

ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE DIVISIÓN POR UN ESTUDIANTE CON TRASTORNO DEL ESPECTRO AUTISTA

Errors in the resolution of division problems by a student with autism spectrum disorder

Polo-Blanco, I.^a, Bruno, A.^b, y González-López, M. J.^a

^aUniversidad de Cantabria, ^bUniversidad de La Laguna

Resumen

Se presenta un estudio de caso de un estudiante con Trastorno del Espectro Autista en torno al aprendizaje inicial de la división a través de una instrucción apoyada en la resolución de problemas de división por reparto. Se han considerado problemas en dos formatos, con material concreto y con representación gráfica, con los que el estudiante ha ido desarrollando los primeros significados informales del concepto de división por reparto. El estudiante ha mostrado dificultades diferentes a lo largo del proceso de instrucción según el formato de los problemas. Se analizan y categorizan los errores que ha manifestado asociados a los significados de esta operación (partición, equidad y representatividad) y la manera en que los ha ido superando con la ayuda de instrucción en estrategias de reparto.

Palabras clave: *división, reparto, errores, Trastorno del Espectro Autista.*

Abstract

A case study of a student with Autism Spectrum Disorder is presented that addresses the initial learning of division through problems of partitive division. These problems have been introduced in two formats: with material and graphic representation, by means of which the student has developed the first informal meanings of the concept of partitive division. The student has shown different difficulties throughout the instructional process depending on the format of the problems. The errors that he has displayed associated with the meanings of this operation (partition, equity and representativeness) are analyzed and categorized, as well as the way in which they have been overcome with the help of instruction on sharing strategies.

Keywords: *division, sharing, errors, Autism Spectrum Disorder*

INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha crecido el interés en estudiar el rendimiento académico de estudiantes con Trastorno del Espectro Autista (TEA), muchos de los cuales siguen un programa educativo regular, integrados en centros ordinarios, con o sin orientación adicional (Whitby y Mancil, 2009). A pesar de ello, los estudiantes con TEA son poco propensos a continuar sus estudios más allá de la secundaria (Gelbar, Shefcyk, y Reichow, 2015) debido a dificultades en su aprendizaje.

Entre las materias escolares, las matemáticas son uno de los grandes obstáculos a los que se enfrentan los estudiantes con TEA y, a menudo, muestran habilidades de cálculo y de resolución de problemas por debajo de la media (Wei, Yu, Shattuck, McCracken, y Blackorby, 2013). Algunos de los rasgos característicos del autismo pueden estar relacionados con estas dificultades. En este sentido, los déficits en funciones ejecutivas (planificar, organizar, atención, controlar impulsos, etc.) pueden dificultar la puesta en marcha de las acciones necesarias para resolver los problemas (Hart y

Cleary, 2015). También, muchos niños con TEA presentan dificultades en la comprensión del significado de las palabras en general, y del vocabulario matemático, en particular (Bae, Chiang y Hickson, 2015; Frith y Snowling, 1983) y esto les afecta en el éxito en problemas de enunciado verbal (Whitby y Mancil 2009). En general, se ha puesto de manifiesto la necesidad de profundizar en la comprensión que los estudiantes con TEA desarrollan sobre diferentes conceptos matemáticos, para posteriormente proporcionar pautas de aprendizaje adaptadas a sus necesidades. La mayoría de los trabajos sobre la resolución de problemas en alumnado TEA se han centrado en la suma y la resta (Cihak y Foust, 2008; Rockwell, Griffin, y Jones, 2011) y son menos los dedicados a la multiplicación y división (Levingston, Neef, y Cihon, 2009). El trabajo que se plantea forma parte de una investigación más amplia que quiere contribuir al conocimiento sobre el aprendizaje de los estudiantes con TEA en el aprendizaje de la división a través de problemas aritméticos verbales.

MARCO TEÓRICO

Las primeras fases de la enseñanza de las operaciones suelen apoyarse en la resolución de problemas aritméticos verbales, que son enunciados contextualizados que el estudiante debe resolver mediante una operación (Puig y Cerdán, 1988). El mismo proceso se sigue con alumnado con discapacidad. En el caso concreto del alumnado con TEA, las investigaciones sugieren que es necesario enseñar a los estudiantes habilidades metacognitivas que le ayuden en el proceso de resolución de los problemas (leer, comprender, visualizar, dar una hipótesis, estimar, calcular y comprobar) (Whitby, 2012). Otros autores proponen seguir estrategias basadas en el uso de diagramas esquemáticos o ayudas visuales para enseñarles a discriminar entre distintos tipos de problemas y entender el enunciado (Rockwell, y otros, 2011).

