

CÓMO DESARROLLAR LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A PARTIR DEL ANÁLISIS DE TAREAS GENERADAS EN EL AULA

HOW TO DEVELOP MATHEMATICAL COMPETENCE FROM THE ANALYSIS OF TASKS GENERATED IN THE CLASSROOM

Olimpia Castro Mora, Percy Merino Rosario

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. Ministerio de Educación (Perú)

ocastro@minedu.gob.pe, pmerino@minedu.gob.pe

Resumen

En este trabajo precisamos situaciones que ejemplifican cómo se va desarrollando la competencia matemática en los estudiantes a través de tareas constituidas por tres dimensiones como es el contenido, la capacidad y el contexto, al resolver situaciones problemáticas de distinta complejidad. Esta propuesta surge de las evidencias encontradas en los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de Perú, lo que nos lleva a presentar ejemplos de tareas que permite reflexionar sobre el aprendizaje de los estudiantes y sus dificultades. Con estos ejemplos se realiza el análisis de tareas detallando el contenido didáctico y matemático con la finalidad que los docentes puedan proponer actividades que les permita organizar las nociones y las relaciones de los temas matemáticos a enseñar y tener mayores recursos para atender a las dificultades que se vienen presentando.

Palabras clave: competencia matemática, análisis de tareas, capacidades, conocimientos matemáticos

Abstract

In this work, we show situations that exemplify how the mathematical competence develops in students through tasks that include three dimensions such as content, capacity and context when they are solving problems of different complexity. This proposal arises from the evidence found in the results of the Peruvian Census Student Assessment (also known as ECE for its acronym in Spanish). These results lead us to present examples of tasks that allow the reflection on students' learning and its difficulties. Through these examples, we analyze the tasks, detailing the didactic and mathematical contents in order to enable teachers to propose activities that allow them to organize the notions and the relationships of the mathematical topics to be taught and also to have more resources to pay attention to the difficulties that have been taking place when performing a task

Key words: mathematical competence, task analysis, abilities, mathematical knowledge

■ Introducción

La Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) realizada en Perú, tiene como finalidad medir el nivel de desarrollo de la competencia matemática que van alcanzando los estudiantes de los grados evaluados, mediante situaciones propuestas en diversos contextos, las cuales llevan al estudiante a poner en uso los conocimientos y capacidades matemáticas que van adquiriendo en los años de escolaridad. A partir de los resultados de la ECE aplicada en el año 2015 y 2016 a 2° y 4° de primaria y 2° de secundaria, se evidencia que pocos estudiantes alcanzan los aprendizajes esperados de Matemática al finalizar los diferentes ciclos de la escolaridad. En primaria aproximadamente 30% de los estudiantes y en secundaria alrededor de 12% de los estudiantes alcanzan el nivel satisfactorio, es decir, que aprenden lo esperado según el currículum nacional.

Con los resultados obtenidos en la ECE, se busca fomentar la reflexión y el diálogo docente sobre los logros y las dificultades que tienen en Matemática los estudiantes de los grados evaluados. El principal objetivo es que el docente pueda diseñar estrategias pedagógicas que afiancen los aprendizajes alcanzados y puedan atender a las dificultades presentadas (Ministerio de Educación [MINEDU], 2017a). Para esto, utilizamos algunas de las tareas propuestas en la ECE (preguntas liberadas) con el propósito de brindarle al docente orientaciones didácticas que le permita realizar un análisis de estas tareas y así tener claridad no solo de los contenidos matemáticos que espera que sus estudiantes aprendan sino también de la manera cómo desarrollan este aprendizaje.

■ Marco teórico

La ECE busca recoger información de cómo van desarrollando los estudiantes la competencia matemática a lo largo de la escolaridad. MINEDU (2016a) define la competencia matemática como “un saber actuar deliberado y reflexivo que selecciona y moviliza una diversidad de habilidades, conocimientos matemáticos, destrezas, actitudes y emociones, en la formulación y resolución de problemas en una variedad de contextos” (p.41). De ahí que las tareas presentadas en la ECE permiten poner en juego los conceptos aprendidos de matemática tanto de una manera formal como de una manera flexible e intuitiva, basada en el razonamiento y aplicación de diversas estrategias.

