

LA MATEMÁTICA PURA Y APLICADA EN LOS RESULTADOS DE PISA

The pure and applied mathematics in PISA results

Álvarez-Morán, S.^a, Aguilar-González, A.^a, Corral-Blanco, N. O.^a y Carleos-Artime, C. E.^a

^aUniversidad de Oviedo

Resumen

La competencia matemática se considera imprescindible para el desenvolvimiento de las personas en su vida social, personal y profesional. Su evaluación es uno de los principales objetivos de PISA. En la edición del año 2012 en los cuestionarios de contexto se plantearon preguntas sobre el tipo de ejercicios y problemas objeto de trabajo en el aula, la seguridad de los estudiantes en su resolución, los agrupamientos en matemáticas, etc. En este artículo se analiza, sobre la muestra representativa de España, la negativa o nula relación de la experiencia que dicen tener los estudiantes en matemática aplicada con su rendimiento en matemáticas. La asociación sigue siendo nula cuando el estudio se hace únicamente en los estudiantes de los centros en los que no hay ningún agrupamiento. Se concluye que la experiencia en matemática pura o aplicada no es específica de la enseñanza de las matemáticas sino del rendimiento general del estudiante.

Palabras clave: matemáticas puras, matemáticas aplicadas, ejercicios, problemas.

Abstract

Mathematical skill is considered essential for development of people in their social, personal and professional life. Its evaluation is one of the main goals of PISA. In 2012 edition by means of context's questionnaires several questions were posed about type of task and problems that are most frequently dealt with in the classroom, the security they have when solving them, the grouping or streaming at mathematic's lessons, etc. This article analyzes, using the representative sample of Spain, the negative or null relationship of the experience that students reported in applied mathematics with their performance in mathematics. The association does not exist when the study is done only with students of schools in which there is no grouping. It is concluded that the experience in pure or applied mathematics is not specific to the mathematics' teaching but to the general performance of the student.

Keywords: pure mathematics, applied mathematics, task, problems.

INTRODUCCIÓN

La relevancia de las matemáticas en la vida de las personas se ha hecho más patente en este momento de cambios vertiginosos debidos, entre otros factores, a la evolución tecnológica. La idea tradicional de matemáticas se amplía (Gal y Tout, 2014) para incluir constructos como la *alfabetización matemática*, entendida como la capacidad de las personas para hacer frente a tareas que aparecerán en el mundo de los adultos y que contienen información matemática, y su importancia para el funcionamiento de las personas, así como para el bienestar de los ciudadanos, las sociedades y las economías (Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodgson y Kent, 2002).

Así, las matemáticas han recibido y continúan recibiendo una atención significativa por parte de los legisladores y todos los países europeos han revisado el currículo de matemáticas en la última década; además, en la inmensa mayoría, se han introducido modificaciones a gran escala desde el año 2007 (Eurydice, 2012). Una de las razones fundamentales para renovar el currículo durante esta década ha sido la incorporación de un nuevo modelo educativo basado en los resultados de

Álvarez-Morán, S., Aguilar-González, A., Corral-Blanco, N. O. y Carleos-Artime, C. E. (2018). La matemática pura y aplicada en los resultados de PISA. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 121-130). Gijón: SEIEM.

aprendizaje, definidos en sentido amplio como los conocimientos y destrezas necesarias para preparar a una persona para la vida activa, a nivel social y laboral, y para alcanzar un nivel adecuado de bienestar personal (Psifidou, 2009).

El Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes PISA (Programme for International Student Assessment) en su edición del 2012, donde la competencia principal objeto de evaluación es la matemática, planteó una serie de preguntas en el cuestionario de contexto del estudiante, ejemplificándoles determinados ejercicios de matemáticas, para conocer si la enseñanza de las matemáticas estaba más orientada hacia la matemática *aplicada* o la *pura* y cómo era su relación con los resultados que obtienen en la prueba.

