VOL 32, NÚMERO 1, AÑO 2019

ANÁLISIS DE PRAXEOLOGÍAS RELATIVAS AL CÁLCULO PROPOSICIONAL Y AL CÁLCULO DE PREDICADOS QUE SE PROPONEN ESTUDIAR EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN MATEMÁTICA

ANALYSIS OF PRAXEOLOGIES RELATED TO THE PROPOSITIONAL CALCULUS AND THE CALCULUS OF PREDICATES THAT ARE PROPOSED TO STUDY IN MATHEMATICS TEACHER TRAINING

Oscar Abel Cardona Hurtado, Ana Rosa Corica
Universidad del Tolima. Institución Educativa San Francisco, Colombia
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), NIECyT- Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA. (Argentina)
Oach76@hotmail.com, acorica@exa.unicen.edu.ar

Resumen
En este trabajo se reportan resultados parciales de una investigación que corresponde al desarrollo de una tesis en un programa de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias. El estudio se ubica en la problemática de la formación de profesores en matemática en cálculo proposicional y cálculo de predicados. Como referencial teórico se adopta a la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Los resultados preliminares indican que los profesores que forman a estudiantes de profesorado proponen estudiar tareas donde utiliza una sola técnica y no se establecen relaciones entre estas, lo que conduce al estudio de tareas rígidas y aisladas.

Palabras clave: enseñanza, lógica, cálculo, TAD, MPR, praxeología

Abstract
In this work, we report partial results from a research that corresponds to the development of a thesis in a Doctorate program in Science Teaching. The study is focused on the problem of teachers' training in mathematics with respect to propositional calculus, and calculus of predicates. As a theoretical reference, the Anthropological Theory of the Didactic is adopted. Preliminary results evidence that the teachers who train student-teachers propose the study of tasks which are not interrelated, and they use a single technique; what leads to the study of rigid and isolated tasks.

Key words: teaching, logic, calculus, ATD, RPM, praxeology

Introducción

La lógica estudia técnicas para establecer si un razonamiento es o no válido; es una herramienta que le permite al ser humano encontrar solución a problemas simples y complejos (Salazar, Del Castillo, 2017). La comunidad educativa ha tomado conciencia de la importancia de que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico. Este hecho constituye un importante avance si se tiene en cuenta que tradicionalmente se consideraba que la misión principal de las instituciones educativas se limitaba a la enseñanza de contenidos curriculares (Panizza, 2005).

El cálculo proposicional (en adelante CP) y el cálculo de predicados (en adelante CDP) son dos ramas de la lógica matemática que se estudian en Colombia en diversos programas universitarios. También se propone el estudio de nociones básicas de lógica en el nivel secundario. En carreras universitarias, es habitual encontrar temas vinculados a CP y a CDP en los contenidos de algunas asignaturas, no solamente en programas de matemáticas sino también en ámbitos como las ingenierías, las ciencias económicas y la formación de profesores, entre otros. Si bien, resulta de suma importancia en la formación de profesionales el estudio de la lógica matemática, son muy pocas las investigaciones dedicadas a su enseñanza y aprendizaje. En particular, algunos investigadores se han ocupado de estudiar el empleo de herramientas informáticas que sirvan de apoyo a los docentes en la enseñanza de la lógica matemática (Huertas, Mor y Guerrero, 2010).

Este trabajo se ubica en la problemática de la formación de profesores en matemática en lógica matemática. La formación de profesores de matemática es una problemática actual de investigación que ha despertado el interés de diversos investigadores (Artaud, Cirade, Jullien, 2011; Azcárate, 2004; Corica y Otero, 2016; Sierra, Bosch y Gascón, 2012, Shulman, 2006), sin embargo, no se han encontrado investigaciones enfocadas a la formación de profesores en CP y en CDP. El propósito central de la investigación que se encuentra en desarrollo es tomar conocimiento de las prácticas de profesores universitarios que orientan temas vinculados al estudio de CP y al CDP, a estudiantes para profesor de matemáticas en una universidad en Colombia. A partir de este estudio, se procura proponer praxeologías superadoras para la enseñanza de la lógica en la formación de profesores de matemática. En este trabajo, se reportan resultados parciales de la investigación, la cual corresponde al desarrollo de una tesis en un programa de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias.

