

# FIGURACIONES NO CARTESIANAS EN EL PROCESO DE AJUSTE DE UN MODELO LINEAL A UNO CUADRÁTICO.

Ivan Perez<sup>1</sup>, Eduardo Carrasco<sup>2</sup>

Universidad de las Américas<sup>1</sup>, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación<sup>2</sup>

*Resumen: Esta investigación da cuenta de características de usos estudiantiles de figuraciones previas a la construcción de modelos lineales y cuadráticos ante fenómenos de variación. En particular aborda el estudio de procesos del uso de modelos gráficos y algebraicos, colocando en escena una situación de modelación del movimiento estudiando fenómenos de cambio a través de distintos registros. Se explicitan resultados obtenidos en términos de análisis que van desde la noción de Modelación-Graficación, recurriendo a nociones provenientes de teoría de imagen y análisis semánticos que permitieron caracterizarla.*

Modelación, Figuración, Gráfica

## ANTECEDENTES Y PROBLEMÁTICA

La manera de dar cuenta del uso e interpretación de las gráficas que hacen los estudiantes, supone naturalmente, la adopción de una postura epistemológica que permite la interpretación que se hace del trabajo del alumno. En la actualidad, la socio epistemología contempla el binomio modelación-graficación (Suarez & Cordero, 2008) y representa un eje para desarrollar acciones en el sistema didáctico a través del diseño de situaciones de modelación del movimiento, ofreciendo una posibilidad de acceder a una situación de aprendizaje, que permite estudiar un fenómeno de cambio a través de las gráficas. Por su parte investigaciones recientes han ido relevando el rol que tienen figuraciones no cartesianas en la actividad matemática estudiantil de modelación gráfica (Carrasco, Díaz, Buendía, 2014, Perez y Díaz, 2016, Miranda, Radford, y Guzmán, 2013). En base a lo propuesto en el estándar número tres del eje sistemas numéricos y álgebra del documento “matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media” (Felmer, Varas, & Martínez, 2010), el futuro profesor o profesora debiera estar capacitado para promover el aprendizaje de los estudiantes en la comprensión del concepto de función, propiedades de ellas y de los principales ejemplos de funciones a nivel de enseñanza media. En este marco, el objetivo de la investigación es avanzar en el uso estudiantil de figuraciones previas a la gráfica cartesiana construcción y su rol en la transición desde un primer modelo gráfico lineal a un modelo gráfico cuadrático. La pregunta que guía el estudio es la siguiente: ¿cuál es el rol que cumplen las figuraciones realizadas por estudiantes en la transición de un modelo lineal a uno cuadrático?

Antecedentes teóricos. Suárez (2008) establece la noción de Modelación-Graficación (M-G) como una categoría del cálculo que se propone estudiar el uso de las gráficas cartesianas en la actividad matemática a partir del debate entre los elementos de funcionamiento y de forma del uso de las gráficas en la figuración de las cualidades. Más precisamente, los elementos de funcionamiento son las circunstancias que hicieron posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas en tanto que los elementos de forma son las clases de tareas. Por su parte En Carrasco, Diaz y Buendía (2014) se aborda la indagación de

prácticas de figuración de lo que varía; esto es, prácticas de construcción e interpretación de una figura de entidades -ostensibles y no ostensibles- que se distinguen en un fenómeno de variación, tales como las magnitudes de tiempo y de distancia o de tiempo y de velocidad. En Perez (2015) se trabaja en la construcción de modelos gráfico y algebraico de un fenómeno de movimiento, logrando identificar que las figuraciones previas a la gráfica cartesiana pueden presentarse con mayor o menor frecuencia según la necesidad de cada individuo, por lo que si bien cada figuración ha de tener sus propias características se hace necesario englobarlas a todas en un mismo análisis como una escala previa realizada por los estudiantes en la construcción de un modelo gráfico. En Díaz y Pérez (2016) se muestra como las figuraciones de los estudiantes permiten caracterizar el conocimiento que ponen en acción los estudiantes al realizar gráficas y/o interpretarlas. Esto posibilita avanzar en innovaciones que mejoren la enseñanza de las matemáticas. Por ello, se propone establecer a las figuraciones previas a la gráfica cartesiana evidenciadas en Díaz y Perez (2016), como elementos que, articuladas con el fenómeno, permiten construir significados variacional del fenómeno y permiten establecer las características de este. Al decir, de Arrieta y Diaz (2015) las figuraciones, en cuanto son articuladas con el fenómeno, se constituyen en una modelación del mismo. Toda vez que la figura, como modelo, es articulada para entender o intervenir en el fenómeno. En síntesis, el reporte considera la caracterización del funcionamiento y forma, de las figuras precartesiana, en cuanto modelos gráficos de un fenómeno de variación.