Los problemas que se resuelven mediante una multiplicación o una división se han clasificado en problemas de: (1) isomorfismo de medidas (2) comparación y (3) combinación (Vergnaud, 1988). En los problemas de isomorfismo de medidas aparecen tres cantidades en el enunciado, que de manera metafórica podemos expresar como: número de recipientes, número de objetos por recipiente y número total de objetos. Cuando la incógnita del problema es el número de objetos que tiene cada recipiente, el problema se resuelve mediante una división por reparto, por ejemplo, el problema “Juan puso 40 libros en su habitación. Si en la habitación de Juan hay 5 estantes, ¿cuántos libros puso en cada estante?”.

En este trabajo nos centraremos en problemas de división por reparto, y en concreto, en los aspectos semánticos asociados. Esto implica observar el significado de ciertas palabras o expresiones que tienen una influencia decisiva en las acciones necesarias para su resolución. Dichas acciones pueden ser cotidianas para los estudiantes, pero durante la resolución de los problemas han de ser manejadas con un significado matemático muy concreto.

Así, en los enunciados de los problemas típicos de *división por reparto* aparecen verbos asociados a la idea de reparto (por ejemplo, repartir, distribuir, asignar, etc.), frecuentemente acompañados de adjetivos que especifican las características del significado matemático de esta división (por ejemplo, mismo, igual, cada, cada uno).

Según (Correa, Nunes, y Bryant, 1998), el significado de la *división por reparto* incluye las ideas de:

- *partición* de una cantidad en partes (el total se separa en partes disjuntas)
- *equidad* (todas las partes de la partición son iguales)
- *representatividad* de cada parte (una cualquiera es representante de los demás).

Para resolver con éxito un problema de *división por reparto*, y usando de nuevo la analogía con objetos y recipientes, los estudiantes: (1) han de separar la cantidad total de objetos (dividendo) en recipientes (divisor), sin que sobre ni falte ningún objeto; (2) de forma equitativa; (3) e

interpretando que cada recipiente es representante de los demás, siendo la cantidad de objetos de dicho recipiente (cociente) la solución a la pregunta planteada en el problema.

Diversos estudios realizados con estudiantes de desarrollo típico sostienen que la acción de reparto que surge de manera natural en estos problemas está en el origen la comprensión de la división como operación (Bryant, 1997; Correa et al., 1998). Se conoce poco sobre la manera en que las personas con TEA afrontan el aprendizaje de la división. Excepción es el trabajo de Levingston et al. (2009) en el que se evalúa un método de enseñanza de problemas de multiplicación y división en dos sujetos, uno de ellos con TEA. Sin embargo, en dicho trabajo no se distingue ni profundiza en el sentido que dan los estudiantes a estos problemas según su estructura de *reparto* o *agrupamiento*, lo que da muestra de la necesidad de profundizar con estudios sobre esta operación.

OBJETIVOS DEL ESTUDIO

El trabajo que se presenta forma parte de un estudio más amplio sobre el aprendizaje inicial de la división de un estudiante con TEA en el que se analizan las estrategias que sigue, las representaciones que utiliza y las dificultades asociadas a los aspectos semánticos antes descritos, durante un proceso de instrucción. En los apartados sucesivos nos centramos en las dificultades, manifestadas en forma de errores que mostró el estudiante al seguir sus primeras estrategias informales. Los objetivos que se plantean en el trabajo que se presenta son:

1. Analizar los tipos de errores que surgen asociados a las nociones de *partición*, *equidad* y *representatividad*.
2. Evaluar la evolución de los errores durante un proceso de instrucción en el que se han utilizado problemas de enunciado verbal, con y sin materiales concretos.