Por otro lado, más allá de ser una evaluación, la ECE moviliza un conjunto de acciones que impulsan el desarrollo de la competencia matemática desde el aula. Siendo así, es importante que el docente preste especial atención al análisis didáctico de las tareas matemáticas que propone a sus estudiantes. Como señala Gómez (2005, citado en Rico, Lupiañez y Molina, 2013), el análisis didáctico de estas tareas permite dar una revisión y reflexión profunda a aspectos específicos las matemáticas con la finalidad de enriquecer la actividad docente en el proceso de la planificación, de llevar a cabo la práctica y de evaluar las unidades didácticas.

Desde este escenario, ¿qué se entiende por análisis didáctico? Gómez (2005), utiliza la expresión “análisis didáctico” para referirse a la conceptualización de las actividades que el profesor de matemáticas debería realizar para diseñar, llevar a la práctica y evaluar las unidades didácticas que desarrollará en clase. En ese sentido, el análisis didáctico se convierte en una herramienta que permite profundizar sobre los múltiples significados de un concepto matemático y seleccionar aquellos que se quieren priorizar en el aprendizaje del estudiante.

Lupiañez y Rico (2009) definen cuatro tipos de análisis sobre la enseñanza de la matemática, con los que es posible profundizar un concepto matemático para constituirlo como objeto de enseñanza. Estos son el análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y el de actuación.

En el análisis de contenido, el profesor identifica, selecciona y organiza los significados de los conceptos y procedimientos de un contenido matemático que considera relevantes a efectos de su planificación como contenidos escolares aptos para la enseñanza.

En el análisis cognitivo, el contenido deja de ser el foco de atención y este se orienta en el aprendizaje del estudiante. Según, M. J. González, P. Gómez, J. L. Lupiáñez (2010), en este análisis se realiza una descripción de las expectativas del aprendizaje, es decir, se determina cuál es la competencia que se quiere enfatizar, se selecciona los objetivos de aprendizaje que se pretenden desarrollar y se identifica qué capacidades de los estudiantes se ponen en juego. Asimismo, se determina las limitaciones del aprendizaje de un contenido matemático, al identificar qué dificultades y errores van a surgir en este proceso y finalmente, se organiza la selección de tareas que propondrá al estudiante como oportunidades de aprendizaje, tareas que se distancien de lo rutinario y que sean integradoras de diversas capacidades y competencias.

En el análisis de instrucción, el docente selecciona, diseña y secuencia las tareas que empleará en la enseñanza para lograr las expectativas de aprendizaje que ha definido anteriormente. También analiza los diferentes materiales y recursos que podrá emplear en sus clases y delimita los criterios y los instrumentos de evaluación.

En el análisis de actuación, luego de implementar la unidad didáctica, el docente obtiene información acerca de la medida en que se han logrado las expectativas de aprendizaje establecidas, la funcionalidad de las tareas empleadas o la bondad de las herramientas de evaluación puestas en juego. Esta información es útil de cara a la próxima implementación de la unidad diseñada o al inicio de la planificación del tema siguiente.

Desde esta perspectiva, en este trabajo nos centramos solo en el análisis cognitivo de algunas de las tareas propuestas en la ECE ya que las características de este análisis le dan sustento a la necesidad de atender y comprender su modelo de evaluación y el reconocimiento de los logros y dificultades de los estudiantes evaluados. Todo esto, desde un marco en el que la ECE no es el fin del aprendizaje en la Educación Básica Regular sino una herramienta que busca movilizar acciones para una mejora de sus aprendizajes.

■ Metodología

Este trabajo es la propuesta de un taller dirigido a docentes donde se precisa cómo se desarrolla la competencia matemática a partir de la intervención de tres aspectos: capacidad, contenidos y contextos. La capacidad se refiere a las habilidades puestas en juego por el estudiante frente a cierto tipo de tareas, como interpretar, representar, modelar, evaluar, conjeturar, entre otras. Estas se relacionan con los conocimientos y experiencias que son necesarias para poder resolver una determinada tarea (Lupiañez y Rico, 2008). Por otro lado, este concepto de competencia matemática está alineado con lo estipulado en el currículo nacional de Perú y también al modelo de evaluación que rige la ECE.



