

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE LOS PRIMEROS CURSOS DE LA ESO

History of mathematics in mathematics textbooks for the first years of secondary education

Madrid, M. J.^a, Maz-Machado, A.^b, León-Mantero, C.^b y López-Esteban, C.^c

^aUniversidad Pontificia de Salamanca, ^bUniversidad de Córdoba, ^cUniversidad de Salamanca

Resumen

La historia de las matemáticas es considerada una herramienta motivadora con numerosas ventajas en su aplicación a la enseñanza de las matemáticas. A pesar de esto, su uso no está extendido en las aulas de los distintos niveles. Este trabajo presenta un estudio de caso sobre la inclusión de contenidos explícitos sobre la historia de las matemáticas en libros de texto de Matemáticas de primero y segundo curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Para llevarlo a cabo, se ha realizado un análisis descriptivo de libros de texto de la Editorial Edelvives utilizando la técnica del análisis de contenido. Los resultados muestran la escasa relevancia que se le da a la historia de las matemáticas en estos libros de texto y como esta, independientemente del curso, suele aparecer de forma breve, como algo complementario o en muchos casos como ejercicios destinados a la búsqueda de información.

Palabras clave: matemáticas, historia de las matemáticas, ESO, libros de texto.

Abstract

History of mathematics is considered a motivating tool with many advantages in its application to mathematics teaching. Despite this fact, its use is not extended in the classrooms of different levels. This paper presents a case study on the inclusion of explicit content about history of mathematics in Mathematics textbooks of the first and second years of Compulsory Secondary Education. To carry it out, it has been made a descriptive analysis of textbooks of the publishing house Edelvives. The technique applied is content analysis. The results show the little relevance that history of mathematics has in these textbooks. Independently of the year, it usually appears briefly as something complementary and in many occasions, these books only include exercises that aim to search for information about it.

Keywords: mathematics, history of mathematics, Secondary Education, textbooks.

INTRODUCCIÓN

La historia de las matemáticas es un campo de esta disciplina que puede utilizarse con distintos fines en el proceso de enseñanza aprendizaje de contenidos matemáticos. Entre las múltiples propuestas y consideraciones que se han realizado durante las últimas décadas sobre los beneficios y aportaciones de la inclusión de la historia de las matemáticas en el aula, se incluye la propuesta de Rico (1997). Este considera la historia de las matemáticas como un organizador curricular, indicando que la información histórica puede aportar motivaciones, ejemplos y ejercicios curiosos para los alumnos.

Por su parte Arcavi (1991) plantea dos beneficios del uso de historia en el aula: sensibilizar al profesor sobre las posibles dificultades que pueden experimentar sus alumnos en matemáticas y a su vez ayudar a reexaminar los conceptos, a no tomar las ideas como algo garantizado, sino a favorecer su discusión.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C. y López-Esteban, C. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 310-319). Gijón: SEIEM.

Barbin (1991) destaca además los efectos positivos que pueden producirse a través de la lectura de textos originales, que permiten a profesores y alumnos conocer la naturaleza de la actividad matemática, como se elaboró el conocimiento matemático, etc.

Ernest (1998) valora la incorporación de la historia para facilitar entre otras muchas mejoras, la consideración del origen de las matemáticas como algo intercultural, proveer a los profesores de una herramienta con la que anticiparse a los futuros errores de sus alumnos y en definitiva mejorar la percepción que tienen los alumnos de las matemáticas y sus actitudes hacia ella.

Bidwell (1993) expone que la historia de las matemáticas permite humanizar las matemáticas favoreciendo que los estudiantes conecten con esta asignatura, acercándoles a las vidas y obras de matemáticos de otros tiempos, a las matemáticas en otras culturas, etc.