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Se ha seguido una metodología de un estudio de caso descriptivo, realizada con un estudiante que presenta TEA, de 11 años y 8 meses de edad en el comienzo del estudio. El estudiante es un varón diagnosticado a la edad de 6 años con TEA por un neuropediatra. En ese momento, según the Battelle Developmental Inventory Screening Test (BDIST) presentaba una edad de 5 años en aspectos cognitivos y de 4 años en aspectos comunicativos. En la actualidad sigue mostrando importantes alteraciones del lenguaje y dificultades en la relación social, principalmente con sus iguales. Presenta un repertorio amplio de conductas estereotipadas y muestra tendencia a conductas repetitivas y obsesión por ciertos temas. Está escolarizado en un centro de educación especial. Presenta un lenguaje funcional con un nivel de comprensión elevado, tanto oral como escrito, y con un amplio vocabulario. Se comunica por medio de frases cortas gramaticalmente correctas. Su capacidad lectora es equiparable a un nivel de tercero de Primaria (8-9 años), lo que le permite leer y entender los enunciados de los problemas, aunque presenta dificultades de comprensión de determinadas palabras.

El estudiante recibe clases ordinarias de las diferentes materias escolares con adaptaciones y, además, apoyo escolar fuera del aula. Los contenidos numéricos que había trabajado antes de la experimentación eran: sumar y restar (no tiene memorizados los hechos numéricos), resolución de problemas de suma y resta (utilizando dibujos y utilizando el formato de los algoritmos tradicionales por columnas); problemas de multiplicación (utilizando dibujos con obtención de los resultados de las multiplicaciones con sumas reiteradas, o con un recuento de objetos sobre los dibujos realizados). También resolvía problemas de *división por agrupamiento* (a través de dibujos). Sin embargo, no era capaz de llegar a una respuesta en los problemas de *división por reparto*. Esta situación nos llevó a centrar la investigación en este último tipo de problemas.

Instrucción

La instrucción se realizó en las clases de apoyo escolar, durante una sesión de trabajo semanal, habitualmente de una hora de duración. Al estudiante se le plantearon entre 2 y 5 problemas en cada sesión, en función del grado de la receptividad y concentración que mostrase en la sesión. Durante tres meses, en 15 sesiones de trabajo se realizaron un total de 50 problemas.

Diferentes investigaciones realizadas con estudiantes con TEA han mostrado los beneficios del uso de materiales manipulativos y visuales para el aprendizaje de las operaciones aritméticas (Cihak y Foust, 2008; Rockwell, et al., 2011). Por otra parte, la utilización de lenguajes aumentativos, como pictogramas, beneficia y facilita la comunicación con las personas con este trastorno (Miranda, 2003). Esto nos llevó a elaborar un material concreto que al mismo tiempo toma el aspecto de un pictograma, que denominamos “Pictomaterial”. Este material consiste en una cartulina en la que aparecen dibujadas unas casillas rectangulares vacías y unas fichas que deben ser repartidas en dichas casillas; además, aparecen dibujadas unas flechas que representan la acción de repartir (Figura 1). Mediante este material se aporta una ayuda visual y manipulativa para que el estudiante pueda asociar la acción de reparto con la representación de colocar las fichas en las casillas.

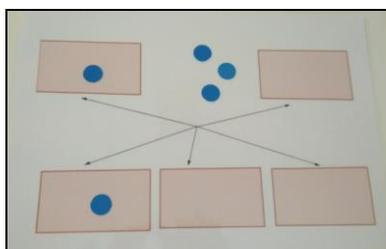


Figura 1. Pictomaterial para la división 5:5

Se diseñaron distintas cartulinas, variando el número de casillas dibujadas, en función del divisor. En los problemas en los que se aportó este material, se proporcionó al estudiante la cartulina correspondiente al divisor del problema y tantas fichas como indicaba el dividendo.

En la instrucción para la enseñanza de la división a través de problemas de *división por reparto* se le plantearon al estudiante problemas mediante un texto escrito y en dos formatos:

1. Con *material concreto* al que alude el enunciado (piruletas y bolsas...) o el pictomaterial.
2. Con *representación del divisor* a través de un dibujo al que aludía el enunciado (Figura 2). Posteriormente, se le daba el texto del problema y se le indicaba a él mismo que realizase el dibujo del divisor.