Figura 1. Modelo de Evaluación de la Competencia Matemática en la ECE
Fuente: Adaptado de MINEDU (2017b)

Al comunicar los logros y las dificultades en el aprendizaje de la matemática, evidenciados por la ECE, se realiza la práctica del análisis cognitivo de tareas para identificar cómo está elaborado y cuál es la propuesta de cada tarea presentada de acuerdo a los lineamientos de la competencia matemática arriba mencionados. De esta manera, en la

expectativa de aprendizaje se precisa los conocimientos matemáticos que se quieren evaluar, así como el indicador u objetivo propuesto y las capacidades que intervienen para la resolución de la tarea propuesta, que están en relación directa con el contexto planteado. Al realizar la presentación detallada de la tarea propuesta que involucra los conceptos y la variedad de estrategias que ponen en juego los estudiantes para su resolución, se pone en evidencia las oportunidades a las que se enfrentan, ya que se aprecian sus logros de aprendizaje, pero también los posibles errores que podrían cometer y las causas que los originan (dificultades). En esta última parte, se reflexiona sobre la manera cómo puede ser atendido, desde las aulas, tanto el proceso de aprendizaje como el de retroalimentación ante el error, lo que fortalece sus oportunidades en el proceso de aprender.

Para presentar la forma en que se realiza el análisis cognitivo de estas tareas, se desarrollan algunos ejemplos basados en tareas aplicadas en las evaluaciones censales, donde se precisa para cada uno la siguiente estructura:

Información general de la tarea compuesta por el contenido, la capacidad y el contexto en que se desarrolla, así como el indicador de aprendizaje que permite al docente comprender mejor la intención a evaluar. (Expectativas de aprendizaje en el análisis cognitivo).

Presentación de los resultados de la tarea en la evaluación censal mostrando la tasa de respuesta correcta entre las alternativas, así como de aquellos distractores que destacaron por su alto porcentaje. Aquí se podría evidenciar las oportunidades de aprendizaje a las que se han enfrentado los estudiantes, pero también las posibles dificultades manifestadas a través de su error.

Reflexión desde los resultados para analizar las oportunidades de aprendizaje que podrían tener los estudiantes, a partir de las situaciones planteadas y las sugerencias de cómo se podría abordar la comprensión de una noción matemática. Con esto, el docente podrá atender a las necesidades y potencialidades del aprendizaje de sus estudiantes e identificar en qué radica el error cometido para poder advertir dificultades que suelen presentarse en el proceso enseñanza-aprendizaje.

■ Análisis de las tareas propuestas en la ECE

En el análisis de tareas se muestran ejemplos de situaciones de los tres grados evaluados en la ECE, 2º, 4º de primaria y 2º de secundaria y se ha considerado que estos aborden distintos contenidos en las diferentes competencias según el currículo nacional peruano.

En la Figura 2 se muestra el primer ejemplo de una tarea propuesta en una prueba modelo aplicada a los estudiantes de segundo grado de primaria. De acuerdo MINEDU (2015), esta tarea cumple con las siguientes características:

Competencia: Cantidad. Contenido: Comparación de números. Capacidad: Razona y argumenta. Contexto: Extra-matemático. Indicador: Identifica números mayores o menores que un referente.



Figura 2. Tarea aplicada a 2º de primaria
Fuente: MINEDU (2015, p.6)

En esta tarea de comparación de cantidades, cuya respuesta es la alternativa *b*, solo hubo un 30% de acierto. La mayor frecuencia de respuesta está en la alternativa *a*, por ser la cantidad más cercana a 43 y, en menor porcentaje se marcó la alternativa *c*, que es una cantidad que contiene los dígitos en mención.