Tras el análisis de las relaciones entre las respuestas de los estudiantes y su rendimiento en la competencia matemática en el Informe "Equations and Inequalities, Making Mathematics accessible to all" (OECD, 2016, p.14) se señala que una mayor exposición a ejercicios y conceptos de matemáticas *puras* tiene una fuerte relación con los buenos resultados de los estudiantes, mientras que una exposición a *problemas simples* de matemáticas *aplicadas* tiene poca relación con los resultados. Es de destacar que el calificativo *simple* no aparece en la definición del índice (OECD, 2014, Thecnical Report), ni tampoco en los resultados o conclusiones del informe PISA 2012 Results. Volume I, es decir se trata de una interpretación muy posterior al diseño de los cuestionarios de contexto que se utilizaron en el estudio.

En el informe se sugiere que simples ejercicios rutinarios no se convierten en buenos problemas sólo por hacer referencia a la vida real y que la forma en que se formulan y presentan los problemas a los estudiantes puede marcar diferencias en los resultados.

En consecuencia, se hará, en primer lugar, una aproximación sobre lo que se entiende por matemáticas puras frente a matemáticas aplicadas.

MATEMÁTICAS PURAS Y MATEMÁTICAS APLICADAS

Existen diversos autores en la literatura de investigación que se han encargado de diferenciar entre los aspectos de matemática pura y matemática aplicada (Steiner, 1976; Pollak, 1979; Blum, 1985; Philips y Rose, 1988). Cuando hablamos de matemática pura y matemática aplicada, hay que hacerlo desde una perspectiva de resolución de problemas, pues ambos aspectos están intrínsecamente ligados a este procedimiento.

Por problema se entiende “una situación que conlleva ciertas preguntas abiertas que desafían intelectualmente a alguien que no está en posesión inmediata de métodos, procedimientos, algoritmos directos, etc. suficientes para responder a las preguntas” (Blum y Niss, 1991).

Estos autores distinguen 4 tipos de problemas matemáticos, dos de ellos directamente relacionados con el objeto de este estudio:

- “Es característico de un *problema matemático aplicado* que la situación y las preguntas que la definen pertenezcan a algún segmento del mundo real y permitan que algunos conceptos matemáticos, métodos y resultados lleguen a ser involucrados” (p. 38).
- En contraste, en un *problema puramente matemático*, “la situación definitoria está enteramente incrustada en algún universo matemático. Esto no impide que los problemas puros surjan de los problemas aplicados pero, tan pronto como son sacados del contexto extra-matemático que los generó, ya no se aplican.” (p. 39).

Ponte y Canavarro (1994) también señalan que los problemas pueden estar en el contexto de la realidad (problema matemático aplicado) o bien formulados en términos puramente matemáticos, e inciden en que el alumnado cuando tiene que resolver problemas apenas focaliza su atención en las propiedades de los mismos, alejándose por tanto del mundo real, por eso, en ocasiones, un problema

matemático aplicado puede ser entendido en un contexto casi tan abstracto como el contexto de las matemáticas puras.

La denominación de problema matemático aplicado, según la literatura al respecto, es “la resolución de tareas de matemáticas basadas en el contexto (*context-based mathematics tasks*)” y requiere una interacción entre el mundo real y las matemáticas (Schwarzkopf, 2007), que a menudo se describe como un proceso de modelado (Maass, 2010) o matematización (OCDE, 2003). El proceso de modelado comienza con un problema del mundo real y finaliza con una solución del mundo real (Maass, 2010) y se considera que se lleva a cabo en siete pasos (Blum y Leiss, 2007).