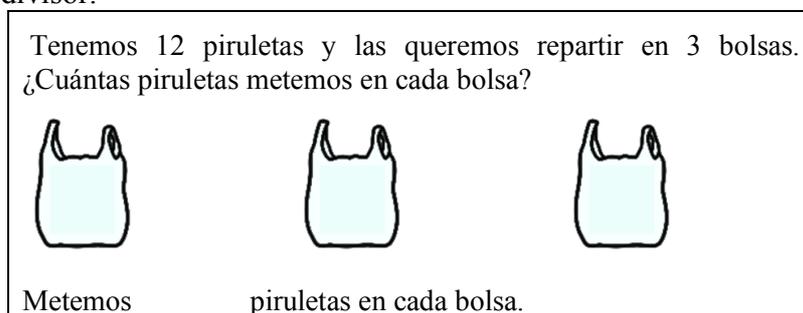


Figura 2. Enunciado de un problema con dibujo de representación del divisor

Cada problema se proporcionaba escrito en un folio que contenía el enunciado del problema y una casilla donde el estudiante escribía el resultado final, de modo que nos permitía observar si llegaba a interpretar que el número obtenido era la solución del problema. En la Tabla 1 se muestra la tipología y secuencia de los problemas distribuidos en las 15 sesiones. Se distingue si eran con

formato de *materiales concretos* (C) (24 problemas), o *con representación del divisor* (R) (26 problemas).

En el inicio de la instrucción, se explicó y trabajó con el estudiante el método de resolución de los problemas, focalizando la acción de reparto por medio del pictomaterial, el cual fue aceptado de modo natural por el alumno. Posteriormente, el material concreto y el pictomaterial se fueron intercalando con la intención de que el pictograma permitiese al estudiante asociar la idea de reparto con un esquema visual. De esta forma, comenzó a relacionar esta acción con el significado de la palabra “repartir”. En las sesiones sucesivas, la tutora siempre dejaba al estudiante resolver por sí mismo cada problema con el fin de observar sus propias estrategias, sin intervenir en ellas. Cuando encontraba dificultades que no podía resolver por sí mismo, la tutora le ofrecía alguna ayuda, bien sugiriéndole el uso de material, bien haciéndole observar que la solución obtenida no era correcta.

Tabla 1. Número y tipos de problemas por sesiones

| Formato | Sesiones | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S7 | S8 | S9 | S10 | S11 | S12 | S13 | S14 | S15 |
| C | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| R | - | - | - | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 |

Nota. C = Con materiales. R = Con representación del divisor.

Recogida de datos y categorización de las respuestas

La recogida de datos se realizó durante las sesiones descritas. Se recopilaron las respuestas a los problemas que el estudiante realizó por escrito y se grabaron todas las sesiones en video. En algunos problemas, el estudiante hizo varios intentos de resolución y se recogió la información de cada uno de los intentos. Los errores se analizaron situándolos en las siguientes categorías, que se ejemplifican con la división $6:3=2$.

1. Errores relacionados con el significado de *partición*: Error 1.1. No separar el total en partes. Se reitera la cantidad total de objetos en cada uno de los recipientes (Figura 3, izquierda); Error 1.2. Repartir más objetos que el total. Se hace un reparto equitativo, pero se coloca en las cajas más objetos de los debidos, en este error puede darse el caso, en ocasiones, de que el alumno utiliza el cociente como divisor (Figura 3, centro); Error 1.3. Repartir menos objetos que el total. Se hace un reparto equitativo sin agotar el total de objetos de que dispone (Figura 3, derecha).

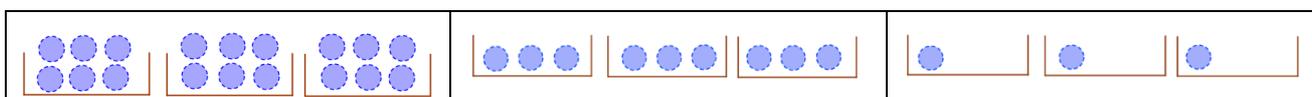


Figura 3. Errores relacionados con el significado de partición: error 1.1. (izquierda), error 1.2. (centro) y error 1.3. (derecha)

2. Errores relacionados con el significado de la *equidad*: Error 2.1. No realizar un reparto equitativo. Se distribuye la cantidad total entre los recipientes de que se dispone, pero los grupos formados no son idénticos (Figura 4).