Marco teórico

En este trabajo se adopta como marco teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD) propuesta por Yves Chevallard (1999). El principio fundamental de esta teoría es que el saber matemático se construye como respuesta al estudio de situaciones problemáticas, emergiendo como el producto de un proceso de estudio. La TAD es una poderosa herramienta para describir la actividad docente (Corica y Otero, 2012), dado que es un enfoque que considera como objeto de estudio e investigación didáctica todo el proceso que va desde la creación y la utilización del saber matemático hasta su *transposición* a las instituciones docentes.

El constructo teórico fundamental de la TAD es la noción de *praxeología* u *organización praxeológica.* Una praxeología surge como una respuesta a un conjunto de cuestiones, y a la vez como medio para realizar tareas problemáticas en una institución determinada. Toda praxeología consta de dos componentes inseparables:

- El nivel de la *praxis* o del *saber hacer*, que consta de un conjunto de *tareas* que se materializan en diferentes tipos de problemas, y de un conjunto de *técnicas* que se utilizan para llevar a cabo las *tareas* planteadas.
- El nivel del *logos* o del *saber* en el que se sitúan, en un primer nivel, el discurso que describe, explica y justifica la *técnica*, denominada *tecnología*; y en un segundo nivel, la fundamentación de la *tecnología*, denominada *teoría* y que asume respecto a la *tecnología* el mismo papel descriptivo y justificativo que el de la *tecnología* respecto de la *técnica.*

La TAD ubica la actividad matemática dentro de las actividades humanas y las instituciones sociales. Esta teoría distingue entre dos tipos de *praxeologías* estrechamente relacionadas: las Organizaciones Matemáticas (en adelante OM) y las Organizaciones Didácticas (en adelante OD). Las primeras se refieren a la realidad matemática a estudiar, son construidas por la comunidad matemática. Las segundas, se refieren a la manera en que esto ocurre; tratan del proceso de estudio y construcción del conocimiento desde un punto de vista didáctico. Estos dos aspectos son inseparables, debido a que toda OM es generada por un estudio y a la vez, todo proceso de estudio se realiza a partir de una OM en construcción.

Una OD se sitúa en un espacio determinado por seis momentos de estudio. Estos son fases que le permiten al aprendizaje evolucionar y no deben estar necesariamente secuenciados. El *primer momento*, corresponde al primer encuentro con la organización, y puede tener lugar de varias maneras, pero un modo de encuentro ineludible consiste en encontrar la organización mediante al menos uno de los tipos de tareas. El *segundo momento*, es el de la exploración del tipo de tareas, de la elaboración de una técnica acorde al tipo de tareas. El *tercer momento*, se refiere a la construcción del entorno tecnológico-teórico relativo a la técnica; momento que debe constituirse de manera tal que permita justificar y explicar las técnicas elaboradas. El *cuarto momento* corresponde al trabajo de la técnica, y demanda el desarrollo de la técnica. Esta debe mejorarse volviéndose más eficaz y fiable; de ser necesario debe retocarse la tecnología que se ha elaborado. El *quinto momento* corresponde al de la institucionalización, cuya finalidad es precisar lo que es exactamente la organización matemática, distinguiendo los elementos, que, habiendo estado presentes en su construcción, no le han sido integrados finalmente, y por otra parte, los elementos que componen de manera definitiva a la OM. El *sexto momento* corresponde a la evaluación, relacionado estrechamente con el momento de la institucionalización, se refiere a evaluar la calidad de los componentes de la OM construida.

Con el fin de tener herramientas para analizar los procesos didácticos institucionales, Chevallard (1999) introdujo la distinción entre diferentes tipos de praxeologías según el grado de complejidad de sus componentes:

- *Organizaciones Puntuales* (OMP): Se generan en la institución por lo que se considera como un único *tipo de tarea* y se define a partir del bloque práctico-técnico.
- *Organizaciones Locales* (OML): Es el resultado de integrar diversas praxeologías *puntuales*. Cada praxeología *local* se caracteriza por una *tecnología* que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías *puntuales* que la integran.
- *Organizaciones Regionales* (OMR): Se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración de diversas praxeologías *locales* a una teoría matemática en común. Esta integración comporta que el discurso teórico tome el papel central.
- *Organizaciones Globales* (OMG): Surgen al agregar varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

Se destaca que las praxeologías sean puntuales, locales, regionales o globales, no son únicas en todas las instituciones, son relativas a ellas pues éstas hacen parte de un currículo determinado y se categorizarán según su estructura (Gascón, 2003).

