

DESARROLLO DE UNA MIRADA PROFESIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN UN SISTEMA DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Development of professional noticing of mathematics-teaching situations in an online context

Rojas, Y.^a, Fernández, C.^a y Llinares, S.^a

^aUniversidad de Alicante

Resumen

En este estudio analizamos a través del marco analítico de las MOST (Oportunidades Pedagógicas Matemáticamente Significativas para Construir sobre el Pensamiento del Estudiante) el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas durante las prácticas de enseñanza de un programa de formación a distancia. En este programa, los estudiantes para profesor de matemáticas tenían que escribir narrativas de su propia práctica y recibían feedback del tutor y de sus compañeros a través de foros virtuales. Los resultados muestran una evolución hacia una descripción más estructurada de las situaciones de enseñanza y aprendizaje en sus narrativas que le permitió identificar MOST y aprovecharlas para la propuesta de futuras acciones y cambios en la práctica. Se muestran estos cambios a través de las narrativas de un estudiante para profesor (JB).

Palabras clave: *mirada profesional, narrativas, estudiantes para profesor de matemáticas, MOST.*

Abstract

In this study, we analyze through the analytical framework of MOSTs (Mathematically Significant Pedagogical Opportunities to Build on Students Thinking) the development of the professional noticing of mathematics teaching-learning situations skill during the teaching practices of an online program. In this program, prospective mathematics teachers had to write narratives of their own practice and received feedback from the tutor and their classmates through virtual forums. The results show an evolution towards a more structured description of the teaching and learning situations in their narratives that allowed them to identify MOSTs and took advantage of them for the proposal of future actions and changes in practice. These changes are showed through the written narratives of a prospective teacher (JB).

Keywords: *professional noticing, narratives, prospective mathematics teachers, MOST.*

INTRODUCCIÓN

Un profesor de matemáticas debe de ser capaz de entender y analizar cómo sus alumnos resuelven los problemas matemáticos con el fin de adaptar la enseñanza a las necesidades de estos ya que una de las tareas principales del profesor de matemáticas es reconocer y responder de forma adecuada al pensamiento matemático de los estudiantes (NCTM, 2000). En este sentido, la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje permite a los profesores estar en mejores condiciones de identificar oportunidades relevantes para el aprendizaje de sus estudiantes y usarlas para apoyar dicho aprendizaje (Jacobs, Lamb y Phillipp, 2010; Mason, 2002; van Es y Sherin, 2002).

van Es y Sherin (2002) caracterizan esta competencia docente como el ser capaz de identificar aspectos relevantes en una situación de enseñanza y usar el conocimiento sobre el contexto para interpretarlos realizando conexiones con principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Por su parte, Jacobs et al. (2010) particularizan esta competencia a mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes y la conceptualizan considerando tres destrezas interrelacionadas: identificar las estrategias usadas por los estudiantes identificando detalles matemáticos importantes, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

En las últimas décadas la caracterización y análisis del desarrollo de esta competencia docente ha generado una línea de investigación, identificando herramientas y contextos que pueden apoyar su desarrollo. Por ejemplo, se ha mostrado cómo los debates virtuales pueden ser un instrumento apropiado para promover el desarrollo de esta competencia en formación inicial de profesores (Chiey y Herbst, 2016; Fernández, Llinares y Valls, 2012), así como los espacios de reflexión sobre la propia práctica en los que se compartía y discutía lo que estaban haciendo en clase (Coles, Fernández y Brown, 2013).