Figura 4. Error 2.1 relacionado con el significado de la equidad

3. Errores relacionados con el significado de la *representatividad*: Error 3.1: Dejar grupos vacíos. Se hace una partición equitativa del conjunto de objetos dado, pero se ignora uno o varios de los recipientes (Figura 5, izquierda); Error 3.2: Responder la cantidad inicial tras resolución correcta. Se hace una partición equitativa correcta del conjunto de objetos dado,

pero la respuesta final al problema es la cantidad de objetos inicial. Por ejemplo, responde que “hay que poner 6 fichas en cada recipiente” (Figura 5, centro); Error 3.3: Responder el número de grupos tras resolución correcta. Se hace una partición equitativa correcta del conjunto de objetos dado, pero la respuesta final al problema es la cantidad de recipientes. Por ejemplo, responde que “hay que poner 3 fichas en cada recipiente” (Figura 5, derecha).

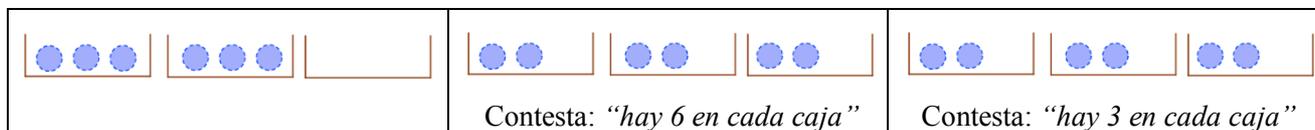


Figura 5: Errores relacionados con el significado de la representatividad: error 3.1. (izquierda), error 3.2. (centro) y error 3.3. (derecha)

RESULTADOS

Se recoge en la Tabla 2 la frecuencia de los distintos errores que mostró el estudiante en algún momento del proceso de resolución de los problemas, asociados a cada uno de los significados (*partición, equidad, representatividad*).

Tabla 2. Frecuencia de errores identificados según las categorías

| Errores | Descripción | Significado de | Frecuencia |
|-----------|---|--------------------------|------------|
| Error 1.1 | No separar el total en partes | <i>Partición</i> | 5 |
| Error 1.2 | Repartir más objetos que el total | <i>Partición</i> | 3 |
| Error 1.3 | Repartir menos objetos que el total | <i>Partición</i> | 1 |
| Error 2.1 | No realizar un reparto equitativo | <i>Equidad</i> | 4 |
| Error 3.1 | Dejar grupos vacíos | <i>Representatividad</i> | 7 |
| Error 3.2 | Responder la cantidad inicial tras resolución correcta | <i>Representatividad</i> | 5 |
| Error 3.3 | Responder el número de grupos tras resolución correcta. | <i>Representatividad</i> | 1 |

A continuación, se ejemplifican los errores anteriores con repuestas del estudiante en algunos de los problemas, tanto los planteados con materiales como sin materiales.

Error 1.1: No separar el total en partes

Este error se caracteriza porque el estudiante no separa la cantidad inicial, sino que la repite en cada uno de los grupos a repartir. Está directamente vinculado a la estrategia multiplicativa y se observó exclusivamente en problemas sin material. Sin embargo, en la manifestación de este error se aprecia que prevalece que los grupos sean *equitativos* (significado de mismo) y que no quede ninguno vacío (significado de cada). Un ejemplo se muestra en la Figura 6.

Error 1.2. Repartir más objetos que el total

Este error tiene lugar cuando la cantidad repartida es superior al total (dividendo). En esta ocasión, el sujeto separa el total en partes, pero comienza poniendo una cantidad mayor que el cociente en los vasos (4 objetos en lugar de 3) y, al ver que queda un vaso vacío, dibuja más objetos (Figura 7). Como se observa, el número de objetos que coloca en cada vaso coincide con el divisor. Como en el caso anterior, solamente se ha manifestado en problemas escritos sin material, pues en problemas con material se le proporcionaba la cantidad a repartir exacta.