Estas respuestas permiten reflexionar al docente que hay tareas de comparación de números que tienen un referente y se basa en la inclusión jerárquica (Kamii, 2003), es decir, donde el estudiante identifique que en 40 hojas no se puede encontrar 43 hojas, pero en 50 hojas sí, tareas que son complejas para el estudiante. Sobre todo, si se contrasta con tareas donde la comparación de cantidades es solo relación de orden, es decir, indicar cuál de los números es mayor o es menor respecto a un referente. Según MINEDU (2015), en estas tareas de relación de orden se tiene un 80% de acierto, lo que indica que en tareas donde interviene la noción de número y la inclusión jerárquica de manera abstracta, constituye un grado de dificultad mayor para el estudiante.

Frente a estas evidencias, qué actividades debemos considerar en nuestras clases para advertir errores como estos, para que los conceptos que van desarrollando los estudiantes sean comprendidos, aplicados y razonados al ponerlo en juego en situaciones nuevas. Es necesario atender a las etapas de construcción del número entre ellos la conservación de la cantidad, la inclusión jerárquica y la comparación de cantidades que impliquen evaluar situaciones para decidir si elegir al mayor o menor número según las condiciones dadas. Los estudiantes que marcaron la alternativa *c*, tienen dificultades en la comprensión de la cantidad, descomposición del número, el valor posicional, aspectos que deben ser retroalimentados como parte de la comprensión del sistema de numeración decimal.

En la Figura 3 se muestra un ejemplo de una tarea de la ECE aplicada a los estudiantes de cuarto grado de primaria. De acuerdo MINEDU (2018), esta tarea ubicada en el bloque 1 posición 14 cumple con las siguientes características:

Competencia: Cantidad. Contenido: Significados multiplicativos. Capacidad: Matematiza. Contexto: Extra-matemático. Indicador: Resuelve situaciones que implican interpretar el sentido del residuo en una división.

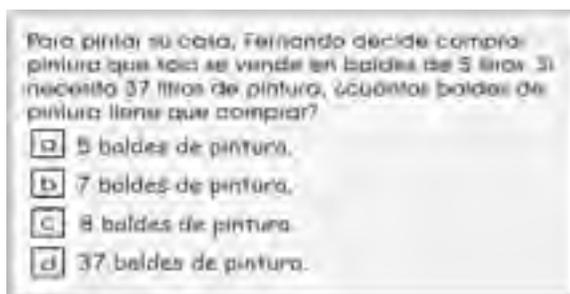


Figura 3: Tarea aplicada a 4° de primaria
Fuente: MINEDU (2017b, p.25)

En esta tarea, menos del 30% de los estudiantes respondieron adecuadamente 8 baldes, por el contrario, mayor frecuencia de respuesta tuvo la alternativa *b*, y en menor frecuencia se observó la alternativa *d*. A qué se debe que los estudiantes marquen la alternativa *b* o la alternativa *d*. Al analizar las posibles estrategias que pudo haber utilizado el estudiante para resolver esta tarea, podemos identificar también las posibles dificultades que enfrenta el estudiante.

Estas tareas pueden ser resueltas aplicando una diversidad de estrategias todas basadas en el modelo multiplicativo, ya sean gráficas, simbólicas o numéricas. Estas pueden expresar significado de *veces repetidas*, es decir, 5 litros varias veces hasta que alcance 37 litros como mínimo como también el significado de reparto, donde se busca cuántos grupos de 5 litros se puede formar con 37 litros y en todo ello lo que es de vital importancia es la interpretación del excedente, que son los 2 litros de pintura que, según la situación, esta debe ser tomada en cuenta

para que alcance, y en ambos casos lleva a considerar 8 baldes para que alcancen los 37 litros necesarios. Sin embargo, usualmente en clases se llama a este excedente como “lo que sobra” interpretando el estudiante que no se debe tomar en cuenta, por lo tanto alineado con esto marca la alternativa *b*.

