MÉTODOS PARA EL ANÁLISIS DE LA LENGUA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN CLASE

Methods for the analysis of the language of the mathematics teacher in the classroom

Boukafri, K.[a] y Planas, N.[a]

[a]Universitat Autónoma de Barcelona

Resumen

Presentamos métodos creados, implementados y validados en Boukafri (2017) para el análisis de la lengua del profesor de matemáticas en clase, en particular del uso de la lengua – discurso – denominado revoicing en la literatura. Los métodos responden a tres unidades concatenadas de análisis: turno, episodio y sesión de clase. Los ejemplificamos mediante datos de una discusión conjunta de una tarea de geometría con alumnos de 11 y 12 años. Los resultados indican la capacidad de la propuesta de rastrear el efecto del revoicing en la resolución de la tarea que se discute. Concluimos sobre la posibilidad de aplicar esta propuesta al análisis de la lengua del alumno de matemáticas en su actividad de aula y, más en general, para la comprensión del uso de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: *lengua en uso del profesor de matemáticas, revoicing, datos de clase, análisis del discurso.*

Abstract

We present methods created, implemented and validated in Boukafri (2017) for the analysis of the language of the mathematics teacher in the classroom, in particular for the use of language – discourse – called revoicing in the literature. The methods respond to three interrelated units of analysis: turn, episode and lesson. We exemplify them by means of data from the joint discussion of a geometry task with 11 and 12 year-old learners. The results indicate the capacity of this proposal for tracing the effect of revoicing on the resolution of the task under discussion. We conclude about the possibility of applying such proposal to the analysis of the language of the mathematics learner in classroom activity and, more broadly, for the overall comprehension of language use in mathematics teaching and learning.

Keywords: *language of the mathematics teacher, revoicing, classroom data, discourse analysis.*

INTRODUCCIÓN

En su libro basado en resultados de trabajos con datos de clase, Pimm (1990) propone estrategias que el profesor puede usar en la comunicación con los alumnos a fin de que participen en la construcción del discurso matemático como, por ejemplo, hablar con oraciones inacabadas o subir el tono tras una pausa para sugerir al alumno que intervenga. Estas estrategias, deliberadas o espontáneas, son una parte fundamental de las condiciones de producción de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas en la escuela. De ahí que el estudio de estrategias discursivas del profesor sea una línea abierta en la investigación sobre educación matemática y lengua en entornos de clase, con literatura específica para usos particulares de la lengua. A lo largo de esta comunicación y como ocurre en Planas, Morgan y Schütte (2018), utilizamos indistintamente discurso y lengua en uso.

Boukafri, K. y Planas, N. (2018). Métodos para el análisis de la lengua del profesor de matemáticas en clase. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 171-180). Gijón: SEIEM.

En el estudio de discusiones de clase de ciencias y de matemáticas, O'Connor y Michaels (1993) identifican y definen *revoicing* como una estrategia del discurso que consiste en re-expresar la intervención de un alumno, oral o escrita, por parte de otro participante. En su trabajo posterior (O'Connor y Michaels, 1996), estas autoras asocian el uso de revoicing con introducir y clarificar contenidos, explicar razonamientos y reorientar discusiones, entre otras funciones. Así ponen de relieve el efecto de unos usos de revoicing en el discurso de clase. Desde entonces, ha habido estudios de esta estrategia en clases de matemáticas (Enyedy y otros, 2008; Forman y Ansell, 2001, 2002; Herbel-Eisenmann, Drake y Cirillo, 2009; Moschkovich, 2015; Planas y Morera, 2011), ya sea en relación a la lengua del alumno o del profesor. En nuestra investigación, consideramos que hay revoicing cuando se re-expresa oralmente una intervención, de otro participante o de uno mismo, habiendo al menos un contenido matemático común entre la intervención origen y la re-expresada (Boukafri, 2017). Compartimos una visión social de la educación matemática, con atención al papel de la comunicación verbal en el desarrollo de la actividad en clase. Para entender lo que ocurre en clase de matemáticas, asumimos que es preciso conocer cómo se produce y muestra el discurso matemático y pedagógico – en adelante omitimos la mención a la naturaleza siempre pedagógica del discurso matemático en toda situación inmediata de aula –. Con esta agenda de investigación, hemos llevado a cabo un estudio sobre el discurso matemático del profesor en su interacción con los alumnos (Boukafri, Civil y Planas, 2018; Planas, Fortuny, Arnal-Bailera y García-Honrado, 2016; Planas, Arnal-Bailera y García-Honrado, 2018).

