



una empresa docente

# Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

---

<http://ued.uniandes.edu.co>

# El juego “cruza el río” como herramienta para el desarrollo del pensamiento probabilístico en primaria

Autores. Angélica Mayerly Velasco Méndez, Yazmín Rubiela Cote  
Contreras

Universidad Industrial de Santander

17 agosto de 2019

## RESUMEN

El presente reporte de investigación cualitativa describe los resultados obtenidos a partir de una intervención de aula realizada con un grupo de 6 estudiantes de quinto grado quienes pusieron a prueba sus conceptos previos o próximos sobre probabilidad, a través del juego “cruza el río” como alternativa para desarrollar el pensamiento probabilístico en estudiantes de primaria.

**Objetivo:** Diseñar y aplicar una intervención de aula basado en el juego “cruza el río” para caracterizar el razonamiento probabilístico en estudiantes de quinto grado.

## MARCO TEÓRICO

El azar y la probabilidad, es importante, debido a su relación con el mundo global, siendo esta encontrada en muchas áreas de estudio como: la economía, reportes de deportes, juegos y en el desempeño laboral. Además, gracias a la probabilidad se han desarrollado y comprendido diversos métodos estadísticos que son de múltiple utilidad en campos como el científico, profesional y social (Godino, Batanero y Cañizares, 1991).

Para el análisis de los datos se usó la teoría de Piaget e Inhelder y de Fischbein citados por Batanero (2013)

- Periodo de operaciones concretas (7-11 años)



- Periodo de operaciones formales (11-15) años



## **Procesos cognitivos implicados en la comprensión y en la aplicación de los conceptos de las leyes del Azar y la Probabilidad. Inhelder y Piaget (1951)**

Según la teoría de Piaget, el sujeto construye de forma activa su propio conocimiento al explorar el medio natural en el que se desenvuelve. La posibilidad de aprender depende de los conocimientos que previamente ha adquirido el niño y de su desarrollo intelectual, el cual evoluciona gradualmente en función de lo que él denomina “etapas del desarrollo”, en la que se encuentran cuatro etapas.

# Teoría sobre el desarrollo del razonamiento probabilístico según Fischbein (1975)

Fischbein, trató de demostrar que los niños tienen ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos, mostrando resultados contrarios al expuesto por Piaget. Para ello se basa en el concepto de intuición.

## Sesgos de tipo de razonamiento incorrecto por parte de los estudiantes

Heurística de la representatividad

Insensibilidad al tamaño de la muestra

Concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias

El sesgo de equiprobabilidad

Enfoque en el resultado aislado

Falacia del jugador

## JUEGO “CRUZA EL RÍO”

En el piso del salón se pegó un río con 12 posiciones en cada lado (ver ilustración 1). Los grupos se dividieron en las dos partes del río y cada grupo tuvo un color de fichas específico. Se plantearon algunas preguntas como:

1. ¿Es posible pasar todas las fichas al otro lado del río? ¿por qué?

2. ¿Cuál ficha crees que es más posible que pase el río? ¿por qué?

3. ¿Cuál ficha crees que es menos posible que pase el río? ¿por qué?

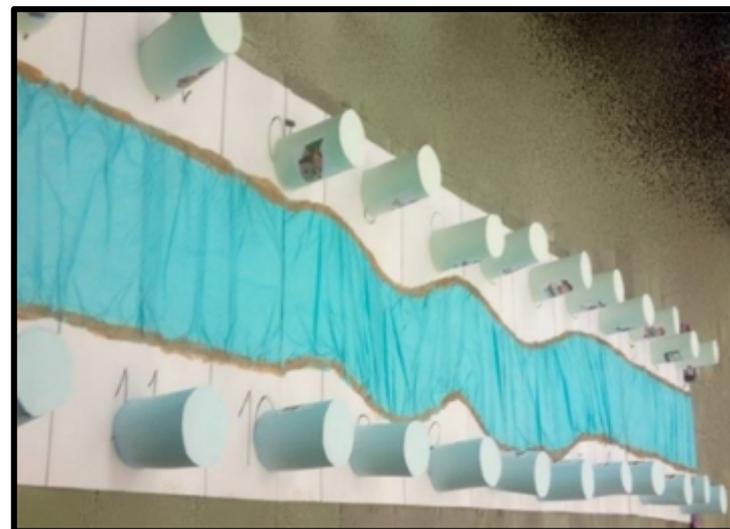


Ilustración 1: El juego “cruza el río”

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### Heurística de la representatividad:

41. Investigador: *Entre el puntaje 7 y 8 ¿Cuál puntaje salió más veces?*
42. Estudiantes grupo 2: *El 7 porque ese fue el puntaje que más salió con los dados y es el menor.*
43. Investigador: *¿Cuál fue la ficha que más veces tuvo oportunidad de pasar el río?*
44. Grupo 1 estudiante: *El 8*
45. Grupo 2 estudiantes: *El 6*
46. Investigador: *¿Cuál puntaje es más probable que salga el 8 o 6?*
47. Estudiantes: *Ambos pues salieron igual número de veces al lanzar los dados*