Además, también se ha investigado sobre el papel de escribir narrativas de situaciones de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, escribir es entendido como una poderosa herramienta para la construcción de conocimiento cuya primera función es mediar entre el recuerdo y la reflexión (Wells, 1999). Las narrativas son historias en las que el autor relata, de manera secuencial, una serie de acontecimientos que cobran sentido para él, a través de una lógica interna (Chapman, 2008). El hecho que los maestros sean narradores de sus propias historias en el contexto de los programas de formación de maestros durante las prácticas les ayuda a mirar de manera cada vez más estructurada las situaciones de enseñanza dando sentido a su experiencia durante su período de prácticas (Ivars, Fernández y Llinares, 2016). De esta manera, Ivars et al. (2016) pidieron a estudiantes para maestro, durante el período de prácticas en los centros, que escribieran una narrativa describiendo sucesos de aula que consideraran potencialmente relevantes para explicar el aprendizaje matemático que estaban observando. Para articular la redacción de la narrativa les proporcionaron preguntas basadas en las tres destrezas que conceptualizan la competencia. Los resultados de este estudio muestran que las narrativas les permitieron centrar su atención en el pensamiento matemático del alumno y tomar decisiones teniendo en cuenta el progreso conceptual de los estudiantes.

Estos estudios muestran que mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, es una competencia cuyo desarrollo es posible durante la formación inicial, y señalan la necesidad de analizar otros contextos para su desarrollo cómo la interacción de los estudiantes para profesor en debates virtuales con sus compañeros compartiendo narrativas y el papel del *feedback* del tutor a las narrativas escritas (Ivars y Fernández, 2018). El objetivo de este estudio es examinar el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente en un contexto de formación a distancia donde los futuros profesores de matemáticas tenían que escribir narrativas de su propia práctica. Estas narrativas recibían un *feedback* del tutor y eran compartidas y discutidas en debates virtuales con el resto de los compañeros del programa de formación.

MARCO TEÓRICO

Las Oportunidades Pedagógicas Matemáticamente Significativas para Construir sobre el Pensamiento del Estudiante (MOST por sus siglas en inglés) es un marco analítico diseñado para ayudar a los profesores a reconocer momentos durante las clases que pueden ser productivos para promover la comprensión de los estudiantes de conceptos matemáticos importantes (Leatham, Peterson, Stockero y Van Zoest, 2015; Van Zoest et al., 2017). Estudios previos han mostrado que el uso de este marco analítico en intervenciones con profesores durante el visionado de vídeos de clase ha sido favorable para el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Stockero, 2014; Stockero, Rupnow y Pascoe, 2015).

Las MOST tienen lugar en la intersección de tres características críticas: el pensamiento matemático de los estudiantes, las matemáticas significativas y las oportunidades pedagógicas (Leatham et al., 2015). Para cada característica, se deben cumplir dos criterios que permiten determinar si un momento determinado en el aula (intervención/respuesta de un estudiante) puede ser considerada una MOST. Para el pensamiento matemático de los estudiantes los criterios son: (i) si se puede observar en la intervención del estudiante evidencias que permitan hacer inferencias razonables sobre la comprensión matemática del estudiante y (ii) si se puede inferir la idea matemática que está relacionada con la intervención del estudiante. Los criterios para la característica de las matemáticas significativas son: (i) si la idea matemática es apropiada para el nivel de desarrollo matemático de los estudiantes y (ii) si la idea matemática es central para los objetivos matemáticos propuestos para su aprendizaje. Finalmente, un momento cumple la característica de oportunidad pedagógica si: (i) el pensamiento del estudiante crea la necesidad de seguir construyendo hacia la comprensión de las matemáticas que están implicadas y (ii) si es el momento adecuado durante la lección.

Las MOST, así definidas, pueden ser una herramienta de análisis para examinar el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente en los estudiantes para profesor de matemáticas cuando escriben narrativas de su propia práctica. Las MOST proporcionan un contexto que permiten examinar si los futuros profesores son capaces de (i) identificar momentos de las situaciones de enseñanza-aprendizaje que pueden considerarse “matemáticamente importantes” para el aprendizaje de los estudiantes (matemáticas significativas), (ii) interpretar el momento seleccionado en relación con el pensamiento matemático de los estudiantes infiriendo la idea matemática y la comprensión de los estudiantes en relación a esa idea (pensamiento de los estudiantes) y (iii) decidir cómo continuar teniendo en cuenta el pensamiento de los estudiantes para que sigan progresando en su comprensión de las matemáticas implicadas (aprovechar la oportunidad identificada) (Leatham et al., 2015).