El propósito de esta comunicación es metodológico ya que pretende mostrar métodos de conocimiento donde el objeto de estudio es la comprensión de la lengua del profesor de matemáticas. En Boukafri (2017) se pone de relieve la importancia de generar instrumentos que faciliten la comprensión de la estrategia de revoicing como recurso del discurso para incidir en la construcción de actividad matemática. No entramos a examinar la noción teórica de revoicing, sino que presentamos métodos de análisis para explicar cómo este uso del discurso se produce en distintos segmentos: turno, episodio y sesión. Tomamos parte del discurso oral de una clase de matemáticas junto a discursos visuales y escritos en la confección de los instrumentos.

CONTEXTO PARA LA PROPUESTA DE ANÁLISIS

Trabajamos con dos acciones básicas en el análisis de datos: fragmentar, para obtener unidades más manejables para el análisis; y conectar, para discutir datos y resultados que se han tratado por separado. La reiteración de estas acciones nos lleva a filtrar tres unidades de análisis. La unidad más pequeña corresponde a la intervención o turno de un alumno o profesor, que precede o bien sigue en orden temporal a la intervención de otro participante, por lo que tiene valor de intercambio. La unidad intermedia corresponde a grupos de turnos, que llamamos episodios y que surgen al fijar criterios semánticos relativos al contenido matemático comunicado en la interacción. La tercera unidad corresponde al conjunto de turnos – o bien de episodios – que forman la discusión en grupo de una sesión de clase. Por simplicidad, llamamos sesión a esta unidad a pesar de que excluimos lo que ocurre en clase fuera de la discusión conjunta.

> Una araña está en medio de una de las paredes más pequeñas de mi salón y una mosca está en la ventana de la pared opuesta, 1.5m por encima del suelo y 0.5m de la pared adyacente con cuadros. El salón mide 5m de largo, 4m de ancho y 2.5m de alto. Si la araña se desplaza caminando por las paredes, ¿cuál es el camino más corto para que la araña cace a la mosca?

Figura 1. Enunciado de la tarea

De los datos en dos centros de secundaria en Boukafri (2017), tomamos una sesión en la clase con 28 alumnos de primer curso – 11 y 12 años – donde la profesora (en adelante PA) implementó una tarea de geometría sobre hallar “el camino más corto” que debe recorrer una araña para alcanzar una mosca, ambas en paredes opuestas de un salón con forma de ortoedro (Figura 1). La tarea involucra contenidos sobre los desarrollos de un ortoedro, la distancia entre dos puntos y el teorema de Pitágoras, junto a otras relaciones plano-espacio. Se facilitó a PA un esquema con las propuestas de aproximación a la resolución de la tarea a modo de árbol del problema (Morera, 2013). Los alumnos tenían que leer el enunciado, trabajar en grupos reducidos con acceso a material – maqueta del salón en papel y adhesivos para los animales – y, finalmente, participar en la discusión conjunta.

Tabla 1. Fragmento de transcripción multimodal

23	**PA:** Mireu això, quina diferència hi ha entre aquesta habitació i aquesta? Clara?	 

Utilizamos tres cámaras de video a fin de identificar participantes y textos hablados o escritos en la pizarra durante la realización de la tarea desde su planteamiento inicial hasta su resolución. Los datos de video fueron transcritos como sucesión de turnos de habla de los participantes. La transcripción de textos verbales se completó con imágenes asociadas a turnos con prevalencia de discursos pronominales o escritos. No se codificaron pausas, tonos, gestos ni otros elementos no verbales. En la Tabla 1, las imágenes se añaden para proporcionar el contexto de "esta habitación" y "esta" ("aquesta" y "aquesta habitació" en la transcripción original).

En las tres próximas secciones, mostramos los cuatro instrumentos principales de análisis (I_): I_Horizontal, I_Vertical, I_Origen e I_Conectividad. No son instrumentos que se triangulen entre ellos, sino que se suceden y completan a medida que se modifica la unidad de análisis (Tabla 2). En Boukafri (2017) hay el detalle de los instrumentos preparatorios de los principales.