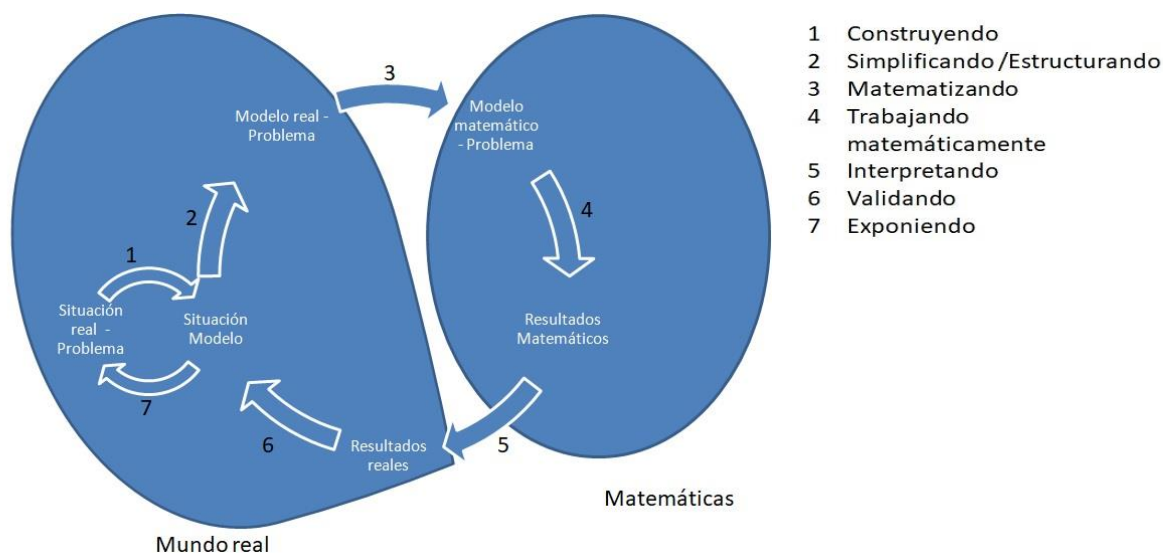


Figura 2. Esquema de Blum y Leiss (2007)

Por su parte Schoenfeld (1985) describe cuatro enfoques que, en su opinión, han seguido los trabajos sobre resolución de problemas a nivel internacional, siendo dos de ellos los que tienen una relación clara con la matemática pura y la matemática aplicada, puesto que se señala cómo interaccionan los problemas con el mundo real:

- *Problemas presentados en forma escrita*, a menudo problemas muy sencillos pero que colocan la Matemática en el contexto del “mundo real”.
- *Matemáticas aplicadas o modelos matemáticos*, es decir, el uso de matemáticas sofisticadas para tratar los problemas que reflejan el “mundo real”.

Los trabajos mencionados ponen de manifiesto la dificultad para diferenciar ambos aspectos.

El tratamiento de las matemáticas puras y aplicadas en PISA

En el informe "PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do" (OECD, 2014) se define la competencia matemática como (p. 9):

La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan.

En esta definición se incluyen tanto los problemas matemáticos aplicados como los problemas matemáticos puros. PISA remarca la importancia en la capacidad de los individuos para “formular, emplear e interpretar las matemáticas en diferentes contextos” (PISA, 2012, p. 9).

El estudiante tiene que *formular* un problema del mundo real en el contexto de un universo matemático y *emplear* en su resolución las herramientas matemáticas que haya adquirido (conceptos, capacidades, estrategias, etc.). Finalmente, al *interpretar* el resultado y dar una respuesta al problema inicial se produce un cambio entre lo que PISA define como pasar de “resultados matemáticos” a “resultados en contexto”. Esto sigue en la línea de lo que Blum y Niss (1991) afirman ante los problemas puros que surgen de problemas aplicados.

En el siguiente esquema se presenta un resumen del planteamiento anteriormente señalado a partir del marco teórico de la Competencia Matemática en PISA y se refleja con claridad la complejidad del tratamiento de los conceptos involucrados y, por consiguiente, la dificultad para catalogar las diferentes tareas que PISA establece en sus pruebas.

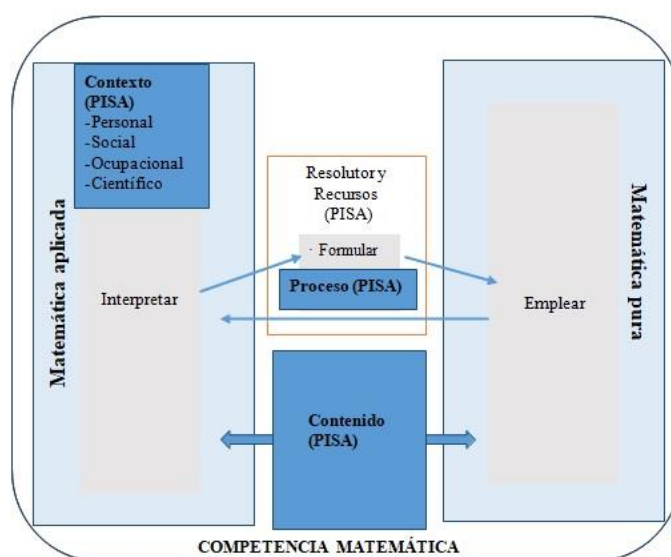


Figura 1. Esquema relaciones Contexto-Proceso con Matemática pura y aplicada

Ejercicios y problemas PISA identificados como matemática Pura y como matemática Aplicada