En este estudio analizamos, a través del marco analítico de las MOST, el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas durante las prácticas de enseñanza de un programa de formación a distancia donde los estudiantes para profesor escribían narrativas de su propia práctica y recibían feedback del tutor y de sus compañeros a través de foros virtuales.

MÉTODO

Participantes y contexto

Los participantes fueron cinco estudiantes para profesor de matemáticas del Grado de Enseñanza de las Matemáticas de una universidad de sistema de educación a distancia de Costa Rica. Los datos para esta investigación se recogieron durante el periodo de práctica en los centros, que consiste en 16 semanas divididas en ocho momentos de dos semanas, de los cuales tres momentos corresponden a la observación de clase y diseño de una unidad didáctica, y cinco momentos a su implementación.

Instrumento

En los tres primeros momentos (observación de clase), los futuros profesores tenían que analizar narrativas que describían situaciones hipotéticas de aula elegidas por los investigadores. Para el análisis disponían de documentos teóricos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (procedentes de investigaciones previas en didáctica de la matemática). Además, tenían que participar en un foro de discusión, compartiendo y discutiendo sus análisis.

Durante los cinco momentos de implementación en el aula (10 semanas), se pidió a los estudiantes para profesor que escribieran narrativas donde describieran situaciones de aula durante sus lecciones que podían ser consideradas relevantes para el aprendizaje matemático de los estudiantes, y en las que se pudiera reconocer características de su pensamiento matemático. Para escribir las

narrativas de las situaciones de aula identificadas, no se proporcionó a los estudiantes para profesor ninguna información sobre los criterios para caracterizar una MOST pero se les facilitó una consigna (preguntas guía), considerando las destrezas de identificar, interpretar y tomar decisiones relativas a la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010):

- *Describe el contexto: ¿Cuántos estudiantes hay en el aula? ¿Están trabajando en grupos, de forma individual o se está discutiendo en gran grupo? ¿cuál es el tema o contenido que se está trabando? ¿Cuál es el objetivo que busca lograr en la situación? ¿Cuál es la actividad/problema/ejercicio que se está resolviendo? ¿Por qué cree que la situación identificada es importante para el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes?*
- *Describe su actuación cómo profesor ¿Qué hace y por qué actuó de esa forma? ¿Cuáles son las respuestas (verbales o gestuales) del alumnado ante su actuación en este periodo de la lección? ¿Cómo ha tratado en el aula las respuestas dadas por los estudiantes?*
- *Interpreta la situación: ¿Qué actuaciones de los estudiantes le hacen pensar que han alcanzado (o no) las habilidades específicas de aprendizaje propuestas en la situación? ¿Qué dificultades parece que ha tenido el alumnado? ¿A qué pueden ser debidas esas dificultades? ¿Por qué ha gestionado las respuestas de los alumnos de la manera en la que lo ha hecho? ¿Cómo ha tenido en cuenta el pensamiento matemático de los estudiantes? ¿Debió tomar alguna decisión que cambió su planificación ante la actitud o preguntas de los estudiantes? ¿Por qué ha mantenido o modificado la forma en que desarrollaba los conceptos?*
- *Completa la situación: Modifique la actividad inicial propuesta (o plantee una secuencia de actividades diferente) para que los estudiantes avancen en su comprensión de la habilidad específica que se trabaja en la situación narrada. Justifique su elección o modificación de la actividad. Indique cómo esta apoya el aprendizaje del estudiante ¿Cómo guiaría la discusión de la resolución de la tarea elegida?*

Una vez que el estudiante había escrito su narrativa, la compartía con el resto de sus compañeros y el tutor del entorno virtual a través del foro de discusión. El tutor y los compañeros debían generar respuestas y comentarios. Las respuestas del tutor (feedback) tenían en cuenta elementos que debían focalizar la atención del estudiante para profesor, como colocar evidencias de las estrategias de los alumnos, vincular las inferencias sobre su comprensión a dichas evidencias e intentar que las decisiones sobre nuevas propuestas de actividades estuvieran basadas en el pensamiento matemático de los estudiantes. El estudiante para profesor debía tomar en cuenta el feedback ofrecido por el tutor y los comentarios de sus compañeros del foro de discusión para la escritura de la narrativa del momento siguiente. Este proceso se encuentra representado en la Figura 1.