Tabla 2. Relación entre unidades e instrumentos

Unidad de análisis	*Instrumento*
Turno	I_Horizontal
Episodio	I_Vertical
Sesión	I_Origen, I_Conectividad

ANÁLISIS DE LA UNIDAD 'TURNO'

El análisis del discurso a nivel de turnos empieza con la identificación de turnos con revoicing. Marcamos las evidencias lingüísticas de re-expresión de turnos con presencia de contenidos curriculares de matemáticas. Tomando a Forman y Ansell (2001, 2002), distinguimos tres formas de evidencia lingüística dadas por la re-expresión literal de un contenido matemático en un turno anterior (*repetir*); la re-expresión no literal de un contenido matemático con modificación de sintagmas (*refrasear*) o de estructuras sintácticas (*relatar*). Establecemos otra forma que supone re-expresión de un turno anterior con cambio en el contenido matemático, vinculado el contenido origen con otros de la matemática escolar (*ampliar*). Llamamos palabra clave (Pimm, 1990) al término propio de la matemática escolar y con relación a la tarea matemática. En este punto, es importante hacer notar que la selección de formas lingüísticas no es trivial; en cualquier opción que se tome subyace una conceptualización específica de la noción de revoicing. En nuestro trabajo, subyace una noción de revoicing que es particular de los procesos que operan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por ello, *ampliar* es una forma sustancialmente distinta a *repetir*, *refrasear* y *relatar*.

La Figura 3 muestra un turno de PA [11] donde el enunciado "Hacer una diagonal desde la araña hasta la mosca" en el turno de una alumna [10] se *refrasea ampliando* como "Hacer una diagonal toda ella". Ambos enunciados expresan un movimiento entre dos puntos del espacio, que es un contenido de la matemática escolar en nuestro contexto institucional. Con independencia de los enunciados que los acompañen, se trata de palabras clave porque en sí mismas son representativas de contenido matemático. Si bien PA [11] no relata ni amplía este contenido de [10] de manera manifiesta, en el cambio de forma lingüística se omiten las posiciones para los extremos y la direccionalidad del movimiento que la alumna propone y se sugiere la visualización del continuo dinámico de posiciones que constituyen el movimiento. De ahí que incluso formas lingüísticas de revoicing que no modifican abiertamente la comunicación de un contenido matemático específico, también tengan un papel mediador en el desarrollo y la apropiación del discurso matemático que se genera en el aula. En este ejemplo, se está facilitando la oportunidad de que el grupo de alumnos, incluida Maria, consideren el desplazamiento desde distintas perspectivas. Esta reflexión es relevante porque aporta razones a la elección del turno como unidad de análisis con contenido matemático.

10 Maria: Però el millor és <u>fer una diagonal des de l'aranya fins la mosca</u>. [Pero lo mejor es <u>hacer una diagonal desde la araña hasta la mosca</u>.]

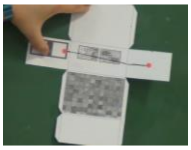
11 PA: <u>Fer una diagonal tota ella.</u> Per tant, des d'aquest punt fins aquest punt anar en diagonal directe. Sense fer aquí recte ni recte. Anar directament en diagonal. Això ens sortirà més curt? [<u>Hacer una diagonal toda ella.</u> Por lo tanto, desde este punto hasta este punto ir en diagonal directo. Sin hacer aquí recto ni recto. Ir directamente en diagonal. ¿Esto nos saldrá más corto?]

Figura 2. Ejemplo de turno con revoicing

Para la organización del análisis de turnos, se diseña I_Horizontal. Este instrumento tiene formato de tabla con cuatro columnas. La primera columna enumera los turnos y señala aquellos con revoicing en verde. A su derecha se ubica la transcripción multimodal con cursiva para los enunciados de origen de revoicing. La tercera columna denota la forma lingüística, pudiendo ocurrir que haya más de un enunciado con revoicing en un mismo turno y que estos se correspondan con distintas formas. La cuarta columna indica funciones del turno con revoicing en el discurso. Como en Planas (2018), por función de un turno entendemos el efecto potencial de ese segmento en la producción de otros turnos. Si bien el estudio del efecto actual requeriría del análisis de turnos posteriores y, por tanto, de la consideración de una unidad de análisis más amplia, lo que aquí se estudia es el efecto que potencialmente puede tener un cierto revoicing del profesor en el desarrollo del discurso matemático del aula. A diferencia de la forma, con base en cuatro tipos adaptados de la literatura, asociamos la función mediante un proceso inductivo de discusión y filtración de datos.