En los cuestionarios de contexto del estudiante en 2012 se les presentaban ejemplos de diferentes ejercicios que podrían realizar, que PISA identifica como matemática *aplicada* o matemática *pura* y se les preguntaba sobre la frecuencia en que suelen trabajarlos en el aula, su seguridad en la resolución de los mismos, etc.

Tabla 1. ¿Con qué frecuencia te has encontrado los siguientes tipos de **ejercicios** de Matemáticas en clase?

Ejercicios de matemáticas aplicadas
1) Calcular a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra.
2) Calcular cuánto aumenta el precio de un ordenador al sumarle los impuestos.
3) Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.
4) Entender tablas científicas que aparezcan en un artículo de periódico.
5) Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10.000.
6) Calcular el consumo de energía por semana de un aparato electrónico.
Ejercicios de matemáticas pur as
7) Resolver una ecuación como la siguiente: $6x^2 + 5 = 29$
8) Resolver una ecuación como la siguiente: $2(x+3) = (x + 3) (x - 3)$
9) Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5=17$.

En los cuestionarios de contexto de PISA 2012 también se plantean ejemplos de diferentes tipos de problemas de matemáticas para que los estudiantes señalen su experiencia en clase con cada uno,

pero no diferencia los problemas en matemáticas puras y aplicadas, como puede observarse en la Tabla 2.

Tabla 2. Queremos saber cuál es tu experiencia en clase con estos tipos de **problemas**. ¡No los resuelvas!

Problemas algebraicos de texto
1) Ana es dos años mayor que Isabel, e Isabel tiene cuatro veces la edad de Dani. Cuando Isabel tiene 30, ¿cuántos años tiene Dani?
2) El señor Herrero ha comprado una televisión y una cama. La televisión costaba 625 €, pero ha conseguido un descuento del 10%. La cama costaba 200 €. Por el transporte a casa ha pagado 20 €. ¿Cuánto dinero se gastado el señor Herrero?
Problemas matemáticos de procedimiento
1) Resuelve $2x + 3 = 7$.
2) Halla el volumen de una caja cuyos lados miden 3 m, 4 m y 5 m.
Problemas de matemáticas puras
1) Calcular la altura de una pirámide (se presenta el dibujo)
2) Si n es un número cualquiera: ¿puede ser $(n+1)^2$ primo?
Problemas contextualizados de matemáticas
1) Se presenta un gráfico que hay que interpretar.
2) Durante años, la relación entre el ritmo cardíaco máximo recomendado para una persona y su edad se expresó mediante la siguiente fórmula: $\text{Ritmo cardíaco máximo recomendado} = 220 - \text{edad}$ Recientes investigaciones han mostrado que había que modificar esta fórmula ligeramente. La nueva fórmula es como sigue: $\text{Ritmo cardíaco máximo recomendado} = 208 - (0,7 \times \text{edad})$ ¿A partir de qué edad aumenta el ritmo cardíaco máximo recomendado como consecuencia de la introducción de la nueva fórmula? Justifica tu respuesta.

Un aspecto que se ha de señalar es que en tales cuestionarios se habla de *ejercicios (task)* en determinadas preguntas y de *problemas matemáticos (problem)* en otras.

Tal clasificación es relevante porque PISA evalúa la experiencia en matemática *aplicada* y en matemática *pura* utilizando solamente lo que califica como ejercicios (tasks) y por lo tanto las conclusiones de PISA en este tema se basan sólo en una parte del trabajo que realizan los estudiantes en las clases. A la vista de las Tablas 1 y 2 se constata una notable confusión sobre lo que PISA etiqueta como ejercicio y problema. En la Tabla 2, el primer problema matemático de procedimiento, coincide con el ejercicio 9) de matemáticas *puras* y el segundo de los problemas de procedimiento tiene la misma naturaleza que el ejercicio 3) de matemáticas aplicadas.

