

UM OLHAR PARA O CONHECIMENTO COMUM E ESPECIALIZADO DE UMA PROFESSORA ACERCA DA DIVISÃO POR PARTES E DA DIVISÃO POR QUOTAS

A LOOK AT A TEACHER'S COMMON AND SPECIALIZED KNOWLEDGE REGARDING DIVISION BY PARTS AND BY QUOTAS

Diná Correia, Angélica Garcia Silva, Eurivalda Santana
Universidade Anhanguera de São Paulo Universidade Estadual de Santa Cruz. (Brasil)
dina.uesc@gmail.com, angelicafontoura@gmail.com, eurivalda@hotmail.com

Resumo

Este artigo tem o propósito de analisar o conhecimento comum e o especializado de uma professora dos anos iniciais em relação aos significados da divisão. A coleta de informações desta pesquisa, de natureza qualitativa, se deu em dois momentos: em entrevista concedida dois anos após sua participação em um grupo de estudos constituído na própria escola em que lecionava e na análise da elaboração de situações durante um curso de formação continuada que ocorria concomitantemente com os estudos do grupo. Teoricamente a investigação fundamentou-se em Vergnaud (2009) e Ball, Thames e Phelps (2008). Verificou-se que a professora reconheceu a diferença entre as duas classes de situações – partição e quota –, mas não as nomeou. Ademais, embora apresentasse uma resolução correta, utilizando-se dos esquemas: algoritmo da divisão e/ou esquema de razão entre as quantidades das grandezas, não apresentou argumentos para justificar essas escolhas.

Palavras-chave: divisão por partes e por quota, conhecimento profissional docente, grupo de estudos

Abstract

This paper is aimed at presenting the analysis of a teacher's specialized knowledge on division at the early years of elementary school, after two years of her concomitant participation in a study group, and in a centralized development process. This type of knowledge was made explicit when she solved two situations involving division. This research is based on theoreticians such as Vergnaud (1983, 2009) for the analysis of concepts involving division and its types - part and quota -; and Ball, Thames and Phelps (2008) regarding specialized knowledge and its teaching. With respect to its methodology, this is a qualitative research that uses data collected in a semi-structured interview in which the teacher analyzes and answers questions about the two division situations, justifying her choices. She also collected data while participating in both training processes: the elaboration of situations and the study group sessions involved the topic. It was possible to identify her perception regarding the difference between the two types of situation - part and quota - without naming them. Moreover, although she presented a correct solution using two schemes: algorithm of division and/or scheme of quantity ratio, she did not present arguments to justify such choices.

Key words: part- and -quota division, specialized content knowledge, study group

■ Introdução

Neste trabalho, analisamos a resolução e as justificativas dadas por uma professora dos anos iniciais para duas situações de divisão, envolvendo suas classes – partição e quota. O objetivo deste estudo é investigar os conhecimentos comum e especializado do conteúdo divisão entre números naturais, evidenciados por essa docente, decorridos dois anos após sua participação em um processo formativo no interior de um grupo de estudos e, concomitantemente, em uma formação continuada mais ampla, no âmbito do Observatório de Educação.

Para realizar esta pesquisa propusemos a seguinte questão: “Quais conhecimentos são explicitados por uma professora dos anos iniciais do ensino fundamental, quando resolve, analisa e comenta duas classes de situações de divisão, dois anos após sua participação em processos formativos na própria escola?”. Em busca de respostas à questão proposta, apoiamos-nos em teóricos que tratam das estruturas multiplicativas, como Vergnaud (1983, 2009), e os que abordam os conhecimentos comum e especializado deste ensino, como Ball, Thames e Phelps (2008).

Para apresentar esta investigação, exporemos, nesta ordem, a relevância desta pesquisa, por meio da apresentação e da análise de investigações na área; a fundamentação teórica que norteou a pesquisa; os procedimentos utilizados; a análise e a discussão dos dados coletados; e, finalmente, nossas considerações finais.