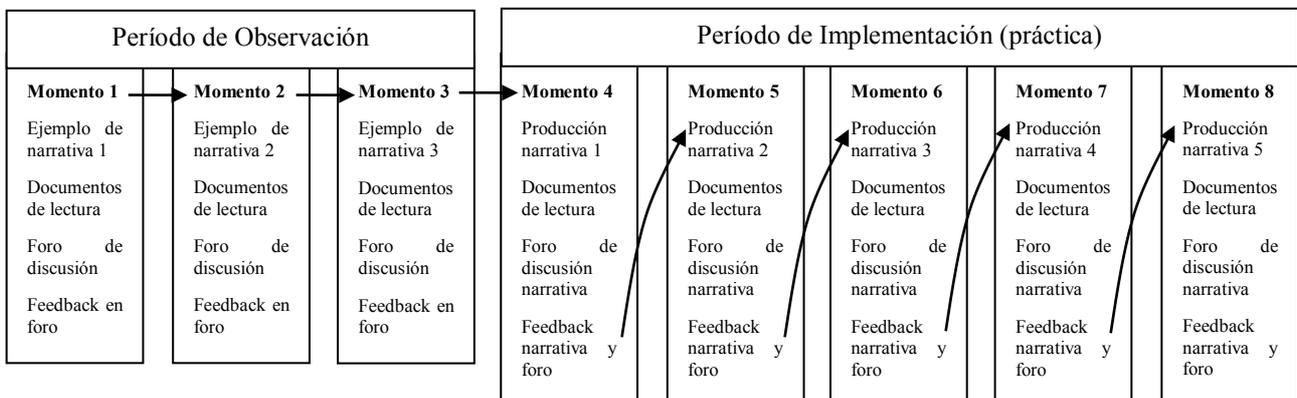


Figura 21. Proceso de recolección datos

Análisis

Las narrativas escritas por los cinco estudiantes para profesor en cada uno de los momentos (25 narrativas en total) fueron analizadas por tres investigadores, teniendo en cuenta:

- Si la descripción de la situación de enseñanza-aprendizaje escrita por el estudiante para profesor podía ser considerada, desde la perspectiva del investigador, una MOST. Para ello se tuvo en cuenta si los estudiantes para profesor centraban su narrativa en (criterios):
 - Describir respuestas de los estudiantes que permiten identificar ideas matemáticas significativas en su pensamiento.
 - Inferir la comprensión de los estudiantes de las ideas matemáticas significativas.
 - Identificar la situación como una oportunidad para seguir construyendo en la comprensión de los estudiantes.
- Si los estudiantes para profesor aprovechaban la situación de enseñanza y aprendizaje identificada (MOST para el investigador) en el contexto de aula o en la propuesta de actividades futuras.

A continuación, se identificaron cambios entre las cinco narrativas que muestran la evolución hacia una descripción más estructurada de las situaciones (entendiendo más estructuradas como la capacidad de centrar su narrativa en los tres criterios anteriores). Esta evolución en la manera de escribir las narrativas puede ser entendida como evidencia del desarrollo de la competencia mirar profesionalmente. En este estudio, se ha elegido el caso de un estudiante para profesor (JB) para ejemplificar los cambios que se están identificando.

RESULTADOS

Apoyándonos en el análisis de las narrativas de JB realizadas en los momentos 4 y 5 mostramos dos resultados: (i) la evolución hacia una descripción más estructurada de las situaciones de enseñanza y aprendizaje que le permitió interpretar con más detalle la comprensión de los estudiantes (y de este modo identificar MOST y aprovecharlas para la propuesta de futuras acciones), (ii) cambios en la práctica de JB manifestados a través de las narrativas escritas (aprovechamiento de las MOST identificadas en el aula).