Destacan las palabras de Fauvel (1991) que proporciona múltiples razones para el uso de la historia de las matemáticas:

- Como elemento motivador del alumnado.
- Para ayudar a los alumnos a cambiar su percepción sobre esta materia.
- Para enseñar al alumnado como se han desarrollado los conceptos.
- Para comparar las técnicas que se utilizaban en la antigüedad con las actuales y así poder establecer el valor de las modernas.
- Para conocer las dificultades y errores que han surgido a lo largo de los años y así favorecer tanto que el profesor comprenda cuales son las posibles dificultades que tendrán sus alumnos, como que estos se den cuenta que no son los únicos con problemas.
- Para animar a los alumnos a conocer más sobre esta materia.
- Para desarrollar un acercamiento multicultural y explicar el papel de las matemáticas en la sociedad.
- Como oportunidad para la investigación.
- Para favorecer la realización de actividades relacionadas con otras asignaturas distintas de las matemáticas, favoreciendo el aprendizaje interdisciplinar.

En este sentido, Wang, Qi y Wang (2017) categorizan los valores educativos de la historia de las matemáticas incluidos en distintas propuestas de inclusión en el aula realizadas en China. Para ello se proponen seis dimensiones en las que encuadran los valores implícitos en estas propuestas:

- La armonía del conocimiento.
- La belleza de las ideas o los métodos.
- El placer de los interrogantes.
- La mejora de las capacidades.
- El encanto de las culturas.
- La disponibilidad de la educación moral.

En definitiva, a lo largo de los últimos años distintos estudios y discusiones se han realizado sobre la utilidad de incluir la historia de las matemáticas en el aula. Teniendo en cuenta estos beneficios se han realizado propuestas para la inclusión de la historia de las matemáticas en las aulas. Por ejemplo, Bagni (2001) realizó investigaciones experimentales sobre si la introducción de esta en la enseñanza de los números complejos facilita la aceptación de éstos por parte de los alumnos.

Papadopoulos (2014) presenta el uso del método exhaustivo de Arquímedes para calcular el número π con alumnos de primaria.

Sin embargo, pese a sus reconocidos beneficios, como indica González (2004) por distintas razones no siempre resulta sencillo concretar cómo utilizar la historia de las matemáticas en el ámbito escolar; ya sea por no saber cómo adaptarla al nivel educativo, a los temas y problemas concretos, porque el profesor no posee los conocimientos históricos necesarios, etc. Por ello, teniendo en cuenta la importancia que posee en la enseñanza en general y también en el caso de la enseñanza de las matemáticas el libro de texto, se plantea el interrogante de cómo es la inclusión de esta disciplina en él.

Libros de texto en la enseñanza de las matemáticas

Un libro de texto es siguiendo la propuesta de Gómez (2011, p. 51) “una publicación especializada, reconocible por su contenido y porque está rotulado claramente indicando la materia que trata y, a menudo, indicando a quién va dirigido”. Considerando además que, dentro de los libros de texto, el género más conocido es de los manuales escolares: “un manual es un libro de texto que es utilizado en la escuela, que es recomendado por los profesores y que nace en respuesta a las necesidades del sistema de enseñanza” (Gómez, 2011, p. 51).

Además, los libros de texto de matemáticas no pueden ser considerados exclusivamente una presentación secuenciada de definiciones, conceptos, operaciones, propiedades, estructuras y teoremas matemáticos (Rico, 1997). No incluyen solo conocimientos de la materia que exponen ni son documentos exclusivamente formales sino que son materiales docentes con propósitos educativos. Por eso, junto con conceptos y procedimientos incluyen distintas informaciones que aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático permitiendo enriquecerlo y a su vez transmiten una serie de significados que facilitan la correcta comprensión de los conceptos formales que presentan (Segovia y Rico, 2001).

La relevancia del libro de texto en la enseñanza de las matemáticas ha sido reconocida en múltiples ocasiones, por ejemplo, ya el informe Cockcroft (1985) indicaba que “los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula” (p. 114).

Igualmente, Monterrubio y Ortega (2009) afirman que el libro de texto es un recurso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, de forma que incluso en muchas ocasiones, el propio libro de texto determina el currículo real que se imparte en las aulas.

