

# EL CONOCIMIENTO DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA COMPARTIDO POR ESTUDIANTES PARA MAESTRO A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE VIDEOS

## Knowledge of the practice of mathematics shared between prospective teachers through video analysis

Oliveros, I.<sup>a</sup>, Pascual, M. I.<sup>a</sup>, Codes, M.<sup>a</sup> y Martín, J. P.<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universidad de Huelva

### Resumen

*En el contexto de una investigación sobre el conocimiento especializado que se moviliza a través del análisis de video y de la discusión en un entorno colaborativo, hemos seleccionado las prácticas definir y clasificar como punto de partida para reflexionar sobre el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) de estudiantes para maestro (EPM). En esta comunicación, presentamos los resultados obtenidos a través del análisis de contenido de los informes individuales y de la transcripción de las discusiones de grupo, con el objetivo de caracterizar el conocimiento sobre las prácticas matemáticas de los EPM, entendido desde el modelo MTSK. Hemos encontrado evidencias de conocimiento que nos permiten reflexionar sobre las relaciones que establecen los estudiantes para maestro entre las prácticas definir y clasificar, que pueden ser útiles para la construcción de materiales de formación inicial.*

**Palabras clave:** MTSK, definir, clasificar, análisis de videos, estudiantes para maestro.

### Abstract

*Defined in a research about the Specialized Knowledge that is mobilized through video analysis and the discussion in a collaborative environment, we have selected the define and classify practices like a start point to reflect about the Knowledge of Practices in Mathematics (KPM) in prospective teachers (PT). In this paper, we show the results obtained through the content analysis of the individual reports and of the transcription of the group discussion. Our aim is to characterize the knowledge of practices in mathematics of PT, framed in the MTSK model. We found evidences of knowledge that allows us to reflect about the relationships that prospective teachers do between define and classify practices that can be useful to construct materials for their education.*

**Keywords:** MTSK, to define, to classify, video analysis, prospective teachers.

### INTRODUCCIÓN

En el marco de las investigaciones sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, uno de los grandes retos es profundizar en cómo entiende el docente que se construye el conocimiento disciplinar en el área de matemáticas. Existe una estrecha relación entre el conocimiento sintáctico del profesor (Schwab, 1978) y el tipo de aprendizaje matemático que construyen sus alumnos, que si bien no presentan diferencias a nivel algorítmico con otros grupos de alumnos, alcanzan un mayor nivel de razonamiento y comprensión de la disciplina (Grossman, Wilson y Shulman, 1989). En el caso de los maestros de primaria, esta relación se estrecha aún más si tenemos en cuenta: i) es la etapa donde se inicia la construcción de muchos de los conceptos matemáticos básicos, ii) sirve como preparación y estructura la etapa de educación secundaria donde predominan los procesos de abstracción, y, iii) muchas de las prácticas matemáticas, como la

búsqueda de patrones, la construcción de clasificaciones, o la resolución de problemas, vertebran curricularmente la etapa.

De esta forma, se torna necesaria la pregunta ¿qué conocimiento sobre las formas de proceder en matemáticas evidencian los maestros? Como punto de partida hemos tomado la formación inicial de maestros de Educación Primaria y una actividad de formación en la que, a partir del análisis de vídeo y la reflexión conjunta, tres estudiantes para maestro (EPM) muestran su conocimiento sobre las prácticas de definir y clasificar. Dicha actividad se encuentra inmersa en la fase inicial de un experimento de enseñanza con el que se pretenden desarrollar destrezas relacionadas con el Conocimiento de la Práctica Matemática, en la que los EPM no han recibido instrucción previa. Así, el objetivo de nuestra investigación consiste en identificar qué conocimiento especializado compartido (que surge en informes individuales sobre la sesión visualizada y compartido en la discusión de grupo) movilizan tres estudiantes para maestros en un entorno de análisis de práctica docente a través de vídeos, en relación con las prácticas de definir y clasificar.