La Tabla 3 aporta ejemplos de asociación de formas y funciones a turnos con revoicing. En [3], PA *relata* "subiera uno veinticinco" (discurso de Sara en [2]) mediante "la araña sube uno veinticinco" con la variación de indicar el sujeto de la acción de subir. Asignamos la función de *examinar propuestas* (de desplazamientos que resuelvan la tarea) a este turno porque PA dirige la propuesta de la alumna – concatenación de dos movimientos – al resto de alumnos sin entrar a valorarla. En [9], PA *relata* el contenido introducido por Sara en [2], [4] y [5] sobre concatenación de movimientos horizontales y verticales respecto a las aristas del salón, y en [8] donde otra alumna, Cris, sugiere la concatenación de movimientos horizontales y oblicuos. Aquí asignamos la función de *comparar propuestas* porque PA menciona la diferencia introducida al usar movimientos oblicuos. Conviene insistir en el papel dado a la asignación de funciones a turnos en esta fase del análisis. Vemos, por ejemplo, revoicing con el efecto potencial de examinar y comparar propuestas de alumnas. El hecho deliberado y estratégico de organizar la totalidad de formas y funciones para turnos en un mismo instrumento permite conjeturar la preparación de comparar propuestas desde el momento en el que se examina el desplazamiento indicado por Sara y sin que se reformulen sustancialmente los contenidos matemáticos introducidos por Sara y Cris. No obstante, sin haber agrupado turnos no disponemos de información para concluir sobre la realización en el discurso de dicho potencial para modificar el contenido matemático que se discute. I_Horizontal es un instrumento adecuado para la identificación de formas de revoicing y la asignación de funciones potenciales de estas formas en turnos posteriores. Así, I_Horizontal informa tanto de la forma como de la función de los enunciados con revoicing. No obstante, este instrumento resulta insuficiente si se pretende concluir sobre el impacto efectivo de la re-expresión de ideas en el discurso matemático.

Tabla 3. Fragmento de I_Horizontal para una sesión

#	TRANSCRIPCIÓN	FORMA	FUNCIÓN
1			
2	**Sara:** Nosaltres volíem *que pugés u vint-i-cinc, després cinc metres de llarg i després un metre per arribar a la mosca.*		
3	**PA:** A veure, pujar, què vols dir? que la mosca puja u vint-i-cinc... no que l'aranya puja u vint-i-cinc, llavors camina cinc pel sostre i... 	RELATAR$_2$	Examinar propuestas (concatenación de dos movimientos)
4	**Sara:** *Baixa un metre per agafar a la mosca.*		
5	**PA:** La Sara el què ha dit, hi ha una cosa que a mi no em quadra. I és que si l'aranya està aquí i puja, i després camina cinc metres, es fica aquí al sostre i camina cinc metres, ara em queda aquí, si ara jo baixo vaig com al mig d'aquesta cara. Però mira on està el gomet. *Aquí et falta encara baixar i llavors anar cap al gomet.* Ho entens o no? 	RELATAR$_{2,4}$	Problematizar propuestas (no coincidencia entre punto final y coordenadas mosca)
6	**Sara:** Sí...		
7	**PA:** Bé, això és una primera intuïció, però després veieu que s'ha de millorar. Per exemple, Cris, vosaltres com ho havíeu fet, la millora?		
8	**Cris:** *Hem fet dos metres en línia recta, llavors, havíem fet com en diagonal i després...*		
9	**PA:** A veure, pintem-ho. **[i]** A veure, la Sara el que havia fet era: Pujava l'aranya fins aquí. Aquest punt va a parar aquí. Tothom veu que això enganxa? Apareix aquí, camina cinc metres. Apareix aquí i baixa un metre **[ii]** i després encara ha d'anar cap aquí. **[iii]** Elles diuen: Fan que l'aranya vagi recte i aquí també vagi recte i aquí en comptes de fer escaleta vaig en diagonal. **[iv]** Llavors feien una diagonal aquí. *Però aquest tros el deixaven recte i aquest tros el deixaven recte i lo que feien diagonal era aquest.*  	RELATAR$_{2,4}$ RELATAR$_5$ RELATAR$_8$	Comparar propuestas (movimientos horizontales y verticales - oblicuos)

Las formas mostradas son ejemplos de re-expresión no literal (Figura 2 y Tabla 3). A lo largo de la sesión, encontramos ejemplos de re-expresión literal – repetir – que se dan principalmente cuando un participante 'dicta' datos de la tarea. En la Figura 3, PA [61] re-expresa usando exactamente las mismas palabras [60] la longitud de la base de triángulo rectángulo cuya hipotenusa corresponde a la longitud del camino por la pared con cuadros.

60 **Albert:** Set coma cinc [Siete coma cinco].

61 **PA:** Set coma cinc. D'on surt aquest set coma cinc? [Siete coma cinco ¿De dónde sale este siete coma cinco?]

Figura 3. Ejemplo de re-expresión literal: repetir.