Primera narrativa durante las prácticas de enseñanza (momento 4)

JB describe la situación del aula (26 alumnos de tercer curso de secundaria), en la que los alumnos están trabajando una lista de ejercicios en los que deben factorizar utilizando los métodos vistos en clases anteriores. JB eligió para describir su narrativa un diálogo con algunos de sus alumnos que están intentando factorizar individualmente la expresión $9a^2-4b^2-4b-1$. La reconstrucción del diálogo que tuvo con uno de sus alumnos es:

JB: Dime por qué pensaste que agruparlo así $(-4b^2-4b-1) +9a^2$ es la mejor opción.

Estudiante: Porque se agrupa un trinomio cuadrado perfecto el cual se busca porque tiene la misma letra, una al cuadrado y la otra no, y también al otro lado se agrupa ese monomio porque tiene una letra diferente o sea la que tenga la letra diferente es la que se aparta.

JB: Eso que dijiste está bien. Pero ¿se le puede aplicar diferencia de cuadrados?

Estudiante: No, porque no hay un signo de resta en medio de las dos expresiones.

JB: Muy bien, entonces qué se hace en ese caso.

Estudiante: Se multiplica por -1, o se le cambia de signo que es lo mismo.

JB se va a atender dudas en otro grupo de estudiantes, y como nota que la mayoría tenían una duda en la misma pregunta decide hacer la aclaración general en la pizarra.

JB interpreta este dialogo indicando en su narrativa que:

Las dificultades que han tenido los estudiantes se deben a una mala posición de agrupación, es decir escriben primero el trinomio y después el monomio en todos los casos para obtener una diferencia de cuadrados dejando de lado que si “el trinomio tiene extremos negativos ya no sería un trinomio cuadrado perfecto”.

JB identifica el procedimiento con el que los estudiantes tienen dificultades: agrupar inadecuadamente y no tener claro cómo factorizar un -1 para generar un trinomio cuadrado perfecto y luego una diferencia con las expresiones restantes (por tanto, infiere las ideas matemáticas del pensamiento matemático e identifica las dificultades en relación con su comprensión). Además, JB identifica que comprender los criterios por los que se agrupan monomios, así como en qué momento se debe factorizar un -1 de una expresión para aplicar otros métodos de factorización son ideas esenciales para el logro de los objetivos de aprendizaje de la clase. Por otra parte, JB se da cuenta de la necesidad de seguir construyendo en esta idea matemática y de que es el momento oportuno para ello al comentar “que hace una aclaración general en la pizarra” al ver que otros estudiantes también tienen la misma dificultad. Teniendo en cuenta estas características, podemos considerar que JB ha identificado una MOST. Sin embargo, no aprovecha completamente la oportunidad identificada en la clase para seguir “construyendo en la progresión conceptual de los estudiantes” ya que JB únicamente hace un comentario “de cómo se debería resolver correctamente el ejercicio.”

Sin embargo, en la última parte de la narrativa donde JB debía de completar/modificar la actividad para ayudar a los estudiantes a seguir progresando en su aprendizaje, JB aprovecha la MOST identificada ya que tiene en cuenta las dificultades identificadas en los alumnos y las ideas matemáticas implicadas para proponer una actividad. Para ello, plantea dos ejemplos para realizar factorizaciones como los discutidos previamente, pero considera el uso de preguntas como apoyo a la reflexión de los alumnos, pretendiendo que establezcan criterios del uso de un determinado método de factorización. Estas preguntas crean conexiones pasando de lo procedimental a lo conceptual.