## MARCO TEÓRICO

### El conocimiento de la práctica matemática

La consideración del subdominio de Conocimiento de la Práctica Matemática, dentro del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, MTSK, (Carrillo, Climent, Contreras, Muñoz-Catalán, 2013; Montes, Contreras, Carrillo, 2013) tiene su origen en la noción de conocimiento sintáctico construida por Schwab (1978) y supone un avance en el desarrollo del Conocimiento del Horizonte Matemático, en el sentido de las prácticas, incluido en el modelo MKT (Ball, Thames y Phepls, 2008; Ball y Bass, 2009). El conocimiento de la sintaxis de la disciplina matemática, se encuentra en la base de la capacidad docente para generar o validar los conocimientos matemáticos, y permite desarrollar una comprensión de los mismos que trasciende el cómo-para, en relación a la aplicación, hasta los porqués que los fundamentan (Grossman, Wilson y Shulman, 1989).

En esta línea, desde el modelo MTSK, se considera el subdominio de Conocimiento de la Práctica Matemática como aquél que aglutina cómo entiende el docente que se construyen las matemáticas, su conocimiento sobre el quehacer matemático y los distintos tipos de razonamiento y estrategias de las que se sirve la disciplina para generar nuevos saberes. Se consideraría que forma parte de este subdominio el conocimiento del profesor sobre cómo se construyen las definiciones matemáticas. El conocimiento de esta construcción incluye su conocimiento sobre las condiciones necesarias y suficientes para construir una definición, o sobre la potencialidad matemática de la misma; así como la flexibilidad para entender en términos de lógica proposicional, las repercusiones de una determinada definición construida. No obstante, el conocimiento profundo e incluso razonado de una determinada definición dada, quedaría excluido del Conocimiento de la Práctica Matemática y se consideraría Conocimiento de los Temás.

En el modelo MTSK (Figura 1), se encuadra el Conocimiento de la práctica Matemática (KPM) como uno de los tres subdominios que componen el Conocimiento Matemático, que se completa con el Conocimiento de los Temás y el Conocimiento de la Estructura de la Matemática.

Siguiendo a Ponte (1994), el conocimiento del profesor es, en gran medida, implícito. Este hecho se constata en el estudio de todos los subdominios de MTSK que, aunque se han delimitado a partir de varias investigaciones (Climent et al., 2016; Liñán y Contreras, 2013; Montes, Carrillo, Ribeiro, 2014; Sosa, Aguayo, Huitrado, 2013; Sosa, Flores-Medrano, Carrillo, 2015; entre otras), han necesitado la complementariedad de una entrevista como método de investigación. Especialmente, en el caso del conocimiento de la práctica matemática, es un conocimiento que no suele hacerse explícito en contextos de enseñanza y aprendizaje, ya que los elementos sintácticos no suelen abordarse de forma explícita en las aulas de Primaria. Esta limitación constituye una motivación

más para el desarrollo de este trabajo, que tiene como objetivo indagar sobre el conocimiento sobre las prácticas de definir y clasificar, como parte de las prácticas matemáticas relativas a este subdominio, que se puede evidenciar en estudiantes para maestro.

### **Las prácticas de definir y clasificar**

La acción de definir un objeto matemático tiene un papel esencial en la práctica matemática, ya que de ese proceso resultan el conjunto de propiedades que caracterizan el objeto y que son la base para establecer relaciones con otros elementos matemáticos. A su vez, una definición puede ser el origen de un nuevo concepto matemático tras un proceso de diferenciación y reconocimiento de propiedades particulares (Mariotti y Fischbein, 1997; Villiers, 1998). Por ejemplo, en el caso de los cuadriláteros, la condición de tener lados paralelos o no, induce a la definición de un nuevo objeto que es el paralelogramo. Este reconocimiento de características comunes, se encuentra en la base del proceso de clasificar, que lejos de ser una práctica matemática sencilla, provoca ciertos conflictos en los que el maestro debe mediar (Mariotti y Fischbein, 1997).

Definir y clasificar son dos prácticas matemáticas complementarias, dos caras de la misma moneda en el sentido en el que Sfard (1991) se refiere a las concepciones operacional y estructural de los objetos matemáticos. Para definir un objeto matemático, hay que conocer su naturaleza, percibir aquellas características que lo hacen diferente de otros objetos de una misma clase y sintetizar su singularidad con un lenguaje claro y preciso. De entre todos los objetos que verifican una definición, se pueden apreciar a su vez particularidades que marcan diferencias entre unos y otros. Esas particularidades, permiten clasificar todos los objetos que cumplen una determinada definición en otras subclases que comparten unas características generales, pero se diferencian en algunos matices.