Frente a estas evidencias, qué actividades debemos tomar en cuenta en nuestras clases para advertir errores como estos. Es necesario partir de situaciones que le den significado a lo que se está trabajando y no centrarse solo en los nombres de los elementos de la operación y su procedimiento mecánico. Se requiere de situaciones que permitan darle una fuerza de interpretación y toma de decisiones para este residuo, lo que centra la dificultad en esta tarea ya que el estudiante suele replicar lo que en reiteradas oportunidades ha realizado de manera automática que el residuo es lo que sobra de la operación y por lo tanto, no se toma en cuenta. Procedimiento que resulta por lo general de la aplicación de algoritmos descontextualizados.

Por otro lado, se observa que hay estudiantes que marcan como respuesta el dato del problema que se refiere a cuánta pintura necesita en total sin atender a las unidades si son litros o baldes, en este caso la alternativa *d*. Estas evidencias nos indican la importancia de construir las nociones matemáticas, entre ellas los significados de las operaciones partiendo de situaciones contextualizadas, razonadas y que lleven a toma de decisiones y no solo a la aplicación de rutinas algorítmicas, es decir, dándole el sentido fenomenológico a los contenidos (Rico, 2016).

En la Figura 4 se muestra un segundo ejemplo de una tarea aplicada en la ECE a los estudiantes de segundo grado de secundaria. De acuerdo MINEDU (2017a), esta tarea cumple con las siguientes características:

Competencia: Forma, movimiento y localización. Contenido: Área de figuras planas. Capacidad: Elabora y usa estrategias. Contexto: Intramatemático. Indicador: Resuelve situaciones que pide calcular el área de un polígono.

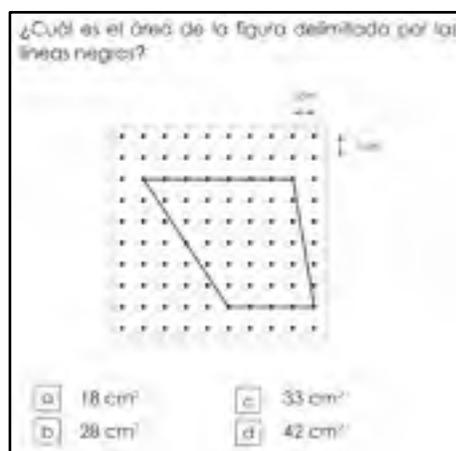


Figura 4: Segundo ejemplo de tarea aplicada a 2° de secundaria
 Fuente: MINEDU (2017a, p.26)

Los estudiantes que lograron responder correctamente esta tarea han podido utilizar diversas estrategias en su resolución dado que el formato gráfico daba mucha información para identificar los datos que eran necesarios para su planteamiento. MINEDU (2017a) propone las estrategias que se muestran en la Figura 5. En la primera estrategia, se calcula el área realizando la descomposición de la figura en otros polígonos más sencillos como son triángulos y rectángulos, lo que implica finalmente sumar áreas. La segunda estrategia consiste en componer una gran figura, como es el rectángulo de 6×8 para luego quitarle los triángulos que no corresponden a la figura original, siendo en este caso, la resta de áreas. La tercera estrategia, consiste en identificar los elementos de la figura, relacionar los

lados que son paralelos y clasificarlo como trapecio a pesar de estar en una posición poco usual, y de esta manera calcular su área usando su fórmula.

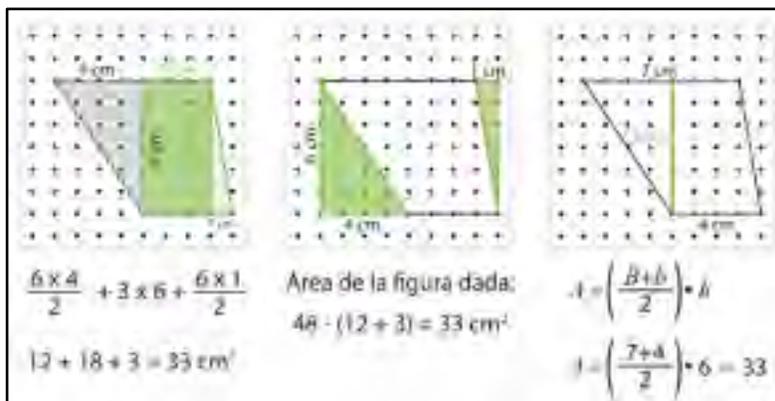


Figura 5: Estrategias de solución para el segundo ejemplo de tarea aplicada a 2° de secundaria.