ANÁLISIS DE LA UNIDAD 'EPISODIO'

Si se pretende ahondar en la función efectiva de turnos de la profesora con revoicing en el discurso matemático del aula, se necesita ampliar la unidad de análisis de modo que se incluya la discusión en torno a un contenido matemático específico – vinculado a palabras clave cuya literalidad se recoge en I_Horizontal –. El análisis del discurso a nivel de episodios estudia las funciones potenciales identificadas para turnos en torno a un mismo contenido matemático y busca relaciones entre ellas. De ahí, un episodio es una agrupación de turnos consecutivos con significado respecto al desarrollo de un contenido matemático, que no puede ser descompuesto en agrupaciones más simples sin que con ello se pierda información acerca del desarrollo de ese contenido durante la sesión de clase. Un episodio puede comprender apenas dos turnos si un contenido matemático solo aparece en el turno con revoicing y el de origen – o incluso un único turno si es PA quien se re-expresa de inmediato a sí misma –, o bien puede agrupar varios turnos de varios participantes. A grosso modo, cada episodio puede 'titularse' mediante un contenido matemático y ha de facilitar rastrear el impacto efectivo de turnos con revoicing en la discusión en clase de dicho contenido.

I_Vertical se diseña para estudiar funciones de manera relacionada entre ellas y en relación a un mismo contenido matemático. Una vez más se mantiene la doble mirada de la literalidad de las palabras clave y el contexto de uso de estas expresiones –. Este instrumento tiene formato de tabla con seis columnas. La primera y segunda columnas muestran la numeración de los turnos con revoicing y las expresiones clave utilizadas por PA. La tercera columna retoma contenidos matemáticos indicados en I_Horizontal. La cuarta y quinta columnas indican las expresiones clave de turnos intermedios de alumnos entre turnos con revoicing de PA y su numeración. La Tabla 4 muestra el aspecto de I_Vertical para el episodio *e1*, *distancia entre dos puntos del plano*, que va de [1] a [15]. Las expresiones clave y contenidos matemáticos incluyen principalmente la discusión del tipo de movimientos (horizontales, verticales, oblicuos), la cantidad (único, concatenados), y las coordenadas inicial y final. En [16], Nosotros también lo hemos hecho yendo por arriba. Por el techo", se consideran caminos por otras paredes del salón, por lo que este turno se incluye en otro episodio, *e2*.

Tabla 4. I_Vertical para e_1

#	PALABRAS CLAVE (PA)	CONTENIDO MATEMÁTICO	PALABRAS CLAVE (ALUMNOS)	#
			pugés / vint-i-cinc / cinc / metres / llarg / arribar /mosca	2
3	aranya / puja / u vint-i-cinc / camina / cinc / sostre	concatenación de dos movimientos	baixa / un / metre / agafar / mosca	4
5	aranya / puja / camina / cinc / metres / sostre / baixar / mig / anar	no coincidencia entre punto final y coordenadas mosca	dos / metres / línia / recta / diagonal	8
9	pujava / aranya / camina / cinc metres / baixa / un /metre / anar / aranya / recte / escaleta / diagonal / tros	movimientos horizontales y verticales - oblicuos movimiento oblicuo respecto a los ejes	diagonal	10
11	diagonal	movimiento oblicuo		
13	aquesta (diagonal) / recte / baixar	movimientos horizontales y oblicuo – movimiento oblicuo	recte	14
15	distància / curta / punts / recta	distancia entre dos puntos del plano		

Llegados a este punto, se tiene una discusión conjunta de una sesión de clase dividida en un conjunto de episodios – surgidos de la agrupación de turnos – con conexiones potenciales entre ellos. La totalidad del I_Vertical informa sobre el desarrollo de contenidos matemáticos poniéndolos en relación con el uso y efecto de revoicing. Este instrumento vuelve a ser insuficiente si se pretende averiguar la posible conexión entre episodios y, con ello, el posible impacto encabalgado y acumulativo de re-expresar ideas en la resolución de la tarea. Ciertamente tiene sentido finalizar el análisis del discurso sin incluir una mirada conjunta a la sesión de clase – conviene recordar que la unidad 'sesión' se limita al segmento de discusión conjunta –. Por otra parte, cualquier unidad es siempre válida por si misma y parte de una unidad más amplia que da continuidad al estudio del discurso. En Boukafri (2017) se dispone de una secuencia de sesiones con sendas tareas que permitirían contar con una cuarta unidad de análisis dada por la secuencia de discusiones conjuntas. Es necesario, sin embargo, decidir cuándo interrumpir el proceso de ampliación sucesiva de la unidad de análisis. En nuestra investigación, el logro de resultados sobre el impacto del uso de revoicing en la resolución de la tarea llevó a concluir sobre la suficiencia de unidades con las que trabajamos.