■ Relevância e fundamentação teórica

Para justificar a temática escolhida para esta investigação, procuramos, em resultados de pesquisas na área, indícios de dificuldades dos alunos para compreender as ideias que envolvem a divisão. Campos (2007), por exemplo, apresenta uma análise da produção de erros de 45 estudantes de 4.^a, 5.^a e 7.^a séries do ensino fundamental na aprendizagem da divisão e conclui que o significado de divisão por quotas não era muito conhecido pelos alunos investigados. Observa que grande parte deles encontrou dificuldades para compreender as relações entre os termos da divisão (dividendo, divisor, quociente e resto). A autora também procurou relacionar os resultados encontrados com os saberes dos professores desses estudantes e observou que esses profissionais também apresentavam lacunas no conhecimento a respeito do conceito dessa operação, uma vez que não souberam diferenciar as diferentes categorias de situações.

Além disso, vários estudos nos mostram ser fundamental que os professores tenham esse conhecimento. Pesquisas como as de Borba e Silva (2016, p.80), por exemplo, chamam a atenção para a necessidade de o professor dos anos iniciais propor uma variedade de situações, em diferentes níveis de dificuldade, de forma que, em seu modo de resolução, deem significado à operação de divisão, e garantam que seus alunos compreendam esse conteúdo.

Todavia, parece que essa diversidade não vem ocorrendo como o esperado. Merlini, Magina e Santos (2013), por exemplo, observam que os professores que ensinam matemática não elaboram e não trabalham, na maioria das vezes, com as duas classes de situações de divisão – partição e quota – e somente utilizam em suas aulas a ideia de partilha. Os autores relatam que professores dos anos iniciais em um estado brasileiro elaboraram seis situações envolvendo a multiplicação e/ou a divisão. Resultaram desse trabalho 64 situações criadas e validadas pelos autores sob ponto de vista conceitual e didático, 48 das quais (75%) solicitavam, para a sua resolução, a operação de multiplicação e 16 (25%), a operação de divisão, porém todas as situações elaboradas eram da classe partição.

Da mesma forma, Correia (2016), na fase inicial da sua pesquisa, ao analisar situações do campo multiplicativo elaboradas pelos professores, identificou que, de um total de 19, sete delas sugeriam a ideia da multiplicação; e todas as 12 restantes, que aplicavam a divisão, envolviam a ideia de partição. Analisando essas duas investigações, notamos que nelas os professores não elaboraram situações que envolviam a classe de divisão por quota. Desse modo, neste trabalho, o tratamento dado às duas situações propostas está em reconhecer a operação divisão com

números naturais e, além disso, verificar se a professora identifica essas duas diferentes classes desta operação, como as resolve e quais justificativas apresenta, ao analisar suas respostas. Nesse contexto, consideramos relevante investigar os conhecimentos dessa professora que participou de estudos em grupo sobre a divisão e, concomitantemente, também integrou um curso de formação que refletiu sobre as estruturas multiplicativas. Para analisar os dados coletados, nos apoiamos em teorias que discutem o conhecimento profissional docente e estudos sobre as estruturas multiplicativas, os quais serão descritos a seguir.

■ O Marco teórico utilizado nesta investigação

Fundamentados em Ball, Thames e Phelps (2008), consideramos que, para o professor dos anos iniciais do ensino fundamental desenvolver o ensino das estruturas multiplicativas, seria muito importante que ele tivesse adquirido uma base de conhecimentos necessários para o ensino dessas estruturas, e é nesse contexto Ball e colaboradores discutem o conhecimento comum e o conhecimento especializado desse conteúdo. Do ponto de vista dos autores, o conhecimento comum do conteúdo diz respeito ao conhecimento matemático utilizado em outros contextos, além daqueles do ensino. No âmbito da divisão entre Números Naturais, refere-se tanto a determinar respostas corretas para esta operação como a resolver de forma acertada situações que envolvam a ideia de divisão. Nesse contexto, esse é considerado um conhecimento necessário ao professor de matemática, mas não é somente dele.