Por ejemplo, para clasificar los paralelogramos debemos fijarnos en aquellos elementos que son diferentes en distintos paralelogramos, como son las posiciones relativas de sus lados o de sus diagonales, la medida de sus ángulos o de sus lados. Captar esas singularidades es necesario para establecer un criterio de clasificación y así diferenciar, por ejemplo, entre equiláteros y no equiláteros. Cuando definimos un rombo como un paralelogramo en el que todos los lados tienen la misma longitud, estamos sintetizando aquellas características que lo diferencian de otros polígonos (al ser paralelogramo es un polígono de cuatro lados con pares de lados opuestos paralelos) y de otros paralelogramos (como todos los lados tienen la misma longitud, es equilátero). La etiqueta “rombo” engloba todas esas características que diferencian a unos polígonos de otros, concretamente a unos cuadriláteros de otros y más específicamente, a unos paralelogramos de otros. Definir “rombo” no tendría sentido si no se hubiera clasificado previamente a los paralelogramos en equiláteros y no equiláteros. Pero esa clasificación, tampoco tendría sentido si no se hubiera definido antes esa clase de cuadriláteros que tiene sus pares de lados opuestos paralelos. Al definir, ponemos una etiqueta al resultado de sintetizar lo característico de una clase de objetos que es una subclase de otro conjunto de elementos con los que se comparten ciertas propiedades. Según el grado de especificidad, unos objetos se clasifican en otros y esa clasificación da lugar a nuevas definiciones de objetos matemáticos.

Desde un punto de vista didáctico, algunas decisiones en torno al desarrollo del currículo y a cómo aprende el alumno, están influenciadas por el modo en que el docente conoce la práctica de definir y su papel en la didáctica de la matemática (Zazkis y Leikin, 2008).

Según Vinner (1983, 1991), al hablar sobre un determinado concepto geométrico, se activa en nuestra memoria una serie de representaciones, experiencias, ideas... que, en la mayoría de los casos, distan mucho de ser una definición del concepto evocado. De esta manera, se recurre en nuestro conocimiento a lo que denomina imagen del concepto. Esta imagen se forma a partir de dibujos, representaciones y/o figuras que los estudiantes han visto ejemplificadas en alguna ocasión a lo largo de su experiencia, tanto escolar como no escolar. En este punto, el papel del maestro es

esencial porque de él depende la variedad de ejemplos que se le presentan al alumno en el ámbito escolar y, por tanto, la calidad de esas imágenes conceptuales y su potencialidad para contradecir imágenes conceptuales erróneas (Gutiérrez y Jaime, 1996).

Asimismo, Vinner y Hershkowitz (1983) denominan definición de un concepto al conjunto de propiedades y características adquiridas de manera memorística que los estudiantes aprenden para recitarla cuando se les solicite. En la mayoría de casos, esta definición se forma sin estar ligada con la imagen conceptual provocando un desajuste entre ambas.

En todo este proceso de generación de imágenes conceptuales y definiciones de conceptos, el maestro no solo interviene como generador de ejemplos que enriquezcan la imagen conceptual de un alumno, sino como “mediador entre los procesos mentales que requiere verificar si un objeto pertenece a una clase” (Mariotti y Fischbein, 1997, p. 246), cuando se genera una nueva definición constructiva de un objeto matemático (Villiers, 1998). De ahí la importancia del KPM que posea el maestro y la relevancia de indagar en él para actuar desde la formación inicial de maestros en su mejora.

### **Análisis de vídeos**

Desde hace 20 años se viene potenciando el uso de vídeos como herramienta para la construcción de conocimiento y habilidades profesionales por parte de los estudiantes para maestro (EPM) (Blanco, 1996; Callejo, Llinares y Valls, 2007; Climent y Carrillo, 2007; Climent et al., 2016; Fortuny y Rodríguez, 2012; Llinares y Sánchez, 1998; Llinares, Valls y Roig, 2008; Sherin, 2003). Climent et al. (2016), observaron que para los EPM tiene más sentido el conocimiento generado a partir del análisis de un vídeo de una clase real de primaria que el que puedan construir a partir de la lectura de un documento escrito. Teniendo en cuenta las limitaciones temporales que afectan a las prácticas de los EPM, “el análisis de vídeos de situaciones de aula en la formación inicial puede suplir (al menos parcialmente) el papel que puede jugar la práctica en la formación del profesor en ejercicio.” (Ídem, p. 99).