ANÁLISIS DE LA UNIDAD 'SESIÓN'

Por cómo han sido filtrados los turnos y construidos los episodios, todos comparten la presencia manifiesta de revoicing. A fin de ahondar en las conexiones entre episodios y, con ello, en el impacto efectivo del uso de revoicing a lo largo de la resolución de la tarea, ampliamos una vez más la unidad de análisis de modo que ahora se tenga en cuenta la sesión de clase. Para empezar, rastreamos los turnos origen (de turnos con revoicing) compartidos entre episodios. Para ello diseñamos I_Origen, que es una tabla cuyo número de columnas varía según el número de episodios. La primera columna por la izquierda coincide con la primera de I_Horizontal y la última informa del conjunto de turnos que comprende cada episodio. Las columnas centrales sirven para marcar la distribución de episodios. Mediante sombreados resaltamos los turnos origen compartidos por más de un episodio para detectar contenidos matemáticos re-expresados en más de una ocasión durante la sesión. La Figura 3 muestra un fragmento de I_Origen. Se observan los turnos de *e1* que son origen de revoicing dentro de este episodio [2, 4, 5, 8, 9, 10, 14], y en otros episodios, a saber, *e2* [14, 15], *e4* [8, 9, 10, 11] y *e5* [14, 15]. Con I_Origen se logra observar con relativa facilidad que hay contenidos matemáticos recurrentes en [8], [9], [10], [14] y [15], que son re-expresados en más de una ocasión. Esta observación es esencial para la conjetura de conexiones entre episodios. Este es el propósito de I_Origen ya que el detalle de cuáles son los contenidos matemáticos re-expresados y cómo esto se hace se deja para los otros tres instrumentos. En este sentido, I_Origen es un instrumento distinto a los otros que presentamos, por ser sobre todo un rastreador de conexiones.

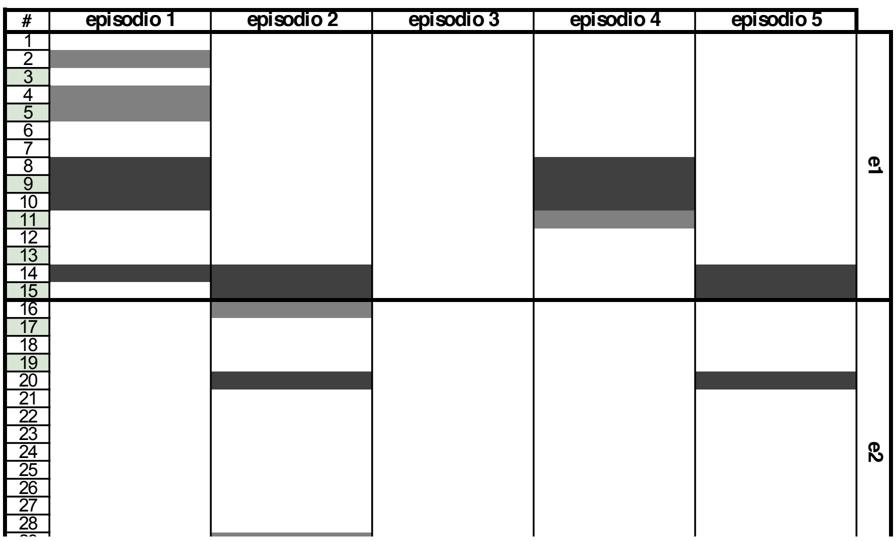


Figura 4. Fragmento de I_Origen para una sesión

I_Origen orienta el establecimiento de conexiones entre episodios ya que anticipa posibles conexiones relevantes entre aquellos que comparten turnos que son origen de turnos con revoicing. Entendemos que hay una conexión entre episodios cuando se consigue ver que el paso de un contenido matemático a otro, o entre aspectos de un mismo contenido, se produce en turnos compartidos que además son turnos de origen de revoicing. Para explorar estas posibles conexiones, se diseña el instrumento I_Conectividad, que sugiere la estructura de conexiones entre episodios para una sesión. En la Figura 4, se reproduce el procedimiento de indagación y visualización de conexiones. Se parte del primer episodio y como el siguiente episodio tiene turnos origen en *e1*, se indica *e2* a su lado derecho y se enlazan ambos episodios con una flecha que contiene la numeración de turnos compartidos y sus expresiones clave. El tercer episodio, *e3*, se sitúa sin flecha con *e1* porque no comparten turnos origen. Y así sucesivamente para todos los episodios dos a dos hasta completar el instrumento con formato de grafo. Se consigue una representación del discurso durante la discusión conjunta de una sesión de clase como grafo con tantos vértices como episodios. Dos vértices están conectados si los episodios correspondientes comparten al menos un turno. Por ejemplo, para la sesión seleccionada, se observa que *e1* tiene tres aristas que lo unen a: *e2* mediante [14] y [15] donde se comunica que el camino es un segmento recto cuyos extremos son las posiciones iniciales de la araña y de la mosca; *e4* mediante [8], [10] y [11] donde se comunica la posibilidad de pensar caminos oblicuos; y *e5* mediante los mismos turnos y por tanto la idea re-expresada en *e2*. Por cómo se ha procedido a lo largo de la propuesta metodológica, estas conexiones vienen determinadas por el uso de revoicing y la presencia de la lengua de las matemáticas – asociada a las expresiones clave –. En consecuencia, puede concluirse sobre el impacto de este uso específico de la lengua de la profesora en el desarrollo de la actividad matemática de los alumnos.