Antecedentes metodológicos. Se aplica la situación “epifanía” (Suarez & Cordero, 2008), que solicita a los estudiantes construir la gráfica del movimiento de una persona. La implementación exploratoria, en el marco de un estudio de caso, aborda un caso de análisis, compuesto por cuatro estudiantes de la Carrera Pedagogía en Matemática y Estadística de la Universidad de las Américas de la sede Providencia, que cursan la asignatura de “Algoritmos y Programación”. Para el análisis de la información de las figuraciones previas a los distintos modelos desde la mirada del funcionamiento y forma propuesto por Suárez (2008), identificando las circunstancias que hacen posible la modelación de fenómenos de variación a través de figuras geométricas y las distintas clases de tareas. Se da cuenta del proceso de articulación de las figuras no cartesiana en el proceso de construcción de los distintos modelos. Se muestran resultados del proceso de modelación-graficación vivido por los estudiantes ante una situación de variación, se articulan las nociones de funcionamiento y forma con el estudio de las prácticas de figuración y su rol en la transición de un modelo lineal a uno cuadrático.

Implementación y Análisis La estudiante construye una representación icónica del patio (ver Figura 1). Le representa con un círculo conformando el escenario donde se desarrolla fenómeno de movimiento. Con flechas indica el sentido y dirección del movimiento, mientras que es dibujado en el diámetro del círculo. (1) Primer análisis: Diversas textualidades describen la ubicación de los distintos elementos que completan el escenario (Sala de música y biblioteca) e indican las distancias y los tiempos correspondientes a cada recorrido. Un punto indica expresamente el punto de encuentro; (2) Segundo Análisis. La figuración se constituye en la medida que el movimiento queda metaforizado en el conjunto, flecha, diámetro del círculo. Ambos elementos en conjunto establecen la dirección u

longitud del movimiento, el cual se estructura desde tres puntos claves, partida, llegada y encuentro. Estos puntos establecen los tres movimientos descritos en el enunciado: Partida a la biblioteca, encuentro con amado, llegada biblioteca, retorno. El tiempo de espera, no queda figurado, tomando el texto el relevo y con números y palabras establece la velocidad supuesta por la estudiante. El recorrido no plantea la velocidad, solo distancias y tiempo. El gráfico cartesiano se realiza sobre la distancia recorrida (eje y) contra el tiempo (eje x), en base al análisis del fenómeno y de la figuración realiza gráfica cartesiana, identifican puntos de inflexión que se corresponden con los presentados en la figuración previa, trazan segmentos rectos manifestando una velocidad constante.

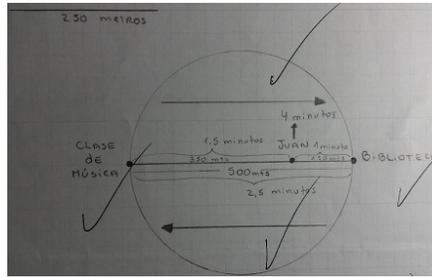


Figura 1- Figuración no cartesiana 1

Las únicas textualidades presentes son aquellas que nombran los ambos ejes, presentando graduación ambos (ver Figura.2). Plantea modelo algebraico en base a funciones por ramas (segmentadas) que representan los distintos momentos que se desarrolla el fenómeno, según la interpretación de la situación. Los tramos o segmentos coinciden con los puntos que articulan las figuraciones anteriores y con los distintos momentos expresados en la figuración no cartesiana (Ver Figura. 3).