En los vídeos que se utilizan en la formación inicial se puede observar una situación real de un aula de primaria que permite analizar diferentes aspectos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, dado que se registra la actuación del maestro y de toda la clase en general, lo que permite centrar la mirada tanto en el conocimiento profesional como en el aprendizaje de los estudiantes. Para Fortuny y Rodríguez (2012), es esencial el uso de esta herramienta para desarrollar la mirada profesional del futuro maestro y dotarle de conocimiento que le permita “interpretar las interacciones matemáticas del aula” (p. 37). Incluso proponen no solo el uso de vídeos de maestros expertos o noveles, si no el de grabaciones de los propios EPM en sus prácticas para mejorar su desarrollo profesional (De Gamboa, Badillo, Ribeiro, Montes y Sánchez-Matamoros, 2016). En nuestra investigación, hacemos uso del análisis de la práctica docente a través del vídeo focalizando las reflexiones en torno al desarrollo del conocimiento profesional de los EPM.

### **METODOLOGÍA**

Esta investigación se aborda desde un enfoque interpretativo (Guba y Lincoln, 1994) de naturaleza cualitativa, por medio de un estudio de caso como diseño metodológico (Stake, 2005). Este estudio queda enmarcado como estudio de caso instrumental, ya que el caso sirve como detonante para examinar el conocimiento que se hace explícito en la discusión compartida después del análisis individual del vídeo, que es nuestro foco de interés.

Los participantes de este estudio, elegidos intencionadamente, son tres estudiantes del Grado de Educación Primaria a los que llamaremos Carla, Ismael y Ramón. En una primera etapa, los EPM analizaron individualmente el vídeo de una sesión de 5º de EP en la que se construye la definición de polígono a partir de la clasificación de figuras planas en base a distintos criterios; este análisis se

realizó siguiendo un sistema de categorías (anexo I) y a partir de él, cada EPM realizó un informe. Posteriormente, se videograbó y se transcribió una reunión conjunta entre los tres EPM en la que se compartieron los análisis individuales. Finalmente, cada EPM elaboró una reflexión individual sobre todo el proceso.

Para realizar el análisis de las producciones de los EPM se ha utilizado como instrumento el modelo analítico MTSK. Tanto en los informes iniciales (I), como en la transcripción del vídeo de la discusión conjunta (D), se han diferenciado unidades de información, pudiéndose distinguir entre evidencias, indicios u oportunidades, según el grado de certeza sobre la información en el sentido de Escudero-Ávila et al. (2016). Se codificaron las unidades teniendo en cuenta la fuente (I, D), la inicial asignada a cada EPM (C, I, R) y los números de línea de transcripción o de informe en las que se aprecia la evidencia. Por ejemplo, utilizamos el código D-R 355-356 para referirnos a la unidad de información proveniente de la transcripción de la discusión conjunta, en la que Ramón manifiesta conocimiento en las líneas 355 y 356.

De acuerdo con el modelo de conocimiento especializado (MTSK) se abordarán los indicadores correspondientes al KPM (conocimiento de la práctica matemática) debido a la relación directa que guarda con las acciones de definir y clasificar. Estos indicadores están conformados por: *Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos; Formas de validación y demostración; Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal; Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas; Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación); Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones.* Estos indicadores están extraídos de la descripción del KPM de Carrillo et al. (en prensa) y como parte del KPM de Vasco y Climent (2018).

## RESULTADOS

En función de los datos obtenidos con los instrumentos de recogida de información, se hace un análisis de contenido en base al marco teórico del MTSK. Se identifican los fragmentos más ricos en cuanto a evidencias, indicios y oportunidades que pretenden describir qué aspectos relacionados con el subdominio KPM se corresponden con el conocimiento movilizado por los EPM, que es nuestro foco de interés. (En los fragmentos también aparece la inicial del investigador, el cual formula preguntas para guiar la discusión).