A pesar de estos inconvenientes parece razonable esperar que la experiencia en matemática *pura* y la experiencia en matemática *aplicada*, tal como las evalúa PISA, estén relacionadas con el rendimiento en Matemáticas y que esa relación sea más fuerte en esa competencia que con Ciencias o Lectura.

En este estudio se trabajará también con el índice denominado en PISA autoeficacia en matemáticas (Maths Self – Efficacy) y que se construye a partir de las preguntas que se muestran en la Tabla 3. La autoeficacia es (MECD, 2015, p. 1)

la creencia que tiene un alumno de que, a través de sus acciones, puede producir los efectos deseados. Esta creencia alimenta su motivación para actuar o perseverar ante las dificultades. En 2012, PISA analizó la autoeficacia reseñada por los propios estudiantes, es decir, la convicción que tienen de que pueden resolver satisfactoriamente problemas de matemáticas cuando se encuentran con ellos.

Tabla 3. ¿En qué medida te sientes seguro de ti mismo al hacer las siguientes **tareas** de Matemáticas?

1) Deducir a partir de un horario de trenes cuánto tiempo se necesita para ir de una ciudad a otra.
2) Calcular cuánto bajará de precio de una televisión si se hace un descuento del 30%.
3) Calcular cuántos metros cuadrados de baldosas necesitarás para embaldosar un suelo.
4) Comprender gráficos que aparecen en los periódicos.
5) Resolver una ecuación como la siguiente: $3x+5=17$.
6) Calcular la distancia real entre dos lugares en un mapa con una escala de 1:10.000.
7) Resolver una ecuación como la siguiente: $2(x+3) = (x+3)(x-3)$
8) Calcular el consumo de gasolina de un coche.

Para medir la autoeficacia se utilizan prácticamente las mismas situaciones que se señalan en la Tabla 1. Sin embargo, nótese, por un lado, que PISA en este caso habla de *tareas* y no de *ejercicios*. Por otro lado, aquí no se tiene en cuenta si los ejercicios son de matemática pura o de matemática aplicada.

La percepción de los estudiantes de sus habilidades en matemáticas condiciona su actitud hacia las mismas (Bandura, 1977); así la importancia de las actitudes, creencias y sentimientos sobre las matemáticas va más allá que el contexto inmediato de aprendizaje, y las diferentes elecciones educativas que los estudiantes hacen podría depender de la confianza que muestran en resolver *tareas* de matemáticas (Hackett y Betz, 1995), entendiéndose por *tarea* tanto los ejercicios como los problemas anteriormente mencionados.

A la luz de los estudios teóricos, la relación del índice de autoeficacia debería tener asociación positiva con el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

OBJETIVO DEL ESTUDIO

De acuerdo con lo planteado en la introducción de este trabajo se formula el siguiente objetivo, referido a la muestra española de PISA:

Constatar si tiene relación la experiencia percibida por los estudiantes en matemática pura y en matemática aplicada con los resultados que obtienen en la prueba de la competencia matemática. En caso afirmativo comprobar si esa asociación es específica para el Rendimiento en Matemáticas o se cumple también para Ciencias y Lectura.

MUESTRA

El estudio se basa en los datos de España en PISA 2012 CBA, con una muestra total de 10175 individuos que son representativos del colectivo de estudiantes de 15 años en España. Las variables e índices que se van a utilizar en el presente estudio son las que se reseñan:

- CURSO es el curso en que se encuentra un estudiante. Resulta de recodificar la variable GRADE en las categorías -2 = 2º ESO, 1 = 3º ESO y 0 = 4º ESO.
- ESCS. Se trata del índice creado por PISA para medir el índice sociocultural.
- EXPUREM. Se trata del índice creado por PISA para medir la experiencia en matemáticas puras a partir de los ítems 1) a 5) de la Tabla 1.
- EXAPPLM. Se trata del índice creado por PISA para medir la experiencia en matemáticas aplicadas usando los ítems 7) al 9) de la Tabla 1.
- MATHEFF. Es el índice creado para la autoeficacia con las preguntas de la Tabla 3. En este caso la gradación de las respuestas se presentaba en orden inverso.
- PVMATH: Rendimiento en la competencia matemática.
- PVREAD: Rendimiento en la competencia lectora.