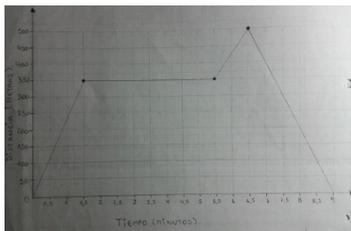


Figura 2 - Modelo Grafico Lineal

$$f(x) = \begin{cases} \frac{350}{1,5}x & 0 \leq x \leq 1,5 \\ 350 & 1,5 \leq x \leq 5,5 \\ 150x - 475 & 5,5 \leq x \leq 6,5 \\ -200x + 1800 & 6,5 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Figura 3- Modelo Algebraico Lineal

Una nueva figuración representa de forma pictórica elementos que en la primera figuración no cartesiana estaban representados solo por textualidades (ver figura 4), se indica el recorrido del trayecto, incorpora elementos del comic que reciben un carácter secuencial indicado por las flechas que asignan movimiento y temporalidad a los eventos. Se evidencia diferencias en la extensión de las fechas que manifiestan movimiento, en el recorrido de ida la extensión de flechas es menor a las utilizadas en el recorrido de vuelta, lo que genera que en el recorrido de ida se presenten nueve escenas y en el recorrido de vuelta solo cinco escenas.

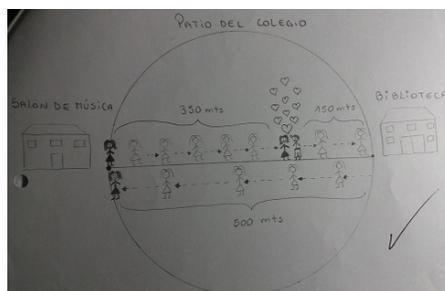


Figura 4- Segunda Figuración no cartesiana

Emerge un nuevo gráfico cartesiano, que al igual que el Gráfico cartesiano lineal inicial se realiza sobre la distancia recorrida (eje y) contra el tiempo (eje x). Los tres momentos, siguen siendo articuladores de la gráfica. Pero se diferencia principalmente en los trazos curvos por los que se compone la gráfica (Figura 5), manifestando una velocidad no constante en todo el recorrido. Esto evidencia un ajuste a la interpretación inicial del fenómeno. Dado el ajuste del modelo gráfico se genera un nuevo modelo algebraico (Figura 6). De igual forma, este se construye con base a funciones por ramas (segmentadas) que representan los distintos momentos que se desarrolla el fenómeno según la interpretación de la situación. Los segmentos de análisis son los mismos utilizados en el modelo lineal, pero en este caso salvo el tramo donde no se genera movimiento, las ramas son expresadas por funciones cuadráticas.

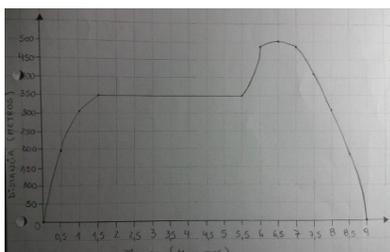


Figura 5- Modelo Grafico Cuadrático

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1400}{9}x^2 + \frac{4200}{9}x & 0 \leq x \leq 1,5 \\ 350 & 1,5 \leq x \leq 5,5 \\ 300x^2 - 3300x + 9425 & 5,5 \leq x \leq 6,5 \\ -80x^2 + 1040x - 2880 & 6,5 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Figura 6- Modelo Algebraico Cuadrático

A modo de conclusión proponemos establecer las prácticas de figuraciones previas a la gráfica cartesiana como elementos que dan significado al fenómeno y permiten establecer las características de este que necesitan los estudiantes para la construcción y ajuste de los distintos modelos, identificando una necesidad particular de cada individuo bajo una instucionalidad escolar.

## Referencias

- Arrieta Vera, J., & Díaz Moreno, L. (2015). *Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1), 19–48.
- Carrasco, E., Diaz, L., & Buendia, G. (2014). *Figuración de lo que varía*. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 32(3), 365–384.
- Díaz Quezada, V., & Pérez Vera, I. (2016). *Uso de gráficas en una situación de modelación del movimiento en matemática en la enseñanza secundaria en Chile*. PARADIGMA, 37(1), 161–180.

- Felmer, Varas, & Martínez. (2010). *Estándares de matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media (Informe Final)*. Universidad de Chile.
- Perez Vera, I. (2015). *Práctica de figuración en la construcción de modelos gráfico y algebraico: un caso de estudio con estudiantes de pedagogía en matemática*. En Actas XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática: XIX JNEM 2015 (pp. 207–214). Villarrica, Chile.
- Suárez, L. (2008). *Modelación–Graficación, Una categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*.
- Suarez, L., & Cordero, F. (2008). Modelación-Graficación. Una categoría en Cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento. ICME 11.