Como se ha descrito anteriormente, el subdominio KPM no está dividido en categorías, sino que queda definido por unos indicadores. Comenzaremos el análisis exponiendo nuestros resultados sobre la identificación del indicador *Formas de validación y demostración* (D 162-185):

N: ¿Qué os parece eso de que parta de ejemplos para llegar o para que se construya esa definición de polígonos?

I: Como elemento matemático, construir una definición a partir de ejemplos, no está matemáticamente correcto. Se entiende, que, en una clase de primaria, lo que se quiere es que el concepto quede claro. A lo mejor, sí es una buena vía para que el niño lo entienda, pero matemáticamente no.

R: Que en sentido matemático tenga más o menos valor (...) sí, a partir de ejemplos puede tener menos valor, pero para los niños en primaria es una iniciación. Es más, nosotros en las clases en las demostraciones qué hacemos primero, probar con números y ya después, poniendo la demostración bien.

Se refuerza este comentario con esta unidad de información extraída del informe inicial de Ismael, que es quien detona la discusión sobre la validez del uso de los ejemplos en la construcción de la definición:

“(…) con este tipo de actividad se intenta partir desde los ejemplos de polígonos para construir una definición (...) pero no nos ayuda a construirla desde argumentos válidos matemáticamente. No se debe generalizar a partir de un ejemplo o un conjunto de ejemplos” (I-I 29-32).

Ismael y Ramón exponen que construir definiciones a partir de ejemplos no es matemáticamente correcto, pero se utiliza este método porque es para EP. Estos dos EPM están en tercero del Grado de EP y están estudiando la demostración matemática, como se puede apreciar en la última parte de la intervención de Ramón, por eso establecen que el papel de los ejemplos al definir en matemáticas es como el que tienen al demostrar, para familiarizarse con la situación. Para hacerlo correctamente hay que prescindir de los ejemplos.

Sin embargo, en la discusión conjunta de los EPM aparece la idea de propiedades de los polígonos como elementos a partir de los cuales sí se puede construir de manera más general una definición matemática. Encontramos un indicio de ello en la siguiente declaración del informe inicial de Ramón, en la que relaciona la construcción de la definición con las propiedades de los polígonos.

“Los contenidos que se tratan en la sesión son las figuras poligonales y las no poligonales, centrándose en las primeras para construir su definición. Los vértices, lados, simetría, ángulos de una figura”. (I-R 33-35).

En relación al indicador *Condiciones necesarias y suficientes para generar una definición* exponemos el siguiente fragmento de la discusión conjunta donde los EPM discuten sobre la información explícita que se construyó en el aula de primaria (D 293-323):

R: Bueno, me hizo gracia que en la definición pusiera con lados rectos y sin ninguna curva, es lo mismo.

N: ¿Tú hubieras recortado esa definición?

R: Al final del video, un niño dice que no tener los lados curvos es lo mismo que tener todos los lados rectos. No haría falta decir las dos cosas. Pero esa definición es la definitiva.

N: ¿Hubierais dejado esa definición o hubierais trabajado sobre ella?

I: Yo creo que, si es la primera que se le está presentando y los niños han llegado a esa conclusión, como conclusión está bien, aunque sea redundante. Yo la dejaría así, y el próximo día cuando se vuelva a trabajar, proponer quitar esa parte. La vas decorando para que se parezca más a la definición que tenemos.

N: (...) ¿Se supone que no debe tener algo redundante?

I: No pasa nada, pero por construirla con economía, para que sea más simple, más fácil de recordar.

C: Sí podría tener algo redundante para que los niños sepan las propiedades. Por ejemplo, que digan lados rectos y que no tenga curva, que el niño sepa también el concepto de curva. Veo bien que contraponga lo que dice para que los niños conozcan los dos procesos. Como idea previa.

Del fragmento anterior, también se identifica que los tres EPM manifiestan que en una definición solo deben estar explícitos los términos y propiedades necesarios. No le ven sentido a repetir las propiedades incluidas y, si lo hacen, es para construir una definición inicial que después irán ajustando para facilitar la comprensión de los niños. En un nivel de certeza de oportunidad, hemos encontrado que los EPM no saben con seguridad qué debe cumplir una definición matemática, aunque sí lo intuyen por economía del lenguaje.

