modificar, sobre todo las creencias referidas a la autoeficacia (Liljedahl, Oesterle y Bernèche; 2012). Además algunos autores atribuyen la dificultad de cambiar las creencias dependiendo de si son antiguas o nuevas, asumiendo que las creencias nuevas son más permeables al cambio, dado que están en formación. En este mismo sentido, otros autores como Kassila, Hannula, Laine y Pehkonen (2008) plantean que la dificultad radica en si las creencias son nucleares o periféricas, siendo éstas últimas las más propensas al cambio.

En el mismo sentido, y operacionalizando el proceso de cambio de creencias, Smith (1999) a partir de un estudio de casos y mediante la observación, el diálogo reflexivo y los procesos grupales a lo largo de un año escolar, elabora un modelo en que relaciona una nueva creencia (convencerse de un cambio) con un cambio en lo que se hace (práctica) y con un cambio en lo que se declara (verbalización).

Otro factor que incide en el cambio es quién lo promueve, es decir, los profesores se resisten al cambio cuando es impuesto o sugerido por otros, sin embargo se comprometen con él cuando es una iniciativa propia (Richardson, 1998; Freeman, 1992). Es decir, el profesor se compromete con una aproximación metodológica diferente e innovadora cuando ve que éstas funcionan en el aula con sus estudiantes y, por lo tanto, tiene sentido modificar el trabajo que venía haciendo hasta ese momento. Esto se condice con el planteamiento de Stuart y Thurlow (2000) que subrayan que para una persona el cambio en sus creencias significa renunciar a lo familiar y, por lo tanto, es puede ser complejo y desafiante.

## **Metodología**

La investigación en torno al cambio del profesor respondió a un diseño exploratorio descriptivo, en el marco de describir el proceso de cambio experimentado por los profesores participantes en la experiencia de implementación de resolución de problemas de final abierto.

Una vez finalizada la experiencia, y con el fin de indagar en el proceso de cambio que puedan haber experimentado a lo largo de esos 3 años, se realizaron 2 entrevistas. La primera apenas había terminado la experiencia, que tenía como objetivo identificar y describir el cambio de los profesores dentro del aula y la segunda un año más tarde, que nos permitiera distinguir qué cambios habían sido sostenidos en el tiempo.

Para la primera entrevista se utilizó como herramienta metodológica el uso de una viñeta, herramienta que está ideada para indagar en procesos profundos y no consientes (Lieberman, 1987; Aliverti y otros, 2007; Sánchez y otros, 2008; Yañez y otros, 2012). Se utilizó este tipo de herramienta dado que el cambio del profesor es un cambio profundo que ocurre a nivel interno, en el sistema de creencias y actitudes del profesor. Y por otra parte, el cambio demandado a los profesores es “público y oficial” y por tanto, para identificar el cambio que realmente han experimentado es necesario traspasar la barrera de lo que es políticamente correcto declarar a momento de entrevistar al profesor.

En el caso de la segunda entrevista, los profesores evaluaron los elementos identificados como importantes en la primera entrevista y si se habían mantenido en el tiempo. Dado el tiempo transcurrido, cuatro años

desde el inicio del proyecto y un año desde la primera entrevista, utilizamos el recuerdo estimulado, en un formato verbal, como herramienta metodológica que permite analizar una situación real en la que el sujeto es parte y le permite reflexionar, evaluar y comprender sus prácticas (Stouhg, 2001; Lyle, 2003). El recuerdo se hizo seleccionando algunos episodios de las reuniones de grupo en las que los maestros mostraron evidencia de sus expectativas sobre la capacidad de sus estudiantes para resolver los problemas. También a cada uno de los profesores presentamos un resumen de sus análisis de la primera entrevista, y realizamos la segunda entrevista tomando ambos materiales (recordatorio verbal y resumen).

### Cambios identificados

El análisis de las entrevistas se hizo mediante la creación de categorías que permitieran responder las preguntas planteadas originalmente (Martínez, Araya y Berger, 2017). A continuación resumimos los elementos identificados en primer lugar relacionados con el cambio que los profesores identifican en sí mismo y en sus alumnos, que fueron organizados considerando los elementos listados en la Tabla 1, los cuales están organizados según la clasificación de Op'T Eynde et al. (2002) ya mencionada.