- PVSCIE: Rendimiento en la competencia científica.

El rendimiento del estudiante es entendido como la capacidad del individuo para dar respuesta a las preguntas PISA en Matemáticas, Lectura y Ciencias (Technical Report 2012, p. 146).

INSTRUMENTOS

Se ha utilizado el entorno estadístico R (R Language Environmet for Statistical computing. Viena Austria. R Core Team (2017). <http://www.r-project.org>) para manejar las bases de datos de PISA 2012 CBA tanto para estudiantes como para centros, que la OECD presenta con las denominaciones de *Student questionnaire data file* y *School questionnaire data file*.

MÉTODO

En primer lugar, se analiza la correlación de los índices relacionados con la experiencia en matemática aplicada (EXAPPLM), mateática pura (EXPUREM) y la autoeficacia (MATHEFF), con el rendimiento de los estudiantes en la competencia matemática (PVMATH).

Tabla 4. Correlación entre los índices que son objeto de análisis en este estudio

	EXAPPLM	EXPUREM	MATHEFF	PVMATH	ESCS
EXAPPLM	1.00	0.32	0.22	0.01	0.04
EXPUREM	0.32	1.00	0.21	0.26	0.14
MATHEFF	0.22	0.21	1.00	0.51	0.26
PVMATH	0.01	0.26	0.51	1.00	0.39
ESCS	0.04	0.14	0.26	0.39	1.00

Resulta llamativa la escasa relación entre la experiencia en matemática aplicada y el rendimiento en matemáticas y, como era de esperar, la alta correlación entre la auto-eficacia que perciben los estudiantes y su rendimiento.

Para analizar con más detalle estas asociaciones y controlar el efecto de algunas variables que pueden inducir a una relación espuria se realizarán regresiones lineales múltiples. El nivel de significación de los contrastes individuales es 0.001 para obtener una significación global de 0.05.

En el informe PISA "Equations and Inequalities, Making Mathematics accessible to all" (OECD, 2016) se señala que uno de los factores que podrían influir en el rendimiento de matemáticas es la forma en que se agrupan los estudiantes según su habilidad en matemáticas (Ps. 14 y 73). Tal información la obtenemos de las cuatro respuestas de las direcciones al Cuestionario de Centro.

Las dos primeras preguntas se refieren a la asignación de los estudiantes a las diferentes clases en los centros educativos basándose en la habilidad que tienen en matemáticas (streaming según PISA). Las dos últimas preguntas se refieren a la metodología de trabajo que utilizan los docentes dentro de las clases de matemáticas (*withing - class grouping* en PISA).

Tabla 5. Ítems sobre la agrupación de los alumnos de 4º de ESO en las clases de Matemáticas

Alternativas de respuesta:	Todas las clases	En algunas clases	En ninguna clase
1) En las clases de Matemáticas se estudian contenidos similares, aunque con diferentes niveles de dificultad.			
2) En clases diferentes se estudian contenidos diferentes o un conjunto distinto de temas de Matemáticas que tienen diferentes niveles de dificultad.			
3) Se agrupa a los estudiantes según su aptitud dentro de sus propias clases de Matemáticas.			
4) En las clases de Matemáticas, los profesores utilizan una pedagogía adecuada para grupos de alumnos con aptitudes heterogéneas (es decir, no se les agrupa por su aptitud).			

Al analizar la frecuencia de las respuestas se observa que en un 81% de los centros hay agrupación por niveles de habilidad, en un 53% de los centros hay agrupación por contenidos y habilidad y en un 56% de los centros no hay ningún tipo de agrupación.

RESULTADOS

Ya vista la correlación entre las distintas variables se plantea una regresión lineal múltiple en que se analiza la relación de la matemática pura y aplicada con el rendimiento, además se plantean aspectos de los estudiantes referidos al ESCS, al sexo, si la escuela es privada o pública y al curso en que se encuentran. Señalar que la puntuación cuando llevan un año de retraso o están en el curso modal se refiere al aumento respecto a la situación en que llevan dos años de retraso.