En los últimos desarrollos de la TAD (Chevallard, 2007, 2013, 2017) se propone introducir en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales donde los saberes no sean monumentos que los profesores presentan a sus estudiantes sino herramientas útiles para resolver problemas. Según Chevallard (2007) se necesita una revolución epistemológica y didáctica, para situar las cuestiones problemáticas en el corazón del estudio de las matemáticas. El modelo dominante de la enseñanza de la matemática está gobernado por lo que se conoce como *monumentalización* del saber (Chevallard, 2004), que se caracteriza por ocultar las cuestiones problemáticas que constituyen la razón de ser de la matemática, donde se anteponen las respuestas a las preguntas. Este fenómeno conlleva a enseñar las obras matemáticas como objetos incuestionables, como si fueran monumentos los cuales a lo sumo pueden ser visitados (Llanos, Otero y Gazzola, 2014).

Método

Se propone un estudio cualitativo, de corte descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández, Baptista, 2014). La propuesta se orienta a comprender la práctica de profesores universitarios que orientan temas vinculados al estudio de CP y al CDP en una Universidad en Colombia. Los grupos en los que se desarrolla la investigación corresponden a la formación de estudiantes para profesor de matemática. El estudio se lleva a cabo en dos grupos diferentes de un mismo programa universitario, en los que se orienta la asignatura denominada *elementos de álgebra*. Los grupos son dirigidos por diferentes docentes, en un grupo se encuentran matriculados 20 estudiantes y en el otro 22 (la edad de los estudiantes oscila entre los 17 y 18 años). El curso tiene un tiempo de duración de 4 meses; semanalmente se realizan dos sesiones de clase, cada una de 120 minutos. El diseño curricular de la asignatura está conformado por 6 unidades; la primera se denomina *nociones de lógica proposicional, donde* se abordan nociones relativas al CP y una introducción al CDP.

Con el propósito de llevar a cabo las fases de la investigación que se describen a continuación, se realizaron observaciones no participantes en los grupos durante el estudio de nociones vinculadas al CP y al CDP, y se recolectó la siguiente información: el plan de estudio del curso, los materiales propuestos por los profesores, las versiones en audio de las clases, los registros realizados por el profesor en el pizarrón, los apuntes de clase tomados por los estudiantes, los exámenes y talleres propuestos por los profesores.

En concordancia con el referencial teórico adoptado, la investigación se desarrolla en cuatro fases. La primera de ellas corresponde a la reconstrucción de un Modelo Praxeológico de Referencia (en adelante MPR) relativo al CP y al CDP. Este modelo constituye una herramienta para analizar las organizaciones matemáticas descritas en las restantes fases de la investigación. Este modelo es construido por el investigador a partir de sus conocimientos sobre el tema, los datos recolectados durante la investigación, consultas realizadas a especialistas y revisión bibliográfica especializada sobre el tema.

En la segunda fase de la investigación se propone reconstruir la Organización Matemática a Enseñar (en adelante OME), con base en el plan de estudio del curso y los materiales propuestos por los docentes para el desarrollo de las clases. El análisis de la OME es contrastado con el MPR.

Dado que no siempre la OME coincide con lo efectivamente enseñado a los estudiantes, para analizar este aspecto, como tercera fase de la investigación, se propone la reconstrucción de la Organización Matemática Efectivamente Enseñada (en adelante OMEE). Para esta reconstrucción se requiere de la información recogida en el proceso de observación no participante en cada grupo, durante el estudio de nociones vinculadas a CP y CDP.

En la cuarta y última fase, a partir de la reconstrucción del MPR, la OME, y la OMEE se propone el diseño de un dispositivo didáctico para un estudio funcional del CP y CDP; es decir, se trata de involucrar a los alumnos en el estudio de situaciones que no se limitan a una presentación desarticulada y carente de sentido de las nociones, sino que buscan recuperar la *razón de ser* de la matemática.