Pero además de ser un recurso para el aula, el libro de texto se ha convertido en el objeto de estudio de numerosas investigaciones en educación. Ya Schubring (1987) apuntaba en este sentido que teniendo en cuenta que la práctica docente viene en múltiples ocasiones más determinada por los libros de texto utilizados para la enseñanza que por los decretos y órdenes ministeriales, es necesario analizar dichos libros.

En esta línea, Gómez (2011) afirma que dada su importancia y su influencia, se puede considerar el análisis de los manuales escolares como una línea más dentro de las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas. Y dentro de esta línea se han estudiado entre otras cuestiones las contribuciones que los libros de texto han aportado a la historia de la educación matemática, se ha analizado la variedad y riqueza de sus contenidos, su incidencia en el aula y su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados (González y Sierra, 2004).

Entre los numerosos ejemplos de distintas investigaciones en libros de texto de matemáticas, se encuentran las de Monterrubio y Ortega (2009, 2011) acerca de modelos de análisis y valoración de manuales escolares de matemáticas, Azcarate y Serradó (2006) analizan las tendencias didácticas presentes en los libros de texto de matemáticas para la ESO, Balcaza, Contreras y Font (2017) que analizan cómo se desarrolla la optimización matemática en tres libros de texto de bachillerato o el

estudio del concepto de continuidad a partir de manuales escolares de educación secundaria de la segunda mitad del siglo XX (Sierra, González y López, 2003).

Esta diversidad de estudios realizados en las últimas décadas, continúa poniendo de manifiesto la relevancia de los libros de texto en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Esto, en un momento como el actual en el que el auge de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, implantadas ya en la gran mayoría de aspectos de nuestra sociedad incluido el entorno escolar y proporcionando numerosos recursos tanto visuales como informáticos para su uso en las aulas, ha hecho que el protagonismo de los libros impresos haya disminuido, sin embargo el libro de texto es todavía un importante recurso educativo y tiene cabida aún en muchas aulas.

Teniendo en cuenta tanto la relevancia que aún posee el libro de texto en la enseñanza actual como las distintas teorías que inciden en los beneficios de la utilización de la historia de las matemáticas en el aula, el objetivo de este trabajo es conocer si se incluyen referencias explícitas a la historia de las matemáticas en libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria de la asignatura Matemáticas, que según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato forma parte de los cursos 1º y 2º de ESO y en caso afirmativo analizar para qué contenidos se incluye la historia de las matemáticas y cómo se incluye.

METODOLOGÍA

La investigación que se realizará será cualitativa, exploratoria, descriptiva y muestral (Fox, 1981). En el análisis se ha puesto el foco en la inclusión de contenidos explícitos sobre la historia de las matemáticas en libros de texto de la asignatura Matemáticas para los dos primeros cursos de la Educación Secundaria.

Se realizará un estudio de caso de libros de 1º de la ESO y 2º de la ESO de la editorial EDELVIVES. Para la elección de los libros se tuvo en cuenta:

- Idioma: Los libros estaban escritos en castellano.
- Contenidos: La editorial dispone de libros de matemáticas de los dos primeros cursos de la ESO.
- Uso: La editorial se utiliza ampliamente en institutos y colegios.
- Disponibilidad: Por tanto, la muestra elegida es intencional y por conveniencia.

Como técnica de investigación se utilizó el análisis de contenido, porque es uno de los métodos empleados frecuentemente para la investigación en Educación Matemática (Fernández-Cano y Rico, 1992).

Se definieron como unidades de análisis las unidades temáticas de cada uno de los manuales estudiados. Para ello se leyeron y analizaron todos los contenidos utilizados en los libros y posteriormente se categorizaron.