Ramón, en su informe inicial, también resalta este carácter de la definición, estando de acuerdo con el alumno que hizo esta aportación en el video analizado. No compartía la redundancia de poner en una definición “tiene los lados rectos y ninguna curva”:

“En el momento de construir la definición de las figuras geométricas, ponen que tienen lados rectos y que no presentan ninguna curva. Más tarde, un alumno se da cuenta que no es necesario poner que no tienen curva, puesto que, al tener todos los lados rectos, ya está diciendo que no hay ninguna curva”. (I-R 11-15).

Una de las apreciaciones que se puede hacer desde el modelo MTSK es la influencia de las concepciones sobre cada uno de los conocimientos del profesor. En este sentido, la concepción sobre la matemática que evidencia Ismael con su comentario “la va decorando para que se parezca más a la definición que tenemos” (D 293-323), guarda relación con una visión platónica de las matemáticas, donde el conocimiento es casi preexistente y la interacción humana con las

matemáticas se reduce al descubrimiento de las mismas. Bajo este supuesto, tiene sentido que Ismael manifieste que las definiciones en matemáticas son únicas, y que no puede haber diferentes definiciones de un mismo concepto.

La visión de las matemáticas que hemos expuesto anteriormente se puede igualmente inferir en otras aportaciones de los EPM. Por ejemplo, en la discusión sobre la existencia única, o no, de clasificaciones (D 379-384):

N: ¿Cuál es el objetivo?

R: El objetivo para mí, era que crearan ellos mismos una clasificación. Viendo las figuras. En vez de decirles que pueden clasificarse por sus lados, vértices o ángulos; según su simetría, según (...)

I: De las clasificaciones que hay, que ellos las construyan.

R: Que ellos construyan las clasificaciones que hay, viendo las semejanzas.

En la siguiente intervención de Ramón, también se puede evidenciar la información anterior, cuando dice “la que es de verdad”. Su concepción es que las clasificaciones ya están construidas y conocidas formalmente y tenemos que trabajar esas (D-R 374-376):

R: (...) la idea de la actividad es que clasifiquen ellos, como si los polígonos no fueran clasificados nunca y lo clasificaran por primera vez. Para que se den cuenta de que la clasificación que tienen ellos va a ser similar a la que es de verdad.

En el siguiente diálogo, los tres EPM siguen hablando del objetivo de la actividad. Ismael y Carla no reconocen la influencia mutua que existe entre los procesos de clasificar y definir. En el video que observan los EPM el proceso que se sigue es, clasificar los objetos y buscar una descripción que englobe a lo que se ha incluido en un mismo grupo excluyendo a otros, resultando como definición ese conjunto de propiedades. Podría indagarse sobre las relaciones entre clasificar y definir, porque Ramón, como indicio, sí reconoce como válido iniciar un proceso de clasificación que tenga como consecuencia la construcción de una definición, sin embargo, en la discusión conjunta no puede considerarse conocimiento compartido porque Ismael y Carla siguen sin reconocer la dependencia mutua entre los dos procesos (D 385-389):

I: Sí, pero después al final de todo, cuando hace la puesta en común, no hace hincapié en eso (la clasificación). Creo que hace hincapié en la definición. Si tu objetivo de todas las actividades era construir la definición, no le vería sentido que trabaje la clasificación.

C: Yo tampoco la veía muy (...)

R: Sí, es para construir la definición.

En el siguiente fragmento siguen hablando de la clasificación, pero mantienen que no existe una relación con la definición y que se trabaja en esta sesión para que los niños se familiaricen con las figuras. El comentario de Carla puede dar indicios de que entiende como clasificar, una actividad para identificar propiedades de las figuras. Sin embargo, parece resultarle un proceso irrelevante de cara a la definición (D 390-397):

N: Pero lo de la definición era antes. ¿No?

I: Sí, pero al final de la actividad y hace la puesta en común, solamente pregunta por la definición. Entonces si tu objetivo final, si ha preguntado por eso, es la definición. Te puede servir para familiarizarte más, pero (...)