Se plantean los dos ejemplos siguientes:

$$x^2 + 2xy + y^2 - a^2 y z^2 + 12xy - 9y^2 - 4x^2$$

- a) Para el primer ejemplo se podría preguntar: ¿Qué pasa si pongo primero y^2 y después el x^2 ? ¿Qué pasa si en el trinomio meto a^2 y saco a x^2 o y^2 ?
- b) Para el segundo ejemplo ¿Qué pasa si le cambio de signo al monomio en vez del trinomio? ¿se puede factorizar ese trinomio con los extremos negativos? Supongamos que hubiese estado todo positivo ¿a quién se le cambia de signo para poder aplicar el método de diferencia de cuadrados?

De esta manera, después de identificar una situación potencialmente relevante para sus alumnos (MOST) pero que durante la clase no había aprovechado completamente, la reconstrucción de la situación en la narrativa y la necesidad de indicar qué debería hacer a continuación le hacen considerar la hipótesis sobre la comprensión de los estudiantes (en este caso lo que da pie a la dificultad de los estudiantes) y aprovecharla.

La narrativa de JB, fue discutida en el foro virtual en el que los demás estudiantes para profesor ofrecieron feedback sobre la forma de describir la situación, indicando la importancia de distinguir con qué alumnos se interactúa, sobre la actividad elegida y su abordaje, realizando sugerencias como:

En muchas ocasiones los estudiantes resuelven los ejercicios de forma mecánica: como si todas las operaciones se resuelven de la misma manera, es ahí donde el docente debe promover a través de ejercicios el razonamiento, para resolver los ejercicios de diferentes maneras analizando las propuestas. (Estudiante para profesor 2)

El tutor proporcionó además feedback dirigido a enfocar la atención de JB en la comprensión que los alumnos muestran mediante su pensamiento matemático, sugiriéndole tomar acciones concretas en el aula acorde a lo identificado:

además de buscar que los alumnos expresen su pensamiento matemático al interactuar con ellos, debes comprender este y usarlo para ayudar al alumno, tomando decisiones de acción concretas al respecto que ayuden a su progreso en el aprendizaje (feedback del tutor)

Segunda narrativa durante las prácticas de enseñanza

Después de compartir su narrativa en el foro de discusión, leer las narrativas de sus compañeros y recibir feedback del tutor, en su segunda narrativa JB realizó una descripción más estructurada que le permitió interpretar con más detalle la comprensión de los estudiantes. Luego se apoyó en las inferencias realizadas sobre la comprensión de los estudiantes para tomar decisiones de enseñanza. En este caso, no solo aprovechó la oportunidad identificada en la propuesta de acciones futuras solicitada en la narrativa, sino durante la misma situación de aula.

En la segunda narrativa sobre su propia práctica, JB describe su interacción con dos alumnos, quienes están resolviendo ejercicios en los que deben identificar el método de factorización adecuado y factorizar las expresiones. Ángela intenta factorizar la expresión $5x(3x-2)-3x+2$ y Pablo intenta factorizar la expresión $w^2-z^2+4+4w-1-2z$. JB reconstruye el diálogo con ellos en su narrativa:

Ángela: En los ejercicios de la práctica no se especifican por qué método resolverse.

JB: Usted lo ha dicho, la idea es que puedan identificar el tipo de método de factorización.

Ángela: Para $5x(3x-2)-3x+2$ se debe resolver primero la multiplicación de monomios y después agrupar la expresión.

JB: Dime porque pensaste que resolverlo así es la mejor opción.

Ángela: Porque siempre que tenga un monomio delante de un paréntesis se multiplica, de esta forma se obtiene $15x^2-10x-3x+2$, es decir, $15x^2-13x+2$.

JB: Es correcto, pero una vez hecho eso ¿cómo resolverías $15x^2-13x+2$?

Ángela: Se puede identificar a simple vista que es un trinomio, por lo que se emplea el método de factorización del trinomio cuadrado perfecto (fórmula notable).

JB: Voy a ir donde Pablo y mientras intenta resolver por ese método y ahora regreso para ver cómo le fue.

JB va a contestar las dudas de Pablo.

Pablo: Tengo una duda, con este ejercicio $w^2-z^2+4+4w-1-2z$, se agrupa en dos trinomios, pero no sé a cuál ponerle la constante correcta.