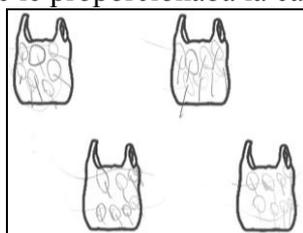


Figura 6. Error 1.1. No separar el total en parte
División 8:4s

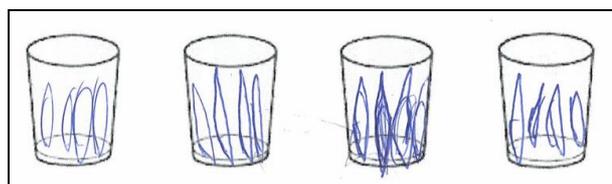


Figura 7. Error 1.2. Distribuir más objetos que el total. División 12:4

Error 1.3. Repartir menos objetos que el total

Este error tiene lugar cuando la cantidad repartida es menor a la total. Ha tenido lugar cuando durante la resolución el reparto se detiene antes de terminar de repartir todos los objetos. Es el caso del ejemplo de la Figura 8, al repartir 18 fichas en 6 cajas con pictomaterial, el estudiante realiza un reparto de dos en dos y se detiene después de repartir 12 fichas, y dio por finalizada la resolución.

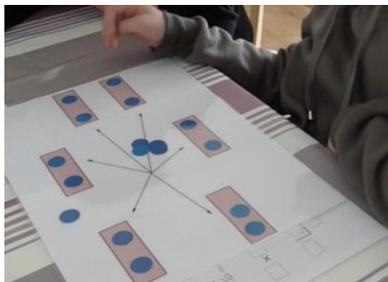


Figura 8: Error 1.3 en la resolución del problema de división 18:6

Error 2.1. No realizar un reparto equitativo

Este error, relacionado con el significado de mismo (*equidad*), se puso de manifiesto solamente en los problemas escritos sin material. En el ejemplo de la Figura 9 el estudiante reparte 15 de forma no equitativa en 5 recipientes.

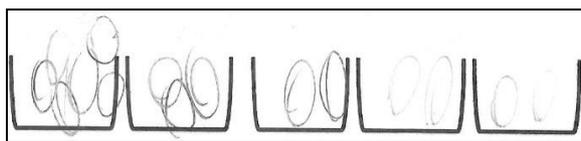


Figura 9: Error 2.1 en la resolución del problema de división 15:5

Error 3.1. Dejar grupos vacíos

Este error está relacionado con el significado de la palabra *cada*. Se manifestó cuando, en situaciones de reparto, quedaban recipientes sin ningún objeto. Este error apareció tanto en contexto con material como sin material (Figura 10).

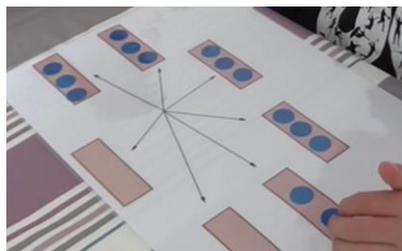


Figura 10. Error 3.1 en la resolución del problema de división 14:7

También los errores 3.2 y 3.3 están vinculados a dificultades con el significado de la palabra *cada*.

Error 3.2. Responder la cantidad inicial tras resolución correcta

Este error se caracteriza porque el sujeto, al finalizar la resolución mediante una estrategia exitosa, responde la cantidad total (dividendo), en lugar de responder con el cociente. Se ha manifestado en contextos con material y sin material.

Error 3.3. Responder el número de grupos tras resolución correcta

Este error tiene lugar cuando el sujeto, al finalizar la resolución exitosa, responde el número de grupos (divisor), en lugar del cociente. Solamente se ha observado en la resolución de problemas con material.

En la Tabla 3 se expone cuándo aparecieron los distintos errores durante el proceso de instrucción. Se ha señalado el número de veces que ha aparecido un determinado error indicando, además, si el problema planteado era *con material* o *con representación* gráfica. Así, 1C indica que cometió un error en un problema con material concreto o 3R indica que cometió tres errores en problemas de enunciado con representación gráfica.