C: Yo si la hubiera metido para que los niños manipulen qué es un polígono, qué no es, para eso sí. Pero como clasificación, no. Yo la hubiera metido en otra sesión.

De la misma forma, Ismael apoya de forma explícita la idea de Carla en un momento posterior de la discusión. Coincide con ella en no relacionar la clasificación de los polígonos con la definición de los mismos y que la clasificación es una actividad para identificar las características de estas figuras (D 398-404):

N: ¿Entonces qué hubierais hecho después de construir la definición de polígono?

I: Yo sí lo hubiese hecho así o parecida, pero lo que cambiaría es el objetivo. El objetivo no es que conozca la definición, el objetivo es que indaguen y vean las distintas características que tienen los polígonos. Además, si lo enlazas con la siguiente actividad, es cuando tiene sentido. Te has fijado que estos puedes clasificarlos así, ah pues esto es una característica. No la tienen todos, pero la tienen muchos. Por eso no me parece bien decir lo de criterios, me parece mejor características.

## CONCLUSIONES

Con la exposición de los resultados de la investigación hemos querido resaltar varios hechos relevantes. De un lado, cómo el conocimiento individual expresado en los informes de los EPM ha pasado a ser compartido en distintos momentos de la discusión colaborativa. Respecto a cómo compartiendo el conocimiento éste ha sido aceptado por el grupo, no podemos concluir sobre la perdurabilidad del mismo en cada individuo, pero sí que en la mayoría de las ocasiones ha sido aceptado y utilizado para continuar en la reflexión de grupo. En la construcción de este conocimiento compartido, ha mediado el uso del vídeo como herramienta para desarrollar la mirada profesional del EPM. Este resultado coincide con otros estudios realizados con anterioridad (Fortuny y Rodríguez, 2012).

De otro lado, podemos hacer una síntesis del conocimiento compartido por los EPM que permite responder a nuestra pregunta de investigación. En este sentido, hemos podido constatar que, en relación a las prácticas de definir y clasificar, existe una disociación prevalente entre los EPM participantes de nuestro estudio. Los informantes no consideran que ambas prácticas guarden relación y, además, influenciados por su visión de las matemáticas, reducen la construcción de una definición o una clasificación, a un proceso de descubrimiento de las ya establecidas por la comunidad matemática.

Asimismo, otro hito relevante es la continua reflexión que hacen los EPM en relación con la matemática como disciplina y la matemática escolar. En distintos momentos de análisis, los informantes de esta investigación modulan su criterio en relación al rigor, según se refieran a las matemáticas como disciplina de conocimiento o a las matemáticas que se enseñan en educación primaria. Con esta afirmación, queremos resaltar que para los EPM que han participado en este estudio, el rigor y la generalidad que se aspira a alcanzar en la construcción de conocimiento matemático puede verse comprometido en la matemática que se enseña en el aula si eso repercute en la accesibilidad del conocimiento para los alumnos de la etapa.

El uso de los indicadores de KPM que hemos utilizado en este trabajo, refuerza la validez de los mismos. Así contribuimos a la consolidación del modelo MTSK, en general, y a la delimitación del subdominio del Conocimiento de la Práctica Matemática que ya se venía trabajando en investigaciones anteriores como Carrillo *et al.* (en prensa) y Vasco y Climent (2018).

Además, queremos añadir que si bien en esta investigación nuestro foco de interés se encuentra en el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), y nuestras reflexiones se centran en este subdominio de conocimiento, entendemos que el conocimiento profesional es holístico. De esta manera, igual que se ve influenciado por las creencias sobre las matemáticas del docente, se establecen otras relaciones con diferentes subdominios de conocimiento que podrían ser exploradas.

Finalmente, a partir de los resultados de esta investigación, encontramos necesario incluir tareas de construcción de Conocimiento sobre la Práctica Matemática en la formación inicial de profesores, lo que permitirá tener una visión más amplia y fundamentada de la matemática como disciplina de conocimiento, que influirá en la comprensión y el desarrollo de la matemática escolar.

## Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado con el apoyo del proyecto “*Elaboración de material didáctico electrónico basado en el análisis de buenas prácticas en el aula de matemáticas de primaria*”, proyecto de innovación



de la XIX Convocatoria de Ayudas a la Innovación Docente e Investigación Educativa para la Mejora de la Docencia en la Universidad de Huelva 2017/18.