Para el análisis, el punto de partida no fueron un conjunto de categorías preestablecidas sino que las categorías se determinaron y consensuaron mediante una triangulación realizada por expertos del área de Didáctica de la Matemática tras un primer análisis de las obras.

| | |
|---|----------------------------------|
| Título del libro | |
| Autores | |
| Año de publicación | |
| Editorial | |
| ¿Se incluyen menciones a la historia de las matemáticas? | |
| Historia de las matemáticas (Únicamente si la respuesta a la pregunta anterior es positiva). | |
| ¿Con qué contenidos se relaciona la historia de las matemáticas? | Números y álgebra |
| | Geometría |
| | Funciones |
| | Estadística y probabilidad |
| Contenido que incluye menciones a la historia de las matemáticas | |
| ¿Dónde aparece la historia de las matemáticas? | En la presentación de la unidad |
| | En las explicaciones teóricas |
| | En ejercicios y problemas |
| | En imágenes o fotografías |
| | En explicaciones complementarias |

La división por contenidos se ha realizado teniendo en cuenta los bloques en los que el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, organiza los contenidos matemáticos tanto para las asignaturas: Matemáticas (1º y 2º ESO), Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas (3º y 4º ESO) y Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas (3º y 4º ESO).

El bloque de “Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas” que también se incluye en estas asignaturas, no se ha tenido en cuenta porque tal y como se indica en el Real Decreto 1105/2014 debe desarrollarse de modo transversal y simultáneamente al resto de bloques.

RESULTADOS

Los primeros libros analizados son Matemáticas ESO 1, volumen 1 (Mejía, Romero y Ocaña, 2015a), volumen 2 (Mejía, Romero y Ocaña, 2015b) y volumen 3 (Mejía, Romero y Ocaña, 2015c), de la editorial EDELVIVES.

La portada de los libros (similar para los tres) lleva entre otras, una imagen del dibujo de Leonardo da Vinci el *Hombre de Vitruvio o Estudio de las proporciones ideales del cuerpo humano*. Aunque esta imagen no esté directamente relacionada con la historia de las matemáticas sí puede inspirar conversaciones relativas a la historia y su relación con las matemáticas, concretamente en este caso con la proporcionalidad, favoreciendo además la realización de actividades relacionadas con otras asignaturas como Educación Plástica, Visual y Audiovisual.

El análisis de los libros muestra que se incluyen menciones explícitas a la historia de las matemáticas en 6 de los 13 temas. Además, en los temas en los que se incluyen, estas no son numerosas limitándose en ocasiones a una única mención por tema.

Destaca la inclusión de la historia de las matemáticas en la primera parte del tema de números naturales dedicada a sistemas de numeración. Aparecen imágenes relacionadas en la presentación de la unidad, se habla de ella en contenidos teóricos, se incluye en imágenes y en distintos ejercicios sobre sistemas de numeración, como el egipcio, el romano y el sistema de numeración decimal. Esta inclusión permitirá como indicaba Fauvel (1991) comparar los sistemas de numeración que se utilizaban en la antigüedad con los actuales para establecer el valor de los modernos.

También en este tema al hablar de ordenación de números naturales, se incluye una explicación complementaria al margen acerca de la historia del uso del signo igual.

En el resto de temas la historia de las matemáticas se incluye o bien como un elemento complementario en el margen de la página, por ejemplo, se menciona con un breve comentario y se incluye una imagen de Mohammed ibn Musa Al-Khwarizmi para el álgebra y también se incluye una imagen de Euclides para la definición de ángulo.

En este sentido la aparición del teorema de Pitágoras, lleva también a la inclusión de una foto al pie con un breve comentario acerca del autor; se propone también para este teorema la visualización de un video en el que se indica que aparece la historia.

No ocurre lo mismo en otros casos, por ejemplo, la criba de Eratóstenes y la recta de Euler se incluyen como contenidos, pero no se menciona a estos matemáticos.

Otra forma de aparición se basa en ejercicios de búsqueda de información. Por ejemplo, la inclusión de un ejercicio dentro del tema Tablas y Gráficas para el contenido de Funciones, sobre la función normal o campana de Gauss lleva a proponer lo siguiente:

“Busca información sobre el matemático Gauss. ¿A qué campos de las matemáticas dedicó sus estudios?” (Mejía, Romero y Ocaña, 2015b, p.183).