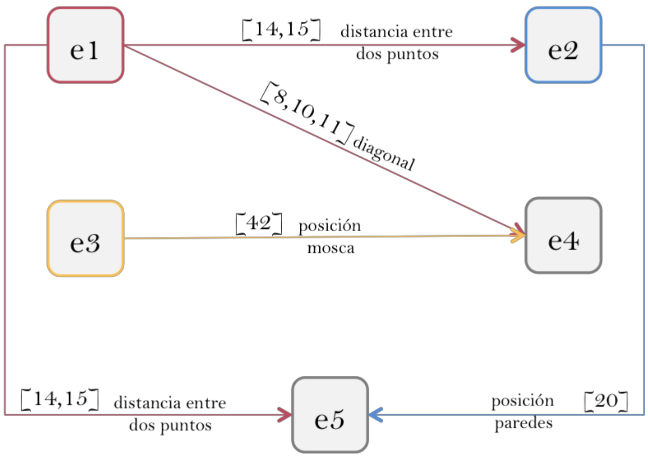


Figura 5. I_Conectividad para una sesión

Si hubiéramos tomado una sesión donde el uso de revoicing no pudiera conectarse con el desarrollo de contenido matemático para la resolución de la tarea, esto se vería mediante un I_Conectividad con el conjunto de episodios en paralelo. En realidad, esta situación de ausencia de conexiones no se dio para ninguna de las cuatro sesiones de clase con dos profesoras distintas examinadas en Boukafri (2017). Los cuatro grafos de ese estudio difieren, pero todos ponen de relieve alguna conexión entre episodios y contenidos matemáticos producida en turnos de origen de turnos con revoicing. El sentido preliminar de este resultado es que la re-expresión de ideas en la lengua de la profesora influye en la generación y el discurso matemático del aula. Esto se puede formular como la existencia de una cierta relación funcional estable en el discurso matemático escolar entre lo que la profesora re-expresa en un momento de una sesión de clase y lo que los alumnos y la profesora expresan en momentos posteriores, incluso cuando la reformulación de ideas atiende a formas lingüísticas que no involucran cambio de contenido matemático observable a nivel local.

DISCUSIÓN DE LA PROPUESTA Y CONCLUSIONES

En nuestra propuesta hay un salto sustancial entre lo que se analiza con I_Horizontal, I_Vertical y la pareja de instrumentos constituida por I_Origen e I_Conectividad. Los métodos presentados tienen una dependencia concatenada que permiten el paso de una unidad de análisis a la siguiente, con la correspondiente refinación en la asignación de funciones a distintos segmentos del discurso. I_Horizontal estudia el discurso de manera local a través de turnos. I_Vertical parte del estudio de turnos para indagar relaciones que sugieran episodios con contenido matemático. I_Origen e I_Conectividad realizan un análisis más global a sabiendas que la unidad 'sesión' podría ser, si así se decidiera, punto de partida de una unidad temporalmente mayor, del mismo modo que la unidad 'turno' podría ser todavía subdividida en segmentos más pequeños – las expresiones clave podrían haber sido pensadas y tratadas como las unidades más rudimentarias –. La recurrencia de lo observado en varios episodios permite considerar que el procedimiento de análisis del discurso es adecuado para el estudio del uso y del efecto de revoicing en relación con situaciones de actividad matemática.