Fuente: MINEDU (2017a, p.27)

Sin embargo, pese a tener oportunidad de usar variadas estrategias, solo el 25% de los estudiantes evaluados lograron responder con acierto la alternativa c. ¿Por qué los estudiantes eligen la alternativa a? Minedu (2017a) concluye en base a las evidencias recogidas que los estudiantes que marcaron la alternativa a confunden la noción de área con la de perímetro. Por lo tanto, este grupo de estudiantes requiere de actividades que afiancen la noción de área desde actividades concretas que ayuden a formar el concepto de área, así como también lo correspondiente a la medida de longitud. Por otro lado, tenemos el grupo de estudiantes que todo lo que es tarea de área de un polígono lo asocian de manera automática con la fórmula de largo por ancho, siendo la alternativa b la que implica la multiplicación de las dos longitudes encontradas. También en la alternativa d se refleja esta asociación al multiplicar la base mayor por la altura.

Estas reflexiones nos confirman que el aprendizaje mecánico, el manejo de fórmulas sin sentido hace que el estudiante no comprenda lo que hace y lo lleve a que olvide fórmulas, confunda elementos, pero lo más serio es que esta rigidez no les permite utilizar nuevos o diferentes procedimientos a pesar de tener diferentes elementos dados en el formato gráfico, donde basta con el concepto para poder construir su respuesta. Esto nos advierte que construir las nociones, explorar los elementos y consolidar los conceptos permite aprendizajes flexibles, confianza en sus intentos y seguridad en el uso de diversas estrategias en la solución de situaciones.

En la Figura 6 se muestra un tercer ejemplo de una tarea aplicada en la ECE a los estudiantes de segundo grado de secundaria. De acuerdo MINEDU (2016b), esta tarea cumple con las siguientes características:

Competencia: Regularidad, equivalencias y cambio. Contenido: Funciones lineales y afines. Capacidad: Razona y argumenta. Contexto: Extramatemático. Indicador: Argumenta su decisión sobre supuestos que han sido generados a partir de la información de una situación realista que involucra funciones lineales.



Figura 6: Tercer ejemplo de tarea aplicada a 2° de secundaria
 Fuente: MINEDU (2016b, p.7)

En estas tareas de respuesta abierta es una gran oportunidad para evaluar el razonamiento y la argumentación a través de la justificación de sus afirmaciones. En este caso en particular, el estudiante debe explicar y dar ejemplos que contradigan la afirmación propuesta por Santiago. Cabe reconocer que estas habilidades son las más complejas y su tasa de acierto lo señala. Solo el 24 % de los estudiantes logró resolver adecuadamente esta pregunta.

Sin embargo, algunos de ellos argumentan el cambio a partir de la interpretación de una regularidad numérica, es decir, identifican que la cantidad de agua almacenada aumenta a 50 ml por minuto, o a 100 ml cada 2 minutos, o también a 200 ml cada 4 minutos, por ello, a los 8 minutos la cantidad de agua almacenada es de 1 200 ml y no de 2 000 ml. Por otro lado, pueden también argumentar el cambio a partir de una generalización algebraica señalando que la cantidad de agua (y) y el tiempo transcurrido (x) se relacionan con la expresión $y = 800 + 50x$ o una equivalente. Algunos estudiantes hacen referencia a esta relación a través de la pendiente de la recta, ya que ella define la razón de cambio de la cantidad de agua al transcurrir el tiempo.

Está también la posibilidad de argumentar el cambio a partir de sus nociones de proporcionalidad al probar que no necesariamente al duplicarse el tiempo se duplica la cantidad de agua del depósito. Es decir, cuestionan el razonamiento de Santiago ya que lo propuesto no cumple con las características de una función lineal proporcional. Por ejemplo: indican que no se cumple porque, si fuera así, la gráfica debería pasar por el origen. De la misma manera, pudieron argumentar el cambio a partir de la interpretación de la gráfica, analizando la correspondencia entre las dos variables (minutos y cantidad de agua), identifican la regularidad de cambio entre estas dos variables, y ubican, predicen o estiman la cantidad de agua que podría haber al cabo de 8 minutos.