Avances

En primer lugar, se ha avanzado en el desarrollo del MPR. La descripción de este modelo se realiza mediante una red de cuestiones y respuestas que tienen estructura praxeológica, constituyendo una importante herramienta didáctica. Su elaboración, en torno a un ámbito particular, conduce a la formulación de preguntas didácticas como: ¿Cuál es el origen? ¿Para qué se estudia? ¿Qué transformaciones ha sufrido? Preguntas como estas cobran importancia si se pretende avanzar en la modificación de los métodos de enseñanza tradicional. Se destaca que el MPR debe ser considerado como una hipótesis provisional, lo cual implica que es susceptible de ser revisado y modificado constantemente (Otero, Fanaro, Corica, Llanos, Sureda y Parra, 2013; Quijano y Corica, 2017). En particular, para esta investigación el MPR gira en torno al CP y al CDP. El CP es aquella rama de la lógica matemática que trata de las relaciones entre proposiciones y conectivos lógicos. El CPD se construye con base al CP, y cuenta con un lenguaje expresivo que permite superar limitaciones de este último.

El MPR se gesta a partir de la cuestión generatriz Q_0: ¿*Cómo establecer la validez de un razonamiento*? Y está constituido por dos bloques: el estudio de las relaciones lógicas entre expresiones del CP y la extensión del estudio del CP al CDP. Los dos bloques están asociados a las preguntas Q_1 y Q_2, que se derivan de Q_0. La cuestión generatriz es amplia y en esta investigación se propone dar respuesta desde dos ramas de la lógica matemática como son el CP y el CDP. Esto no implica que se trate de una cuestión que pueda ser respondida inmediatamente. Se considera un interrogante planteado en sentido fuerte, dado que debe ser estudiado en detalle, para lo cual se requiere abordar diversas OM compuestas por tareas, técnicas, definiciones, propiedades y teoremas que describen, explican y justifican el trabajo realizado.

En la figura 1 se muestra el esquema inicial del MPR propuesto. La pregunta asociada al primer bloque es Q_1: *¿Cómo se relacionan las expresiones lógicas del CP?,* que conduce al estudio del tipo de tareas que componen las OM_1 y OM_2. El tipo de tareas que define a OM_1 es T^1*: Determinar relaciones lógicas entre proposiciones y términos de enlace del CP.* Entiéndase por proposición, un enunciado del cual puede afirmarse que es verdadero o falso pero no las dos a la vez; el tipo de tareas que define a OM_2 es T^2*: Determinar relaciones lógicas entre fórmulas del CP.* Son conocidas como fórmulas aquellas expresiones conformadas por letras que representan variables proposicionales, símbolos que representan conectivos y términos de agrupación útiles para evitar ambigüedades. De Q_0 también se deriva Q_2*: ¿Cómo establecer el valor de verdad de una expresión relativa al CDP?,* que es la cuestión asociada al segundo bloque. Q_2 conduce al estudio del tipo de tareas que compone a OM_3 y OM_4. El tipo de tareas que define a OM_3 es T^3*: Establecer el valor de verdad de una fórmula relativa al CDP;* OM_4 está representada por el tipo de tareas T^4*: Representar simbólicamente una expresión relativa al CDP expresada en lenguaje común.* Cada una de las organizaciones matemáticas OM_1, OM_2, OM_3 y OM_4 está compuesta por una red de organizaciones matemáticas puntuales que la describen. Estas no se indican en este trabajo por la extensión que requiere su presentación.