JB: Analicemos por un instante, qué pasa si utilizamos el -1 como el termino c de w^2+4w , es decir w^2+4w-1 .

Pablo: A la hora de la factorización por trinomio cuadrado perfecto no se va a poder ya que la raíz cuadrada de -1 no es un número real.

JB: Es correcto, ahora si fuera a w^2+4w+4 ¿qué pasa?

Pablo: Ese sí se puede factorizar sin ningún problema.

Pablo: Si ax^2 viene negativo se agrupa con la constante negativa para así luego poder sacar un -1 a factor común, y si viene positivo se agrupa con la constante positiva.

JB termina con Pablo y regresa con Ángela.

Ángela: No pude resolverla por el método de fórmula notable porque 2 y 15 no tienen raíz exacta.

JB: De qué otra forma puedes resolver esa expresión algebraica.

Ángela: Viéndolo bien $5x(3x-2)-3x+2$ el $3x-2$ se puede sacar a factor común si se le aplica un cambio de signo al $-3x+2$; ya después queda fácil, ¡ya entendí!”.

En este fragmento JB se da cuenta que Ángela tiene dificultades con la identificación de los métodos de factorización a utilizar diciendo “*cuando ven un método por separado y luego hacen una práctica sobre ese método pues resulta sencillo; cuando se mezclan todas las diferentes factorizaciones se les complica al no decir por qué método deben de resolver el ejercicio*”. En ese caso, JB infiere las ideas matemáticas del pensamiento matemático de Ángela e identifica las dificultades en relación con su comprensión. Además, JB identifica que comprender cuándo se pueden utilizar los métodos de factorización es una idea esencial para el logro de los objetivos de aprendizaje de la clase. Por otra parte, JB se da cuenta de la necesidad de que Ángela siga construyendo en esta idea matemática y de que es el momento oportuno. Para ello le hace reflexionar a través de preguntas y le invita a que indague en un método elegido que no es el apropiado. Teniendo en cuenta estas características, podemos considerar que JB ha identificado una MOST, aprovechándola en el momento que ha surgido en el aula.

Por otra parte, JB se da cuenta que Pablo tiene dificultades a la hora de agrupar correctamente para generar fórmulas notables infiriendo, por tanto, las ideas matemáticas del pensamiento matemático de Pablo e identificando las dificultades en relación con su comprensión. Además, JB identifica que comprender cómo agrupar para generar una fórmula notable es una idea esencial para el logro de los objetivos de aprendizaje de la clase. Por otra parte, JB se da cuenta de la necesidad de que Pablo siga construyendo en esta idea matemática y de que es el momento oportuno. Para ello le hace reflexionar a través de preguntas. Teniendo en cuenta estas características, podemos considerar que JB ha identificado otra MOST, aprovechándola en el momento que ha surgido en el aula.

La descripción de su interacción con los alumnos muestra una aproximación más centrada en el pensamiento matemático de los estudiantes, identificando elementos matemáticos relevantes de las situaciones de enseñanza-aprendizaje que le permiten interpretar con más detalle la comprensión de los dos estudiantes. Esto viene evidenciado por el hecho de que en el diálogo presentado es capaz de darse cuenta de dos MOST y aprovecharlas.

Además, en la última parte de la narrativa donde tiene que modificar la actividad para ayudar a los estudiantes a que avancen su comprensión, vincula la interpretación identificada de la comprensión de sus estudiantes a las decisiones que toma, aprovechando así la MOST identificada en la propuesta de decisiones futuras.

Por ejemplo $y^4 - y^3 - y^2 + y$ y $3(x-y)^2 - 2(x^2 - y^2)$

- a) Para el primer ejemplo preguntaría cómo se debe agrupar y por qué antes de resolverlo por cualquier método de factorización.
- b) Para el segundo ejemplo tras resolverlo preguntaría si se puede llegar a la misma respuesta utilizando algún otro método diferente de factorización.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los primeros resultados muestran que los estudiantes para profesor de matemáticas van evolucionando hacia una descripción más estructurada de las situaciones de enseñanza y aprendizaje de su propia práctica, lo que les permite interpretar con más detalle la comprensión de los estudiantes y de este modo identificar MOST y aprovecharlas para proponer decisiones futuras.