En este sentido, entre los ejercicios más interesantes, desde el punto de vista de la historia de las matemáticas, destaca el siguiente por plantear tanto la lectura de obras originales como la evolución de los conceptos:

Investiga junto a un grupo de compañeros de clase quién fue Euclides de Alejandría y sobre qué trata su obra más importante: Los Elementos. Busca, a continuación, las definiciones que en ella dio del punto, la recta y el plano hace más de 2000 años y compáralas con las que acabas de estudiar. ¿Son parecidos? (Mejía, Romero y Ocaña, 2015c, p. 223).

Finalmente, la historia de las matemáticas, en este caso las fechas de nacimiento de matemáticos como Ada Lovelace, Arquímedes de Siracusa o Leonardo de Fibonacci entre otros, se utiliza como excusa para plantear un ejercicio de representación y ordenación del conjunto de los números enteros: “Dibuja una línea temporal y representa en ella el año de nacimiento de los siguientes matemáticos” (Mejía, Romero y Ocaña, 2015a, p. 71).

Además, problemas como el de los granos de trigo en el tablero de ajedrez que históricamente han formado parte de numerosos textos matemáticos, sí se incluyen pero sin hacer referencia a aspectos de tipo histórico, por ejemplo su resolución en distintos libros a lo largo de la historia que podrían resultar interesantes, como muestran los planteamientos de Gómez (1999).

En resumen, en esta obra las menciones explícitas a la historia de las matemáticas no son numerosas y se incluyen principalmente en el tema de números naturales y en los temas geométricos.

En los libros Matemáticas ESO 2, volumen 1 (Romero, Ocaña y Mejía, 2016a), volumen 2 (Romero, Ocaña y Mejía, 2016b) y volumen 3 (Romero, Ocaña y Mejía, 2016c) de la editorial EDELVIVES, se incluyen también menciones a la historia de las matemáticas en 10 de los 15 temas (aunque nuevamente en muchos casos se trata de una única mención a lo largo de todo el tema).

Destacan fundamentalmente los ejercicios para investigar y en ocasiones posteriormente exponer o crear un mural, ya sea de forma individual, por parejas o en grupos y normalmente recomendando el uso de Internet. Se pregunta sobre distintos aspectos:

- El origen de los números enteros y su evolución a lo largo de la historia.
- El origen de las fracciones y, en concreto, el origen de las palabras fracción y quebrado.
- La evolución de los números decimales a través de la historia.
- El origen del álgebra y su evolución a lo largo de la historia.

- El papiro de Rhind. Además, se pregunta también por algún ejercicio concreto que aparezca en el papiro de Rhind y en otro ejercicio pide nuevamente enunciar y plantear alguna de las ecuaciones que aparecen en ese documento histórico.
- El matemático Pitágoras de Samos.
- El conocimiento del teorema de Pitágoras en las civilizaciones anteriores a los griegos.
- La figura de Tales de Mileto y las aplicaciones que de sus conocimientos hizo en su vida.
- La presencia de los poliedros regulares en la historia y los diferentes matemáticos que los han estudiado.

En definitiva, se destaca fundamentalmente la labor de la historia de las matemáticas como procuradora de oportunidades para la investigación y como fuente para conocer la evolución de los conceptos, planteando incluso la lectura de un texto original.

Junto a estos ejercicios, se incluyen breves menciones a la historia de la matemática en las explicaciones teóricas de la criba de Eratóstenes, del algoritmo de Euclides (mencionando su VII libro de los *Elementos*), de la regla de Laplace o del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones a la agrimensura.

A su vez se incluyen imágenes y comentarios al margen al tratar distintos temas. Por ejemplo se habla de Eratóstenes al hablar de su criba, de Pierre Simón Laplace al hablar de la regla de Laplace, para el teorema de Pitágoras se incluyen en los márgenes la tablilla de Yale con un comentario y otro comentario acerca del triángulo pitagórico en el antiguo Egipto, al hablar del teorema de Tales se incluye al margen una imagen y un comentario sobre Tales de Mileto (Figura 1), también aparece una imagen al margen de cinco bolas de piedra tallada que según la obra datan del final del Neolítico para hablar de poliedros regulares.