Un 66,0 % de los estudiantes se equivocó al resolver esta pregunta, presentando las siguientes dificultades: el 28,0 % de los estudiantes manifestó su acuerdo con el razonamiento de Santiago y argumentaron con las ideas de proporcionalidad mencionadas en el problema. Utilizaron estrategias como la duplicación de cantidades, la aplicación de una regla de tres simple, etc., para probar que Santiago tenía razón. El 16,0 % de los estudiantes expresó su desacuerdo con Santiago, empleando argumentos imprecisos o errados. Y el 22,0 % de los estudiantes manifestó su desacuerdo con el razonamiento de Santiago, pero no argumenta, tal vez porque carece de herramientas para ello (dificultades en la comprensión de la situación, en interpretar la gráfica o sus elementos, en identificar la regularidad, en establecer la relación entre las variables, etc.)

El análisis de esta tarea nos lleva a la evidencia que por lo general el estudiante calcula valores, representa gráficamente situaciones, pero es poco frecuente en clase tomar postura y justificar su pensamiento a partir de la

interpretación de representaciones de funciones lineales o afines. En este aspecto hay mucho que desarrollar en habilidades argumentativas que permita al estudiante integrar sus conocimientos con las capacidades puestas de manifiesto en diversos contextos.

■ Reflexiones

A partir de la experiencia compartida en este artículo, podríamos decir que el análisis de tareas matemáticas en el aula (desde lo cognitivo), sería un aspecto que impulsaría el desarrollo de la competencia matemática, porque:

- Involucra trabajar sobre los diversos significados que tiene un concepto matemático y las habilidades que se quieren desarrollar de acuerdo con lo esperado en el grado o ciclo escolar del estudiante.
- Permite proponer situaciones que fomenten el desarrollo de las diferentes capacidades y de distinta complejidad, brindando oportunidades de aprendizaje oportunas y adecuadas a la realidad de cada estudiante.
- Permite atender a las necesidades y potencialidades de aprendizaje que tienen los estudiantes.
- Ayuda al docente a organizar la gestión de labor de enseñanza, y anticiparse a los posibles errores que podrían tener los estudiantes y a las dificultades que las originan.
- Permite reflexionar sobre el error del estudiante y atender de mejor manera el proceso de retroalimentación.

■ Referencias bibliográficas

- González, M. J., Gómez, P., & Lupiáñez, J. L. (2010). *Análisis cognitivo*. Apuntes de MAD. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Kamii, C. (2003). *El niño reinventa la aritmética Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: A Machado Libros S.A.
- Lupiáñez, J. y Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*, 3(1), 35-48.
- Ministerio de Educación (2015). *Demostrando lo que hemos aprendido 2.º grado de primaria. Parte I* Lima, Perú: Autor
- Ministerio de Educación (2016a). *Marco de fundamentación de las pruebas de la evaluación censal de estudiantes*. Lima, Perú: Autor.
- Ministerio de Educación (2016b). *¿Qué logran los estudiantes en Matemática? 2.º grado de secundaria*. Lima, Perú: Autor.
- Ministerio de Educación (2017a). *¿Qué logran los estudiantes en Matemática? 2.º grado de secundaria*. Lima, Perú: Autor.
- Ministerio de Educación. (2017b). *¿Qué logran los estudiantes en Matemática? 2.º y 4.º grado de primaria*. Lima, Perú: Autor.
- Ministerio de educación (2018). *Reporte técnico de la evaluación censal de estudiantes (ECE 2016) 2.º grado y 4.º grado de primaria (EBR, EIB), 2.º grado de secundaria*. Lima, Perú: Autor.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemática*. Granada: Editorial Comares S. L.
- Rico, L., Moreno, A. y Del Río, A. (2016). *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*. Madrid: Ediciones Pirámide.