Tabla 6. Resultados del análisis multinivel para el Rendimiento en Matemáticas (PVMATH)

	Intercepto	ESCS	EXAPPLM	EXPUREM	Ser chico	Centro Privad	- 1 AÑO	C MOD	R ²
Coefic.	381,37	16,09	-3,89	12,47	21,86	14,59	40,82	115,53	0,43
P Valor	<2e-16	<2e-16	3,51e-5	<2e-16	<2e-16	<2e-16	<2e-16	<2e-16	

Una vez que se tienen en cuenta los diferentes factores ya mencionados se observa que la experiencia en matemática aplicada tiene relación negativa con el rendimiento en matemáticas y esto carece de sentido. En el caso de las matemáticas puras su coeficiente es superior a 12 puntos.

Para conocer la verdadera influencia de trabajar la matemática aplicada se va a estudiar este modelo cuando no se establece ningún tipo de agrupamiento de los estudiantes por su capacidad en matemáticas. En la Tabla 8 se aprecia que la experiencia en matemática aplicada (EXAPPLM) no influye en el rendimiento en matemáticas (PVMATH) en aquellos casos en que, todos los estudiantes reciben el mismo tipo de enseñanza.

Estos resultados exigen un análisis más detallado en dos aspectos muy importantes:

- La fiabilidad de las respuestas de los centros en cuanto al agrupamiento de los estudiantes.
- EXAPPLM y EXPUREM miden realmente aspectos específicos de la enseñanza de las matemáticas.

En lo que se refiere a la fiabilidad es de destacar que el 32% de los centros respondió de forma contradictoria a las preguntas 3 y 4 de la Tabla 5, al indicar simultáneamente que se hacía y no se hacía separación dentro del aula.

Para tratar de conocer mejor lo que representan los índices EXAPPLM y EXPUREM analizamos la dependencia del índice MATHEFF con la Experiencia en matemática Pura y Aplicada cuando no se producen agrupamientos del alumnado.

Tabla 7. MATHEF en función de la experiencia en matemática pura y aplicada en clases sin agrupamientos.

	Intercepto	ESCS	EXAPPLM	EXPUREM	Ser chico	- 1AÑO	C.MOD	Privado	R ²
Coefficiente	-1,08	0,08	0,16	-0,04	0,67	0,40	0,89	0,34	0,43
P-Valor	<2e-16	0,16	0,0001	0,4365	6,36e-15	0,0015	2,10e-10	0,0009	

Se observa que MATHEF no depende de la experiencia en matemática pura y apenas hay dependencia en el caso de matemática aplicada cuando se trabaja con grupos en los que no se establece agrupamiento alguno por capacidad de los estudiantes.

Resulta sorprendente este resultado ya que, aparentemente, la confianza que tiene un estudiante en resolver una tarea de matemáticas no está relacionada con la frecuencia con la que realiza ejercicios de matemáticas.

En el siguiente paso se pretende conocer si los índices EXAPPLM y EXAPURE miden realmente alguna característica específica de matemáticas, para ello vamos a ver su relación con el rendimiento en la Competencia lectora (PVREAD) y en la Competencia científica (PVSCIE) con las que a priori no habría de tener relación alguna.

Tabla 8. Comparación entre los resultados del análisis multinivel sobre PVMATH, PVREAD y PVSCIE cuando los estudiantes no están agrupados (heterogeneidad)

	PVMATH		PVREAD		PVSCIE	
	Coefficiente	P Valor	Coefficiente	P Valor	Coefficiente	P Valor
Intercepto	350,73	<2e-16	409,02	<2e-16	409,37	<2e-16
ESCS	9,44	0,0052	10,15	0,0005	15,28	3,18e-6
EXAPPLM	1,92	0,5304	-6,43	0,0142	0,18	0,9501
EXPUREM	12,88	0.0003	28,21	<2e-16	19,70	2,32e-8
Ser chico	26,50	8.9e-07	-20,93	5,73e-6	15,13	0,0035
Centro Privado	32,00	1,12e-6	19,73	0,0004	28,60	6,51e-6
Retardo de un año	50,06	1,97e-9	40,98	9,62e-9	23,25	0,0035
Estar en el curso modal	139,27	<2e-16	96,78	<2e-16	86,60	<2e-16
R ²	0,54		0,51		0,45	

En la Tabla 8 se aprecia una estructura muy similar en los modelos del rendimiento en Matemáticas, Lectura y Ciencias, con respecto a todas las variables explicativas. En particular, EXAPPLM no influye significativamente en ninguna de las variables de rendimiento y EXPUREM tiene un coeficiente de regresión siempre positivo, aunque el valor menor se obtiene en Matemáticas. Dado que estas variables pretenden medir la enseñanza de matemáticas estos resultados plantean serias dudas acerca de que tanto EXAPPLM como EXPUREM midan realmente aspectos específicos de la enseñanza de las matemáticas.