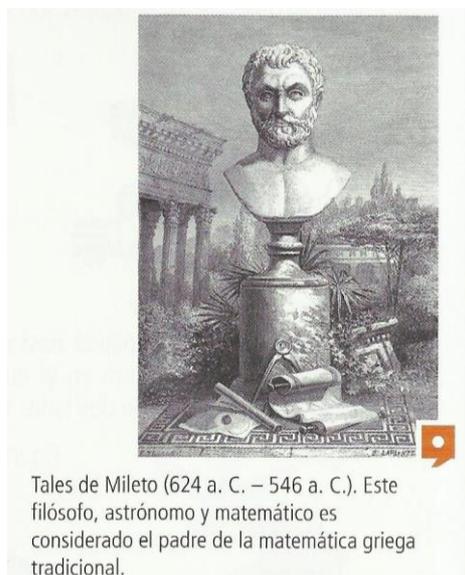


Figura 2. Imagen y comentario al margen sobre Tales (Romero, Ocaña y Mejía, 2016c, p. 252)

Nuevamente algunos contenidos como la recta de Euler, la fórmula de Euler o los sólidos platónicos no llevan ninguna mención al matemático que les da nombre.

En otro tipo de ejercicios se habla de la conjetura de Goldbach diciendo que es uno de los problemas matemáticos abiertos más antiguos, para plantear simplemente después la comprobación de esta conjetura en distintos números. Algo similar ocurre para la resolución de problemas mediante ecuaciones de primer grado, se incluye el histórico problema del epitafio de la tumba del matemático griego Diofanto de Alejandría aunque desde el punto de vista histórico solo se realiza un comentario sobre que el autor dedicó parte de su vida a la resolución de problemas algebraicos y

posteriormente se plantea el problema. En ninguno de los dos casos se utiliza la historia con otros objetivos.

Sin embargo, entre las aplicaciones más destacables de la historia de las matemáticas se podría considerar la siguiente que hace hincapié en contrastar las ventajas de las técnicas modernas con las antiguas y además favorece la comprensión del origen de las matemáticas como algo intercultural:

En la antigüedad, los chinos no utilizaban el signo “-” para representar los números negativos, sino que escribían estos en color rojo para diferenciarlos de los positivos, que se escribían en negro. De este hecho viene la expresión “números rojos”, que se utiliza cuando una persona, empresa o institución deben dinero, es decir, cuando su saldo es un número negativo.

Sin efectuar las operaciones, escribe de color rojo las que vayan a tener signo negativo y en negro aquellas que vayan a ser positivas (Romero, Ocaña y Mejía, 2016a, p. 48).

Nuevamente los contenidos en los que predomina la historia de las matemáticas son los de números y álgebra y geometría (fundamentalmente geometría plana). Prueba de ello es que tanto en la presentación de la unidad *Ecuaciones y sistemas de ecuaciones* como en la *Triángulos. Teorema de Pitágoras* aparecen imágenes, comentarios y preguntas relacionadas directamente con la historia de las matemáticas. Incluso en la presentación de la unidad *Semejanza. Teorema de Tales* aparece entre otras imágenes *El hombre de Vitruvio* de Leonardo da Vinci, que si bien no está directamente relacionado con la historia de las matemáticas, si puede evocar conversaciones al respecto.

En definitiva, en estos libros la presencia de la historia de las matemáticas es mayor, aunque queda prácticamente relegada a la búsqueda y exposición de información o a la inclusión de datos de algunos autores.

CONCLUSIONES

El estudio realizado muestra que la historia de las matemáticas aunque sí se incluye en los libros de texto de matemáticas analizados, no tiene en ellos una gran relevancia. Prueba de esto es que en los libros analizados queda en general relegada a comentarios e imágenes en el margen de la página o a ejercicios de búsqueda de información de forma autónoma por parte de los alumnos.

La comparativa entre libros, muestra una mayor relevancia en el segundo curso (dentro de la escasa relevancia que posee con respecto al conjunto de los libros). A su vez en este curso se puede observar cómo el enfoque del uso de la historia de las matemáticas se centra en la investigación con 9 ejercicios destinados a ello.