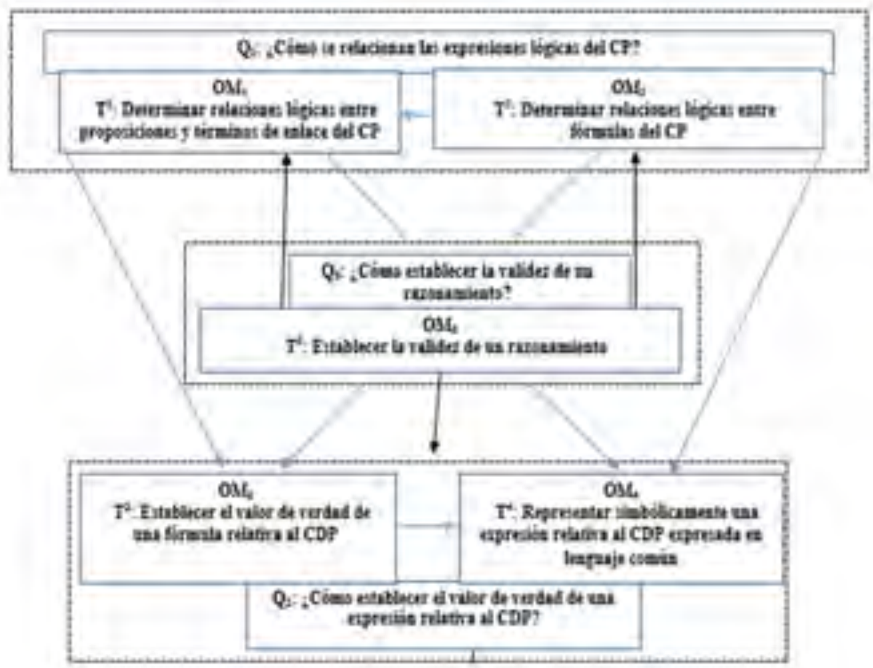

Figura 1. Modelo Praxeológico de Referencia

Otros de los avances de esta investigación lo constituyen la reconstrucción de la OMEE. Para esta reconstrucción se analizaron las clases de los dos cursos, en las que se abordaron nociones relativas a CP y CDP. En particular, se transcribieron todos los audios de cada clase y se los segmentó en episodios. Estos se distinguen como diferentes cuando el discurso gira en torno a una determinada tarea. A su vez, de ser necesario, se los fragmentó en subepisodios y el criterio adoptado para considerar el cambio entre subepisodios fue: cuando se introduce una técnica diferente para abordar un mismo tipo de tarea o se introducen nuevos elementos tecnológicos - teóricos. Con el objetivo de organizar y estudiar los datos obtenidos de cada clase se elaboraron dos tablas.

La primera tabla (Tabla I) permite realizar un análisis en profundidad del proceso de estudio, tal como lo vivieron sus protagonistas. La segunda tabla (Tabla II) es un material con el que se pretende realizar un análisis global del proceso de estudio. La tabla I se conforma de las siguientes categorías:

Episodio	Género de tareas	Tareas	técnicas	Bloque tecnológico	Indicador matemático de completitud de una OML

En la Tabla I se distinguen los *Géneros de tareas* junto a las *tareas* que los componen y que son abordados en el aula. También, en esta tabla se recoge el conjunto de acciones llevadas a cabo en el aula para resolver una cierta tarea (*Técnicas*), los elementos tecnológicos (*Bloque tecnológico*) que aparecieron en la clase en forma explícita y los *indicadores matemáticos de completitud* que permiten establecer el *grado de completitud* de una Organización Matemática Local (OML).

Asimismo, las categorías que componen la tabla se organizan en seis columnas. En la primera de ellas se enumeran los *episodios y los subepisodios*. Los *géneros de tareas* son descritos en la segunda columna. En la tercera columna se indican las *tareas* que componen a los *géneros de tareas,* y *tareas particulares* concernientes a cada *tarea* (identificadas como $T_{c,d}^{a,b}$, donde *a* representa el *episodio*, *b* el *género de tarea*, *c* el *tipo de tarea* y d es una *tarea* *particular*). *E*n la cuarta columna se describen las *técnicas* empleadas para solucionar las *tareas*. Los *elementos tecnológicos (*discursos que describen, explican, justifican las *técnicas* y *tecnologías)* se describen en la quinta columna. En la sexta columna se indican los *indicadores matemáticos de completitud de una OML* que se identifican en el estudio de la tarea respectiva. A continuación, se sintetizan los indicadores, siendo los siete primeros formulados por Fonseca (2004) y el octavo por Lucas (2010):

OML1. Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.
*OML2***.** Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.
*OML3***.** Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las Técnicas.
*OML4***.** Existencia de tareas y de técnicas "inversas".
*OML5***.** Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.
*OML6***.** Existencia de tareas matemáticas "abiertas".
*OML7***.** Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la práctica.
*OML8***.** La posibilidad de *perturbar* la situación inicial o modificar la hipótesis del sistema para estudiar casos diferentes permite ampliar y completar el proceso de estudio.