Tabla 1. Cambios identificados en los profesores y en los alumnos

Sujeto que cambia	Respecto de...
	Visión de la Matemática
En sí mismos (profesor)	Enseñanza / aprendizaje de la matemática
	Respecto de sí mismos
	Visión de la Matemática
En sus alumnos	Enseñanza / aprendizaje de la matemática
	Respecto de sí mismos

Respecto del cambio que los profesores perciben en sí mismos, una de las cosas que más subrayan es respecto de cómo consideran la matemática. Desarrollan una visión menos rígida de la disciplina, en donde se acepta más de una respuesta. Consideran la matemática como una asignatura más abierta y que permite diversidad. Esto se hace evidente en declaraciones como:

“...se te rompe el esquema de que hay una respuesta a las que tienes que saber llegar”

“...de parte del profesor hay un cambio de actitud hacia la asignatura (...) es más abierto o sea, es más, no es tan rígido, no es tan cuadrado, no es dos más dos cuatro y tiene que ser eso, puede ser *tres más uno*”

El cambio en el aula como contexto social se centra sobre todo en la forma de participar de los estudiantes, principalmente en elementos como el trabajo colaborativo y el comunicar explicaciones y argumentos al grupo completo. Para que esto suceda los profesores identifican no solo la importancia de que los estudiantes participen, también la de la gestión que ellos realizan:

“...ellos iban a la pizarra y colocaban sus respuestas, hacían sus ejercicios y llenaban la pizarra y uno lo único que hacía era dirigir un poco la orquesta”.

“Claro que yo no soy la que da la respuesta, entonces cuando yo capto que alguno tiene un muy buen fundamento matemático “ya, a ver usted, adelante, explíquenos”, porque a veces son tímidos (...) entonces los niños se empiezan a abrir y después dicen: “yo parece que también lo hice así” y ahí empiezan a enganchar entre todos, pero en el fondo es eso. Abrir, darles la oportunidad para que ellos puedan expresarse (...) pero no falta el que dice, “no tía, pero así no es porque puede ser de esta otra forma”.

Por otra parte, tal como los profesores cambian su creencia respecto de la matemática, considerándola una disciplina más asociada a la creatividad y la flexibilidad, visualizan ese cambio en sí mismos identificándose como personas menos rígidas, es así como en sus discursos es posible identificar evidencia a través de frases como:

“...Pero yo te diría que antes de eso, yo era un profesor netamente esquemático, en ese sentido, las matemáticas tenían una lógica exacta, ya, y no permitía justamente que se abriera este campo de la diversidad de respuestas que podía dar un niño. Por lo cual, en eso creo que me ha per-

mitido jugar mucho más, es decir, con la asignatura. No estoy tan esquematizado...”

Tal como identifican cambios en sí mismos, los profesores identifican claros cambios en sus estudiantes. En primer lugar, observan que sus estudiantes consideran la matemática de manera diferente, más cercana:

“...se les fue cambiando el rostro de la asignatura de matemática. Los chiquillos la encontraron más cercana, más afable, y a lo mejor es porque nosotros mismos como profesores lo dimos a conocer no tan formal, a lo mejor”.

En cuanto a cómo los estudiantes trabajan en el aula como un nuevo contexto de aprendizaje, los profesores subrayan que hay una actitud positiva hacia el trabajo colaborativo, hacia el reconocimiento de las equivocaciones y la crítica, esto se traduce en descripciones como:

“súper valioso porque ellos se sienten comprometidos. “Yo! yo tengo una idea” y ellos mismo se dan cuenta “ah! Me equivoqué”, entonces el resto dice, “no es que estaba bien, pero podrías hacerlo de otra forma” entonces se comparte ha sido enriquecedor”.

En tercer lugar los profesores perciben que sus estudiantes se sienten capaces de resolver problemas, siendo conscientes de que son resolutores creativos. Uno de los profesores decía:

“La creatividad es importante para la resolución de problemas (...) después eso se desarrolló, entraron en confianza y vieron que “ya tengo más creatividad para ir resolviendo mis problemas, voy acumulando y tengo más caminos, y me atrevo más también”.

Además de los cambios que los profesores identificaron en sí mismo y en sus estudiantes, identificamos aquellos elementos que los profesores y profesoras valoran como elementos que favorecen o dificultan el cambio (Tabla 2).

Tabla 2. Factores que facilitan o dificultan el cambio

Facilidad / dificultad	Factor identificado
Facilita el cambio	Larga duración del proyecto, que da tiempo de que sucedan los cambios y se valoren.
	Frecuencia no extenuante de la implementación (una vez por mes).
	Claridad de la estructura y duración del proyecto.
	Reuniones mensuales con compañeros y equipo investigadores que generó una comunidad de aprendizaje.
Dificulta el cambio	Cantidad de contenidos que deben cubrir en el curriculum nacional.
	Poco apoyo institucional, para incluir una práctica diferente en el aula.
	No se sienten capaces de inventar problemas por su cuenta y tener independencia.

## COMENTARIOS FINALES

La contribución de este trabajo va más allá de la evaluación del éxito de la implementación de la intervención. Este tipo de experiencias a pequeña escala permiten trabajar de manera comprensiva en torno a experiencias de desarrollo profesional. Poner especial atención, no solo en qué sucede, sino en cómo suceden los cambios, el desarrollo de habilidades en los estudiantes y en los profesores.