Tabla 3. Frecuencia y tipo de errores en cada sesión según formato de los problemas

| | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S7 | S8 | S9 | S10 | S11 | S12 | S13 | S14 | S15 | Total |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| Error 1.1 | | | | 1R | | 1R | 1R | 2R | | | | | | | | 5 |
| Error 1.2 | | | | | | | | | 1R | 1R | | | 1R | | | 3 |
| Error 1.3 | | | | 1C | | | | | | | | | | | | 1 |
| Error 2.1 | | | | | | | | | | | 2R | | 2R | | | 4 |
| Error 3.1 | 1C | | 1C | | | | | | 3R | 1R | 1R | | | | | 7 |
| Error 3.2 | 1C | | 1C | 1C | 1C | | | | | 1R | | | | | | 5 |
| Error 3.3 | | 1C | | | | | | | | | | | | | | 1 |

Nota. C = Con materiales. R = Con representación del divisor.

En las tres primeras sesiones de la secuencia se plantearon problemas con material (Tabla 1) y todos los errores están asociados a ignorar la *representatividad* de uno cualquiera de los recipientes como solución al problema. Estos errores pueden deberse a la comprensión del significado de la palabra “cada” (errores 3.1, 3.2 y 3.3). En estos casos, se trabajó en el proceso de instrucción la idea de que “cada” uno de los recipientes era representativo, haciendo hincapié en que “todos” debían de tener objetos y que el número de objetos era la respuesta al problema.

A partir de la sesión 4 se intercalaban problemas con y sin material. Desde la sesión S5 desaparecen los errores en los problemas con materiales, los cuales termina resolviendo con éxito, usando estrategias de reparto uno a uno, y aparecen dificultades en los problemas con representación.

En las sesiones S4 a S8, se repitió el error 1.1 (no separar el dividendo en partes y repetir esa cantidad en cada uno de los grupos). Esto no había surgido en los problemas con materiales porque se le aportaba la cantidad exacta de objetos del dividendo. Sin embargo, en los problemas sin material el estudiante podía dibujar tantos objetos como desease. Interpretamos que prevalece su aprendizaje de la multiplicación y la forma en que abordaba estos problemas con sumas reiteradas.

Entre las sesiones S9 y S13, se le refuerza la idea de repartir la cantidad total, indicándole que dibuje previamente el dividendo y lo reparta en grupos, uniéndolo con flechas en los recipientes. Esto hace desaparecer el error 1.1, pero surgen dificultades asociadas a la *partición*, como repartir más objetos que el total (error 1.2), no realizar un reparto *equitativo* (error 2.1) o de *representatividad*, dejar recipientes vacíos (error 3.1). Estos errores fueron corrigiéndose fomentado que siguiera una estrategia de reparto uno a uno de los objetos, lo que le permitía seguir un reparto sistemático. Este modo de proceder fue asumido por el estudiante y en las dos últimas sesiones de la instrucción le llevó siempre al éxito.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han mostrado las dificultades que muestra un estudiante con TEA en el inicio del aprendizaje de la división, cuando aún no conoce el algoritmo de la operación y utiliza estrategias informales de resolución de problemas.

Algunos rasgos de las personas con TEA, como sus dificultades de comunicación verbal, hacen complejo obtener información sobre la manera en que se desarrolla su aprendizaje. El proceso de desarrollar su instrucción con una recogida de la información y un análisis de la misma se ha mostrado fundamental debido a los rasgos cognitivos del estudiante. Seguir de cerca su proceso de resolución, observando su comportamiento, sus movimientos y sus gestos, así como analizar los registros escritos y dibujos se ha convertido en una fuente rica de información que nos ha permitido

analizar los errores que mostraba y adaptar la instrucción, aportándole estrategias que le llevaran a éxito.

El estudiante no había mostrado dificultades previas especiales en el uso cotidiano de las palabras que aparecen en los enunciados de los problemas de *división por reparto* (repartir, distribuir, asignar, mismo, igual, cada, cada uno,...). Sin embargo, se ha constatado que en situaciones matemáticas no realizaba una interpretación correcta del enunciado, especialmente cuando no contaba con material para representar los objetos indicados en el problema. El estudiante mostró errores asociados a los tres significados de la operación (*partición, equidad y representatividad*) que fueron cambiando a lo largo de la instrucción hasta desaparecer en el momento en que se finalizó. Observamos que los errores han estado vinculados a los tipos de representaciones que el estudiante ha utilizado. Esta característica también ha sido observada por investigadores que han analizado las estrategias multiplicativas en estudiantes de desarrollo típico (por ejemplo, Ivars y Fernández, 2015).