En la investigación sobre revoicing hasta la fecha, los análisis se acostumbran a centrar en segmentos de sesiones de clase compuestos por turnos con revoicing y turnos anteriores y posteriores que contribuyen a interpretar la función de esta estrategia en el discurso (e.g., revoicing para posicionar la lengua del alumno en relación con el contenido principal, en Enyedy y otros, 2008; para fomentar explicaciones matemáticas, en Planas y Morera, 2011; para implicar alumnos y profesores en una discusión conjunta, en Forman y Ansell, 2002). Con nuestro trabajo, aportamos instrumentos que permiten examinar la influencia del uso de revoicing desde intervenciones individuales hasta la resolución colectiva de una tarea matemática, manteniendo en todo momento la presencia explícita de la lengua de las matemáticas. Así es posible establecer una relación funcional entre lo que ha ocurrido en momentos concretos del discurso, por un lado, y lo que ha ocurrido en un momento concreto con respecto a su papel en el desarrollo de la resolución de la tarea. Nuestra propuesta, por tanto, permite indagar sobre la doble relación potencial entre cualquier turno con revoicing y su aportación a la continuidad del discurso matemático en clase.

A pesar de lo específico de los instrumentos presentados, se pueden extraer implicaciones para el estudio más general del discurso, incluido el del alumno de matemáticas en clase, y de su significación en la producción del discurso matemático escolar. Una de las debilidades del análisis del discurso en la investigación en educación matemática es que a menudo no se han incorporado aspectos del discurso escolar propiamente matemático (Morgan, 2005), por lo que se han generado resultados aplicables a la comprensión de los procesos del discurso en cualquier aula. Sin embargo y aunque estos resultados siguen siendo valiosos, es posible pensar e implementar métodos de análisis del discurso que sitúen los rasgos del discurso de la matemática escolar en un lugar central. Es en este contexto de particularización, la investigación sobre discurso en educación matemática se plantea más necesaria. Si el propósito último es el aprendizaje matemático de los alumnos, debemos ser conocedores de los usos de la lengua del profesor de matemáticas en clase que generan oportunidades de reconocimiento y producción de la lengua que se considera adecuada en el discurso de la matemática escolar. Para ello falta investigación.

Agradecimientos

Proyecto EDU2015-65378-P, MICINN / FEDER, GIPEAM 2017-SGR101.

Referencias

Boukafri, K. (2017). *Revoicing. Estudio de discursos de profesores en clase de matemáticas* (Tesis doctoral). UAB.

Boukafri, K., Civil, M. y Planas, N. (2018). A teacher's use of revoicing in mathematical discussions. En J. Moschkovich, D. Wagner, A. Bose, J. Rodrigues Mendes y M. Schütte (Eds.), *Language and communication in mathematics education: International perspectives*. (pp. 157-169). Dordrecht: Springer.

Enyedy, N., Rubel, L., Castellón, V., Mukhopadhyay, S., Esmonde, I. y Secada, W. (2008). Revoicing in a multilingual classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(2), 134-162.

Forman, E. A. y Ansell, E. (2001). The multiple voices of a mathematics classroom community. *Educational Studies in Mathematics, 46*(1), 115-142.

Forman, E. A. y Ansell, E. (2002). Orchestrating the multiple voices and inscriptions of a mathematics classroom. *The Journal of the Learning Sciences, 11*(2-3), 251-274.

Herbel-Eisenmann, B., Drake, C. y Cirillo, M. (2009). "Muddying the clear waters": teachers' take-up of the linguistic idea of revoicing. *Teaching and Teacher Education*, *25*(2), 268-277.

Morera, L. (2013). *Contribución al estudio de la enseñanza y del aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología* (Tesis doctoral). UAB.

Morgan, C. (2005). Word, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. *Language and Education, 19*(2), 102-116.

Moschkovich, J. (2015). Scaffolding student participation in mathematical practices. *ZDM, 47*(7), 1067-1078.

O'Connor, M. C. y Michaels, S. (1993). Aligning academic task and participation status through revoicing: analysis of a classroom discourse strategy. *Anthropology and Education Quarterly*, *24*, 318-318.

O'Connor, M. C. y Michaels, S. (1996). Shifting participant frameworks: orchestrating thinking practices in group discussion. En D. Hicks (Ed.), *Discourse, learning and schooling* (pp. 63-103). Nueva York: Cambridge University Press

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata [original en inglés, 1987].

Planas, N., Fortuny, J. M., Arnal-Bailera, A. y García-Honrado, I. (2016). El discurso matemático del profesor: Explicaciones, ejemplos y coherencia local. En J. A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 437-446). Málaga: SEIEM.

Planas, N., García-Honrado, I. y Arnal-Bailera, A. (2018). El discurso matemático del profesor. ¿Cómo se produce en clase y cómo se puede investigar? *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(1), 45-60.

Planas, N. y Morera, L. (2011). Revoicing in processes of collective mathematical argumentation among students. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1380-1389). Rzeszow, Polonia: ERME.

Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (2018). Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger y K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education. Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (pp. 196-210). Londres, Reino Unido: Routledge.