48. Investigador: *¿Cuál ficha es más probable que salga el cinco o el cuatro?*

49. Estudiante: *Cinco... (Después de ver la tabla del espacio muestral)*

50. Estudiante: *No, las dos tiene la misma probabilidad, porque ambos salieron la misma cantidad de veces cuando se lanzó los dados.*

*Por otra parte, hubo respuestas como:*

61. Investigador: *y entonces... ¿Qué equipo tiene más posibilidades de ganar?*

62. Estudiantes: *Ellos (señalan el otro grupo), porque han sacado más veces puntaje pares, ellos tienen 5 pares y nosotros 4. (Puntajes basados en la tabla de datos con los lanzamientos realizados)*

**Sesgos de equiprobabilidad:** Se evidencia al indagar en un conjunto de datos sobre el suceso más probable o menos probable y al preguntar específicamente sobre algún puntaje pues las respuestas giran entorno al "azar". Sustentando lo anterior se presentan algunos fragmentos que evidencian este error.

1. *Investigador: ¿Será que todas las fichas van a pasar el río?*
2. *Estudiante 1: obvio si*
3. *Estudiante 2: no sé si se puedan pasar todas*
4. *Investigador: Seguro que se pueden pasar todas las fichas*
5. *Estudiantes: Claro que sí, porque es un juego de azar*
6. *Investigador: ¿Qué es azar?*
7. *Estudiante 1: Qué no se sabe si pueda pasar o no la ficha. No se puede predecir.*

*83. Investigador: ¿Qué fichas tienen más posibilidad de pasar?*

*84. Estudiantes: El cinco y el ocho*

*87. Investigador: Entonces, ¿Por qué la primera vez dijeron que siete?*

*88. Estudiante: Es que me confundo, no sé, eso es como azar.*

- De lo anterior, se establece que los estudiantes no han desarrollado la etapa de operaciones formales introducida por Piaget (1951) pues no trabajan con la ley de los grandes números obstaculizando el aspecto combinatorio y proporcional.

## PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DESARROLLADO

Para concluir el juego se realizó la siguiente tabla en el tablero

Puntaje obtenido	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Posibles casos	0	(1+1)	(1+2) (2+1)	(2+2) (1+3) (3+1)	(4+1) (1+4) (2+3) (3+2)	(3+3) (5+1) (1+5) (4+2) (2+4)	(3+4) (4+3) (2+5) (5+2) (6+1) (1+6)	(4+4) (5+3) (3+5) (6+2) (2+6)	(5+4) (4+5) 6+3 (3+6)	(5+5) (6+4) (4+6)	(6+5) (5+6)	(6+6)

Se obtuvo resultados favorables dado que los estudiantes acertaron en algunas respuestas y los argumentos para justificar la misma involucraban el modelo teórico.

*Investigador: ¿Las conclusiones de ustedes es la misma que se establece mediante los datos del tablero?*

*2. Estudiantes: Pues si es más probable que salga una suma que de siete, lo que habíamos dicho al principio.*

*3. Investigador: Entonces, ¿Cuál es el puntaje que más sale?*

*4. Estudiantes: El puntaje de siete, porque hay más posibles opciones de hacer esta suma. (señalan los valores de la tabla)*

*5. Investigador: ¿Cuál es el número que nunca sale?*

*6. Estudiantes: El uno, ya lo dijimos. Porque no es posible hacer una suma con los dados que de uno.*

*7. Investigador: Y ¿Cuáles son los puntajes que menos salen?*

*8. Estudiante: El 12 y el 2*

*9. Investigador: Y ¿Por qué salen menos veces?*

*10. Estudiante: Porque hay menos posibilidad de sacarlo, hay menos números que suman estos puntajes (muestran la tabla), solo hay una posibilidad de sacar 12 y una de sacar 2.*

## CONCLUSIONES

- Los errores más comunes fueron los de la heurística de la representatividad, insensibilidad al tamaño de muestra y el sesgo de equiprobabilidad.
- Se logró que los estudiantes identificaran los sucesos imposibles, más probables y menos probables
- No se obtuvo resultados favorables, al momento de asignar porcentaje a los sucesos posibles, menos posibles o más posibles, dado que los estudiantes solo se centran en identificar la posibilidad de ocurrencia del evento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Attorresi, Félix, García, Alciray Pralong(2006). identificación de la falacia del jugador en una situación típica de juego de azar. xiii. Jornadas de Investigación y Segundo Encuentro de Investigadores en Psicología del Mercosur. Facultad de Psicología - Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad de los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? ATAS DO III ENCONTRO DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA NA ESCOLA. BRAGA: CENTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DO MINHO.
- Bersabè, R. (1995). *Sesgos cognitivos en los juegos de azar: La ilusión de control*. (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid. España.

Jiménez, L y Jiménez, J. (Sin fecha). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria ¿para qué? ¿por qué? Programa de Maestría en Matemática Educativa. Universidad de Costa Rica.

Ministerio de Educación Nacional. MEN (1998). *Lineamientos en Matemáticas*. Santa Fé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Serrano, L. Batanero, C. Ortiz, J. y Cañizares, J. (1998). Heurística y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación matemática*. 10(1), 7-25.



# GRACIAS



una empresa docente

# Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

---

<http://ued.uniandes.edu.co>