Además de evidenciar la importancia de trabajar en intervenciones sostenidas en el tiempo, con un objetivo claro de trabajo y que no tengan consecuencias evaluativas en el quehacer de los profesores, nos encontramos con la necesidad de diseñar metodológicamente herramientas que permitan acceder a la voz de los profesores, como actores centrales de

esta experiencia. Dichas herramientas nos permitieron acceder al cambio vivido por los profesores, comprenderlo y por otro parte, permitió a los profesores hacerse consientes de dicho cambio. Ser consiente del cambio es parte del desarrollo profesional, y constituye una pieza fundamental para el mejoramiento continuo.

Finalmente, es importante destacar la relevancia de identificar factores que faciliten o dificulten el proceso de cambio, con el fin de desarrollar una intervención eficaz que promueva el desarrollo profesional de los maestros de primaria.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece el financiamiento otorgado por la Academia de Finlandia y la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile mediante el financiamiento del proyecto AKA09. También se agradece el financimientto del proyecto Fondecyt 3130702 y por el Proyecto Basal FB0003 del Programa de Investigación asociativa de Conicyt.

## REFERENCIAS

- ALBERTI, A., AMOS, D., BATES, B., BRENNAN, C. y CARMAK, C. (2007). *Study of teacher-consultants and leadership: Vignettes Study. National Writing Project*. (on –line inquiry 14.05.2012: [http://www.nwp.org/cs/public/print/doc/results/leadership\\_vignette.html](http://www.nwp.org/cs/public/print/doc/results/leadership_vignette.html))
- ARAYA, P. y VARAS, L. (2013). *Resolución de problemas de final abierto en clases de matemática*. Santiago de Chile: Maval Editores.
- FELMER, P. y PERDOMO-DÍAZ, J. (2016). Novice Chilean secondary mathematics teachers as problem solvers. En P. Felmer, E. Pehkonen y J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (pp. 287-308). Suiza: Springer. DOI 10.1007/978-3-319-28023-3
- FELMER, P., PERDOMO-DÍAZ, J., CISTERNAS, T., CEA, F., RANDOLPH, V. y MEDEL, L. (2015). *La resolución de problemas en la matemática escolar y en la formación inicial docente*. Estudios de Política Educativa, 1 (1), 64-103.
- FREEMAN, D. (1992). Language teacher education, emerging discourse, and change in classroom practice. En J. Flowerdew, M. Brock, y S. Hsia (Eds.), *Perspectives on language teacher education* (pp. 1-21). Hong Kong: City Polytechnic.

- KAASILA, R., HANNULA, M. S., LAINE, A. y PEHKONEN, E. (2008). Socioemotional orientation and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 11–123.
- LIEBERMAN, A. (1987). *Documenting professional practice: The vignette as a qualitative tool*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. (ERIC Document Reproduction Service NO. 5485215).
- LILJEDAHL, P., OESTERLE, S. y BERNÈCHE, C. (2012). Stability of beliefs in mathematics education: a critical analysis. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(3-4), 23-40.
- LYLE, J. (2003). Stimulated Recall: A report on its use in naturalistic research. *British Educational Research Journal*, 29(6), 861-878.
- MARTÍNEZ, M., ARAYA, P. Y BERGER, B. (2017). Descripción del cambio del profesor de matemática desde su propia perspectiva a partir de un experiencia en torno a resolución de problemas de final abierto. *Bolema*, v. 31, n. 59, 984 – 1004.
- NISS, M. (1999). Kompetencer og Uddannelsesbeskrivelse (Competencies and subject description), *Uddanneise*, 9, 21-29.
- OCDE (2004). The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving Knowledge and Skills. USA: OECD Publishing.
- OP'T EYNDE, P., DE CORTE, E. y VERSCHAFFEL, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: a quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. In G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 13-37). Dordrecht: Kluwer.
- RICHARDSON, V. (1998). How teachers change. What will lead to change that most benefits student learning? *Focus on basics, connecting, research and practice*, 2, issue C.
- SÁNCHEZ, A. y DOMÍNGUEZ, A. (2008). Elaboración de un instrumento de viñetas para evaluar el desempeño docente. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 37, 625-648.
- SMITH, E. (1999). Reflective reform in mathematics: the recursive nature of teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 199 – 221.
- STOUGH, L. (2001). Using stimulated recall in classroom observation and professional development. Paper presented at *the Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Seattle, WA, April 10-14.

- STUART, C. y THURLOW, D. (2000). Making it their own: preservice teachers' experiences, beliefs, and classroom practices. *Journal of Teacher Education*, 51(2), 113 – 121.
- WILSON, M. y COONEY, T. (2003). Mathematics teacher change and developments. The role of beliefs. In Leder, G., Pehkonen, E. y Törner, G. (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 127-147). Dodrecht: Kluwer Academic Publisher.
- YÁÑEZ, R., AHUMADA, H. y RIVAS, E. (2012). La técnica de viñetas y su aplicación en investigaciones en enfermería. *Ciencia y Enfermería XVIII* (3), 9-15.