Otro hecho que puede ayudar a entender estos resultados es el alto grado de respuestas que se pueden considerar "no coherentes" en la percepción de los estudiantes a la experiencia en Matemáticas. Así, por ejemplo, al analizar conjuntamente las respuestas al segundo problema algebraico de texto (Tabla 2) con el ejercicio 2 (Tabla 1) se obtiene que el 67% de los estudiantes respondían en categorías diferentes.

CONCLUSIONES

A partir de los análisis que se han ido presentando a lo largo de todo el trabajo las conclusiones que se pueden extraer del mismo son las siguientes:

- No hay asociación entre la experiencia de los estudiantes en matemática *aplicada* y su rendimiento en matemáticas, cuestión que no parece razonable según los modelos teóricos presentados.
- La asociación sigue siendo nula cuando el estudio se restringe a los estudiantes sobre los que no se hace ningún tipo de agrupamiento.
- No hay asociación entre la experiencia en matemática *pura y aplicada* con la seguridad en la resolución de tareas matemáticas, cuando todo el alumnado recibe la misma enseñanza, lo cual resulta completamente inesperado.
- La asociación de la experiencia en matemática *pura y aplicada* con el rendimiento en Lectura y en Ciencias tienen el mismo patrón de comportamiento que para el rendimiento en matemáticas. Este resultado parece indicar que la experiencia en matemática pura o aplicada no reflejan una característica específica de la enseñanza de las matemáticas sino algo relativo al rendimiento general del estudiante.

El resultado general del trabajo es que los índices EXAPPLM y EXPUREM no reflejan adecuadamente la experiencia en Matemáticas y que las recomendaciones que aparecen en el

informe PISA 2012 Results. Volume 1; sobre la exposición a la matemática pura y aplicada deben ser tomadas con mucha cautela, al menos, en lo referente a los estudiantes españoles.

Referencias

- Bandura, A. (1977). *Social Learning Theory*. New York, NY. General Learning Press.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.
- Blum, W. y Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Filling up”. En Haines et al. (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Eurydice. (2012). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Centro Nacional de Innovación e Investigación Educativa (CNIIE) Recuperado de <http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice>
- Gal, I. y Tout, D. (2014). Comparison of PIAAC and PISA Frameworks for Numeracy and Mathematical Literacy, *OECD Education Working Papers*, (102), OECD Publishing, Paris. doi: 10.1787/5jz3wl63cs6f-en
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodgson, S. y Kent, P., (2002). *Mathematical skills in the workplace: final report to the Science Technology and Mathematics Council*. London: Institute of Education, University of London; Science, Technology and Mathematics Council.
- Maass, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2015). *Pisa in Focus*, 56. Recuperado de: <https://www.mecd.gob.es/inee/dam/jcr:d3b9c2ba-0088-499b-b7b6-3205e34e6cbf/pisa-in-focus-n56esp.pdf>
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – Mathematics, reading, science, and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Technical Report*. PISA. OED. Publishing, Paris.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do Student Performance in Mathematics, Reading and Science*. Volume I.
- OECD. (2016). *Equations and inequalities: making mathematics accessible to all*. PISA OECD Publishing, Paris.
- Psifidou, I. (2009). “Innovation in school curriculum: the shift to learning outcomes”. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, 2436-2440.
- Ponte, J. P. y Canavarro, A. P. (1994). A Resolução de Problemas nas Concepções e Práticas de Professores. En D. Fernandes, A. Borralho, y G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de Professores e Desenvolvimento Curricular* (pp. 197-211). Lisboa: IIE.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc. USA.
- Schwarzkopf, R. (2007). Elementary modeling in mathematics lessons: The interplay between Real-world, knowledge and mathematics structures. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 209-216). New York: Springer.