Son escasos sin embargo en los libros los ejercicios que trabajan la historia de las matemáticas utilizando fuentes originales o planteando la evolución de los conceptos en el tiempo.

En cuanto a los contenidos trabajados, en las obras se muestra que la historia de las matemáticas se incluye mayoritariamente en los temas relativos a números y álgebra y a geometría, mientras que para los contenidos de funciones y estadística y probabilidad su aparición es mucho menor e incluso en algunos casos no se realiza mención ninguna.

En resumen, pese a que distintos investigadores de la educación matemática destacan las posibilidades de la historia de las matemáticas como herramienta para las aulas, el estudio de caso de libros de textos de matemáticas de 1º y 2º ESO refleja como esta tiene en general muy poca relevancia, dejando su aplicación al interés del profesorado.

La continuación de este trabajo pasa por analizar libros de otras editoriales para poder generalizar cómo se incluye la historia de las matemáticas en los textos de matemáticas, se pueden comparar también manuales de las asignaturas Matemáticas aplicadas a las enseñanzas académicas o aplicadas de los cursos 3º y 4º ESO para comprobar cómo es la evolución de esta inclusión a lo largo de los distintos cursos.

Referencias

- Arcavi, A. (1991). Two benefits of using history. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 11.
- Azcarate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista De Educación*, 340, 341-378.
- Bagni, G. T. (2001). La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos: una investigación experimental en la educación media superior. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(1), 45-62.
- Balcaza, T., Contreras, A. y Font, V. (2017). Análisis de Libros de Texto sobre la Optimización en el Bachillerato. *Boletim de Educação Matemática*, 31(59), 1061-1081. doi: 10.1590/1980-4415v31n59a11
- Barbin, E. (1991). The reading of original texts: how and why to introduce a historical perspective. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 12-13.
- Bidwell, J. K. (1993). Humanize your classroom with the history of mathematics. *MathematicsTeacher*, 86, 461-464.
- Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in School*, 27(4), 25-31.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 3-6.
- Fernández-Cano, A. y Rico, L. (1992). *Prensa y educación matemática*. Madrid: Síntesis.
- Fox, D. J. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: Universidad de Navarra.
- Gómez, B. (1999). Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de compañías. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(3), 19-29.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- González, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 45, 17-28.
- González, M. T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (3), 389-408.
- Mejía, D., Romero, R. y Ocaña, J. M. (2015a). *Matemáticas ESO 1. Volumen 1*. Zaragoza: Edelvives.
- Mejía, D., Romero, R. y Ocaña, J. M. (2015b). *Matemáticas ESO 1. Volumen 2*. Zaragoza: Edelvives.
- Mejía, D., Romero, R. y Ocaña, J. M. (2015c). *Matemáticas ESO 1. Volumen 3*. Zaragoza: Edelvives.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5(3), 105-127.
- Papadopoulos, I. (2014). How Archimedes helped students to unravel the mystery of the magical number pi. *Science y Education*, 23(1), 61-77. doi: 10.1007/s11191-013-9643-0.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial Del Estado*, 3, 03 de enero de 2015, 169-546.

- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Madrid: ice - Horsori.
- Romero, R., Ocaña, J. M. y Mejía, D. (2016a). *Matemáticas ESO 2. Volumen 1*. Zaragoza: Edelvives.
- Romero, R., Ocaña, J. M. y Mejía, D. (2016b). *Matemáticas ESO 2. Volumen 2*. Zaragoza: Edelvives.
- Romero, R., Ocaña, J. M. y Mejía, D. (2016c). *Matemáticas ESO 2. Volumen 3*. Zaragoza: Edelvives.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-50.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas: organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
- Sierra, M., González, M. T. y López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales escolares de educación secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, 15(1), 21-49.
- Wang, X. Q., Qi, C. Y., y Wang, K. (2017). A Categorization Model for Educational Values of the History of Mathematics. *Science y Education*, 26(7-9), 1029-1052. doi: 10.1007/s11191-017-9937-8