Con la segunda tabla (Tabla II), se pretende realizar un análisis global del proceso de estudio, vinculado con el topos del alumno y el profesor. La tabla está compuesta por las siguientes categorías

<table>
<tr><th rowspan="3">Episodio</th><th rowspan="3">Noción matemática</th><th rowspan="3">Género de tareas</th><th colspan="2">Momento didáctico</th><th colspan="3">Gestos del profesor</th><th colspan="2">Gestos del alumno</th></tr>
<tr><th rowspan="2">MDP</th><th rowspan="2">MDS</th><th colspan="2">GI</th><th rowspan="2">GP</th><th rowspan="2">GA</th><th rowspan="2">GP</th></tr>
<tr><th>ISD</th><th>ISF</th></tr>
</table>

La primera columna, *Episodio* junto a la segunda, *Noción matemática*, y tercera *Género de tareas*, permiten realizar una primera descomposición general del proceso de estudio. En la columna *Noción matemática*, se busca identificar aquellos objetos matemáticos que aparecieron de manera explícita para ser estudiados, tanto en el discurso oral del profesor como de los estudiantes. La cuarta columna, *Momento didáctico,* indica el momento predominante del estudio (MDP) dentro de cada episodio, así como los momentos secundarios (MDS).

En la quinta columna se registran los *Gestos del profesor*. Esta categoría se establece a partir de la idea de que en el desarrollo del proceso didáctico existen ciertas actividades, propias de la práctica docente. Los gestos del profesor pueden ser: *gestos de invitación* (GI) o *gestos de posicionamiento* (GP); los *GI* hacen referencia a estimular a los estudiantes mediante preguntas con el objetivo de que se involucren en el proceso de estudio; el docente puede realizar dos tipos de pregunta: *Invitación en sentido débil* (ISD) o *Invitación en sentido fuerte* (ISF). Los (GP) están relacionados con producir o indicar mediante la escritura, comentarios o preguntas elementos que sirven de *camino* para situarse en las maneras de razonar y de hacer que existen en la institución en cuestión.

En la sexta columna se recogen los *Gestos del alumno*, que emergen como producto de la dinámica del proceso de estudio en el que se encuentran inmersos los estudiantes. Los gestos del estudiante pueden ser: g*estos de aceptación* (GA) relacionados con el número de respuesta de los estudiantes a los gestos de invitación de los profesores; o *gestos de posicionamiento* (GP), que tienen que ver con indicar mediante comentarios, respuestas o formular preguntas portadoras de elementos que sirven de camino para situarse en las maneras de razonar y de hacer que existen en la institución en cuestión.

En este trabajo solamente se describen resultados relacionados con la Tabla I, dado que es en la que más avanzado se encuentra el estudio. A continuación, a modo de ejemplo, se indica uno de los episodios que componen la Tabla I elaborada con la información recogida en uno de los grupos. La tabla completa está compuesta por 25 episodios asociados a los géneros de tareas: *definir, establecer, construir, representar, inferir y demostrar*, de los cuales el más típico es *definir*. En la figura 2 se indica el episodio número 17 que forma parte de la Tabla I. El género de tareas al que corresponde es *definir*.

Episodio	Género de tareas	Tareas	Técnicas	Bloque tecnológico	Indicador matemático de completitud
17	Construir	$T_{2}^{17.3}$: Construir la tabla de verdad de una fórmula.	- Identificar las variables proposicionales, los conectivos y los signos de agrupación que conforman la fórmula. -Asociar a cada una de las n variables proposicionales una columna conformada por 2^n valores de verdad. -Utilizando la tabla de verdad de los conectivos, elaborar la tabla de verdad considerando los signos de agrupación y/o la jerarquía de los conectivos. - Determinar la tabla de verdad de la fórmula.	θ_1 **Definición**: una proposición es una oración o un enunciado de la cual puede afirmarse que es varadera o falsa pero no las dos a la vez. θ_2 **Definición**; una proposición es atómica si no puede ser descompuesta en proposiciones más simples. θ_3 **Definición**: una proposición es molecular si se puede descomponer en proposiciones más simples, y en ella interviene un término de enlace o conectivo lógico *y*, *o*, *entonces* o *si y solo si*. **Tabla de verdad** de cada uno de los conectivos: $\wedge$: VV → V VF → F FV → F FF → F $\vee$: VV → V VF → V FV → V FF → F $\rightarrow$: VV → V VF → F FV → V FF → V $\leftrightarrow$: VV → V VF → F FV → F FF → V V → F ~V → F	OML.1
		$T_{2.4}^{17.3}$: Construir la tabla de verdad de la siguiente fórmula: $[((p \wedge q) \rightarrow r)] \rightarrow \sim r$			

Figura 2. Episodio 17 tabla I análisis datos

Se destaca que, al analizar los datos consignados en la Tabla I, tomando como referente los ocho *indicadores matemáticos de completitud de una OML,* se puede establecer que la mayor parte de las tareas propuestas por los docentes son rígidas y no se establecen relaciones entre estas; asimismo, son muy escasas tanto las tareas abiertas como las inversas. También se destaca que los elementos tecnológicos que se utilizaron no han permitido construir nuevas técnicas y nuevas tareas.