El pictomaterial resultó una adaptación útil, y el hecho de plantearle problemas con y sin materiales sirvió para evaluar errores diferentes. Los problemas con materiales le llevaron a más errores iniciales relacionados principalmente con la *representatividad* de los recipientes, mientras que los errores de *partición* surgieron en contexto sin material debido a que podía dibujar tantos objetos como quisiera y distribuirlos en grupos. Fue mejorando a raíz de sugerirle la estrategia de reparto uno a uno.

Si bien algunos autores han propuesto modelos de enseñanza de resolución de problemas aditivos para estudiantes con necesidades educativas especiales, prácticamente no hay trabajos que profundicen en la enseñanza de la estructura multiplicativa (Ramos, Castro y Castro-Rodríguez, 2016). Es nuestro propósito seguir profundizando en las ideas planteadas en este trabajo para determinar qué tipo de enunciados e instrucción pueden ayudar a los estudiantes con TEA a desarrollar los significados matemáticos asociados a los problemas de división-por reparto, así como seguir analizando la comprensión de los enunciados que les permitan alcanzar una resolución exitosa con estrategias formales.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado bajo la financiación del Proyecto de Investigación “Resolución de problemas y competencia matemática en la educación primaria y secundaria y en la formación de profesores”, Financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad (EDU2017-84276-R).

Referencias

- Bae, Y. S., Chiang, H. M. y Hickson L. (2015). Mathematical Word Problem Solving Ability of Children with Autism Spectrum Disorder and their Typically Developing Peers. *J Autism Dev Disord*, 45, 2200-2208.
- Cihak, D. F. y Foust, J. L. (2008). Comparing number lines and touch points to teach addition facts to students with autism. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 23, 131-137.
- Correa, J., Nunes, T. y Bryant, P. (1998). Young children’s understanding of division: the relationship between division terms in a noncomputational task. *Journal of Educational Psychology*, 90, 321-329.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. y Marino, M. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.
- Frith, U. y Snowling, M. (1983). Reading for meaning and reading for sound in autistic and dyslexic children. *British Journal of Developmental Psychology*, 1, 329-342.
- Gelbar, N. W. Shefcyk, Q. y Reichow, B. (2015). A comprehensive survey of current and former college students with autism spectrum disorders. *The Yale Journal of Biology and Medicine*, 88 (1), 45-68.

- Hart, J. E. y Cleary, S. (2015). Review of evidence-based mathematics interventions for students with autism spectrum disorders. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 50(2), 172-185.
- Ivars Santacreu, P. y Fernández-Verdú, C. (2015). Evolución de los niveles de éxito en la resolución de problemas de estructura multiplicativa en Educación Primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.): *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 327-334). Alicante: SEIEM.
- Levingston H. B., Neef, N. A. y Cihon, T. M. (2009). The effects of teaching precurent behaviours on children's solution of multiplication and division word problems. *Journal of Applied Behaviour Analysis*, 42, 361-367.
- Miranda, P. (2003). Toward Functional Augmentative and Alternative Communication for Students with Autism: Manual Signs, Graphic Symbols, and Voice Output Communication Aids. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, 34, 203-216.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Ramos, L., Castro, E. y Castro-Rodríguez, E. (2016). Instrucción en el uso de esquemas para la resolución de problemas aditivos a estudiantes con necesidades educativas especiales. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 173-192.
- Rockwell, S. B., Griffin, C. C. y Jones, H. A. (2011). Schema-Based Strategy Instruction in Mathematics and the Word Problem-Solving Performance of a Student with Autism. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 26, 87-95.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 141-161). Reston: NCTM.
- Wei, X., Yu, J. W., Shattuck, P., McCracken, M. y Blackorby, J. 2013. Science, technology, engineering, and mathematics (STEM) participation among college students with an autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 43, 1539-1546.
- Whitby, P. J. S. y Mancil, G. R. (2009). Academic achievement profiles of children with high functioning autism and Asperger syndrome: A review of the literature. *Education and Training in Developmental Disabilities*, 44, 551-560.
- Xin, Y. P. y Jitendra, A. K. (1999). The effects of instruction in solving mathematical word problems for students with learning problems: A meta-analysis. *The Journal of Special Education*, 32, 40-78.