## Referencias

- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D. L. y Bass, H. (2009). With an eye on the Mathematical Horizon: Knowing Mathematics for Teaching to Learners' Mathematical Futures. *Paper prepared based on keynote address at the 43<sup>rd</sup> Jahrestagung für Didaktik der Mathematik in Oldenburg, Germany*, Recuperado de <http://cor.to/HCK>.
- Blanco, L. J. (1996). *Aprender a enseñar matemáticas. Formación práctica de los profesores de primaria sobre resolución de problemas aritméticos*. Badajoz: ICE de la Universidad de Extremadura.
- Callejo, M. L., Llinares, S. y Valls, J. (2007). El uso de videoclips para una práctica reflexiva. Comunicación en las XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM. Granada, Julio.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Mathematics teacher specialized knowledge. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2995). Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (en prensa). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2007). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Revista Investigación en la Escuela*, 61, 23-35.
- Climent, N., Montes, M. A., Contreras, L. C., Carrillo, J., Liñán, M. M., Muñoz-Catalán, C., Barrera, V. J. y León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de videos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9, 85-103.
- De Gamboa, G., Badillo, E., Ribeiro, M., Montes, M. y Sánchez-Matamoros, G. (2016). Teacher's Knowledge and the use of connections in the classroom. En S. Zehetmeier, B. Rösken-Winter, D. Potari y M. Ribeiro (Eds.), *Proceedings of ERME Topic Conference 3*. Available online. Berlin: ERME.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 2. (pp 248-255). University of Stellenbosch: Stellenbosch.
- Escudero-Ávila, D., Gomes, J., Muñoz-Catalán, M. C., Flores-Medrano, E., Flores, P., Rojas, N. y Aguilar, A. (2016). Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK. En J. Carrillo, L. C. Contreras y Montes, M. A. (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Huelva* (pp. 60-69). Huelva: Servicio de publicaciones Universidad de Huelva.
- Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 23-37.
- Grossman, P. L. Wilson, S. M. y Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching. En M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the Beginning Teacher* (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.
- Guba, E. y Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1996). Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En J. Giménez, S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 143-170). Granada: Comares.

- Liñán, M. M. y Contreras, L. C. (2013). Debilidades y fortalezas en el conocimiento de los temas matemáticos en geometría de los estudiantes para maestro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 337-344). Bilbao: SEIEM.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (1998). Aprender a enseñar matemáticas: los vídeos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 13, 29-44.
- Llinares, S., Valls, J. y Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en vídeos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 31-54.
- Mariotti, M. A. y Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 219-248.
- Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM.
- Montes, M. A. Carrillo, J. y Ribeiro, C. M. (2014). Teachers' knowledge of infinity, and its role in classroom practice. En P. Liljedahl, S. Oesterle, C. Nicol y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, Vol 4. (pp. 234-241). Vancouver, Canadá: PME.
- Ponte, J. P. (1994) Mathematics teachers' professional knowledge (plenary conference). En J. P. Ponte y J. F. Matos (Orgs.), *Proceedings of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. I, pp. 195-210). Lisboa, Portugal.
- Schwab, J. J. (1978). Education and the structure of the disciplines. En I. Westbury y N. J. Wilkof (Eds.), *Science, curriculum and liberal education* (pp. 229-272). Chicago: University of Chicago Press.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sherin, M. G. (2003). New perspectives on the role of video in teacher education. *Advances in Research on Teaching*, 10, 1-27.
- Sosa, L., Aguayo, L. M. y Huitrudo, J. L. (2013). KFLM: Un entorno de Aprendizaje para el profesor al analizar los errores de los estudiantes. En C. Dolores, M. S. García, J. A. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 279-299). México: Díaz de Santos, S.A.
- Sosa, L., Flores-Medrano, E. y Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), pp. 173-189.
- Stake, R. E. (2005). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Vasco, D. y Climent N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de Álgebra Lineal. *PNA*, 12(3), 129-146.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293-305.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
- Vinner, S. y Hershkowitz, R. (1983). On concept formation in geometry. *International Review of Mathematical Education*, 15, 20-25.
- Zaslavsky, O. y Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.
- Zazkis, R. y Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.