Por lo que la escritura de narrativas de su propia práctica parece ser un contexto favorable para el desarrollo de la competencia. Este resultado está en línea del obtenido por Ivars et al. (2016) en el que también obtuvieron resultados favorables en una investigación con estudiantes para maestro de educación primaria al escribir narrativas de situaciones de enseñanza-aprendizaje observadas durante el período de prácticas en los centros.

Por otro lado, y aunque somos conscientes que se necesitaría un análisis global de todos los momentos en los que los profesores escribían narrativas, parece que los foros virtuales en los que los estudiantes para profesor comparten y discuten sus narrativas puede ser un contexto favorable también para el desarrollo, así como el feedback proporcionado por el tutor (Fernández, Llinares y Valls, 2012; Ivars y Fernández, 2018).

Además, los resultados también muestran cambios en la práctica de los estudiantes para profesor de matemáticas manifestados a través de las narrativas escritas por ellos. Estos cambios en la práctica se observan cuando aprovechan las MOSTs identificadas para apoyar a los estudiantes a que continúen progresando en su aprendizaje en el aula.

El uso del marco analítico de las MOST (Leathan et al., 2015; Van Zoest et al., 2017) como lente para analizar las narrativas de los estudiantes nos está permitiendo examinar si los estudiantes para profesor de matemáticas habían identificado momentos de enseñanza-aprendizaje que podrían considerarse “matemáticamente importantes” en una lección para el aprendizaje del alumno (identificar las ideas matemáticas importantes del pensamiento de los estudiantes e inferir características de su comprensión) y si los han aprovechado en el contexto del aula o en la propuesta de futuras acciones como profesores. Este marco nos está permitiendo dar cuenta de cómo van adquiriendo la competencia mirar profesionalmente en el contexto de sus prácticas en un programa de formación.

Agradecimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto EDU2017-87411-R del Ministerio de Ciencia e Innovación (MINECO, España).

Referencias

- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, (vol. 2, pp.15-38). Taiwan/Rotterdam: Sense Publishers.
- Chiey, V. y Herbst, P. (2016). A study of the quality of interaction among participants in online animation-based conversations about mathematics teaching. *Teaching and Teacher Education*, 57, 139-149.
- Coles, A., Fernández, C. y Brown, L. (2013). Teacher noticing and growth indicators for mathematics teachers development. En A. M. Lindmeier y A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, (vol. 2, pp. 209-216). Kiel, Germany: PME.
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S. (2016). Descriptores del desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 305-314). Málaga: SEIEM.
- Ivars, P. y Fernández, C. (2018). The role of writing narratives in developing pre-service primary teachers noticing. En G. Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research advances in the mathematical education of pre-service Elementary teachers*, (pp. 245-260). ICME-13 Monographs. Springer.

- Jacobs, V. R., Lamb, L. C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L. y Van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46, 88-124.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Stockero, S. L. (2014). Transitions in prospective mathematics teacher noticing. En J. J. Lo, K. R. Leatham, y L. R. Van Zoest (Eds.), *Research trends in mathematics teacher education* (pp. 239-259). Switzerland: Springer International.
- Stockero, S. L., Rupnow, R. L. y Pascoe, A. E. (2015). Noticing student mathematical thinking in the complexity of classroom instruction. En T. G. Bartell, K. N. Bieda, R. T. Putnam, K. Bradford y H. Dominguez (Eds.), *Proceeding of the 37th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 820-827). East Lansing, MI: Michigan State University.
- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Van Zoest, L., Stockero, S., Leatham, K., Peterson, B., Atanga, N. y Ochieng, M. (2017). Attributes of instances of student mathematical thinking that are worth building on in whole class discussion. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(1), 33-54.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socio-cultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.