Conclusiones

Resultados preliminares de este estudio indican que la mayoría de las tareas propuestas por los docentes se caracterizan por ser rígidas y desarticuladas entre sí. Las tareas abiertas y las tareas inversas son prácticamente inexistentes. Asimismo, los elementos tecnológicos utilizados no permitieron construir nuevas técnicas ni nuevas tareas.

Después de analizar la totalidad de los datos, se caracterizará la OMEE, que luego se comparará con el MPR y la OME. Posteriormente, se diseñará un dispositivo didáctico para el estudio de CP y CDP que permita superar las dificultades detectadas, y con el fin de favorecer un estudio funcional de la matemática en la formación de profesores.

Referencias bibliográficas

Artaud, M. ; Cirade, G.; Jullien, M. (2011). Intégration des PER dans l´equipement praxéologique du professeur. Le cas de la formation initiale. En : BOSCH, M. et al. (Eds.). *Un panorama de la TAD (769-794).* Barcelona: Centre de Recerca Matemàtica.

Azcárate, P. (2004). Los procesos de formación: En busca de estrategias y recursos. En E. Castro & E. de la Torre (Coord.), *Actas del Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 43-60). A Coruña: Universidade da Coruña.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en didactique des mathématiques.* 19(2), pp. 221-266.

Chevallard, Y. (2004). *Les trois principes structurants des PER*. Recuperado el 09 de noviembre de 2016 de http://yves.chevallard.free.fr

Chevallard, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique.* L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, y F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico, 705-746. Recuperado el 09 de noviembre de 2016 de http://yves.chevallard.free.fr

Chevallard, Y. (2013). *Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana*: Alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT*, 2(2), 161-182. doi: http: //dx.doi.org/1 0.4471 /redimat.201 3.26

Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *La Gaceta de la RSME*, 20 (1), 159–169.

Corica, A., Otero, M. (2012). Estudio sobre las praxeologías que se proponen estudiar en un curso universitario de cálculo. *BOLEMA*. 26(42B), 459-482.

Corica, A.; Otero, M. (2016). Diseño e implementación de un curso para la formación de profesores en matemática: una propuesta desde la TAD. *Boletim de Educaçáo Matemática*. 30(55), 763-785.

Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Vigo. España.

Gascón, J., (2003). Efectos del "autismo temático" sobre el estudio de la geometría en secundaria. *Suma*. (I) 44, 25-34.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista. P. (2014). Metodología de la Investigación. 6° edición. *Mc Graw-Hill Interamericana Editores*: Ciudad de México.

Huertas, M., Mor, E. y Guerrero, A. (2010). Herramienta de apoyo para el aprendizaje a distancia de la lógica en ingeniería informática. *Revista de educación a distancia.* Número especial, 1 -10.

Llano, V. C., Otero, M, R. & Gazzola, M. P. (2014). Las funciones racionales en el marco de un recorrido de estudio y de investigación: el estudio de las asíntotas usando GeoGebra como soporte. *Congreso Iberoamericano de Ciencia Tecnología, Innovación y Educación* (artículo 1251). Buenos Aires.

Oliveira, C. (2010). *Organizaciones matemáticas locales relativamente completas*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Vigo. España.

Otero, M. R., Fanaro, M. A., Corica, A. R., Llanos, V. C., Sureda, P. & Parra, V. (Ed). (2013). *La Teoría Antropológico de lo Didáctico en el Aula de Matemática*. Buenos Aires, Argentina: Editorial DUNKEN.

Quijano, M., Corica, A. (2017). Desarrollo de un modelo praxeológico de referencia en torno a lugares geométricos. REDIMAT, 6(2), 192 - 220.

Salazar, R., Del Castillo, R. (2017). Percepción del estudiantado sobre la asignatura de Lógica Matemática. Caso de estudio, Universidad Central del Ecuador. *Revista publicando.* 4(11), pp. 380-387.

Shulman, L. (2006). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 9(2), 1 -30.

Sierra, T., Bosch, M., & Gascón, J. (2012). La formación matemática – didáctica del maestro de Educación Infantil: el caso de "cómo enseñar a contar". *Revista de Educación.* 357, 231-256.