O conhecimento especializado do conteúdo, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), é o conhecimento matemático utilizado somente para o ensino e é necessário ao professor para que desempenhe bem sua prática de ensinar. Quanto à divisão, o conhecimento especializado para o seu ensino consiste em saber reconhecer suas classes – partição e quota – para a resolução de situações diversas. Tal conhecimento possivelmente promove a compreensão de seus alunos a respeito não só das diferentes formas de resolver esta operação, utilizando-se unicamente das regras operatórias – o algoritmo –, mas também das diferentes ideias que envolvem essa operação.

Para discutir os diversos significados da divisão, buscamos apoio também na Teoria dos Campos Conceituais, em específico a respeito do campo conceitual multiplicativo (Vergnaud, 1983, 2009). A seguir descreveremos os pressupostos dos estudos que servirão como marco teórico desta investigação.

Resolução de situações como forma de ressignificar o conhecimento da divisão

Uma das categorias de relações multiplicativas definidas por Vergnaud (2009, p.239) é o Isomorfismo de Medidas, como uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras, medidas de outro tipo; e ainda comporta uma multiplicação ou uma divisão. O autor considera a divisão como a mais complexa das quatro operações, porque implica, ao mesmo tempo, a subtração, a multiplicação e a busca por teste ou enquadramento dos algarismos do quociente, referindo-se às regras operatórias propriamente ditas, ou seja, o uso do algoritmo para obtenção do resultado; e sugere a resolução de situações como uma alternativa viável para a ressignificação deste conhecimento. Trata a divisão com a ideia da razão entre quantidades de mesma grandeza (divisão por partes- situação A) e entre grandezas distintas (divisão por quotas- situação B), descritas na Figura 1 e expostas a seguir:

Figura 1: Exemplo de situações envolvendo as duas classes de divisão

Situação A: Paguei R\$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa? Situação B: Pedro tem R\$ 12,00 e quer comprar pacotes de bala a R\$ 4,00 o pacote. Quantos pacotes ele pode comprar?

Fonte: Vergnaud (2009, p.239-240)

Segundo Vergnaud (2009), as duas situações, ao serem representadas em forma de esquemas (quadro de correspondência entre duas espécies de quantidades), mostram a relação existente entre as quatro quantidades (situação A: garrafas e reais e situação B: pacotes e reais), em que uma delas representa a quantidade que se busca, como mostram as Figuras 2 e 3, a seguir:

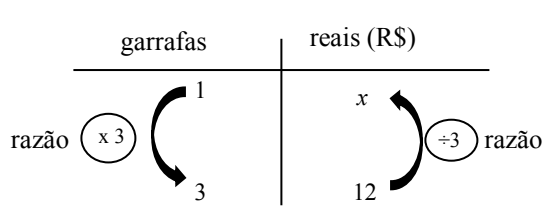


Figura 2: Situação A- esquema de representação

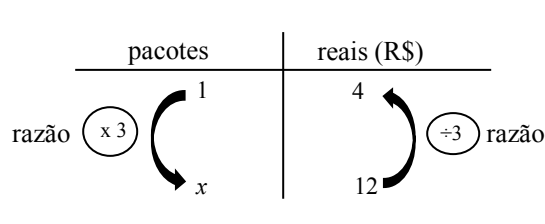


Figura 3: Situação B-esquema de representação

Fonte: Vergnaud (2009, p.240)

A operação que permite resolver tais situações é, em ambas, uma divisão, porém, segundo Vergnaud (2009, p.242), esse fato não coloca em jogo as mesmas noções, ou seja, na situação A, da Figura 2, é preciso encontrar o valor unitário, quando o valor correspondente a certa quantidade é conhecido (divide-se R\$ 12,00 por 3, para encontrar x reais - divisão por partes); e, na situação B, da Figura 3, tem-se o valor unitário e uma quantidade dada, e deseja-se determinar quantas quotas se podem obter com essa quantidade (divide-se R\$ 12,00 por 4 para obter x pacotes – divisão por quotas). O operador $\div 3$ que representa a relação vertical de baixo para cima é um operador sem dimensão (escalar) e inverso ao operador $\times 3$ (vezes 3). Compreender as similitudes e as diferenças entre os dois tipos de situações possibilita ao professor analisar as estratégias utilizadas por seus estudantes para sua resolução e justificar corretamente, do ponto de vista matemático, as escolhas utilizadas por eles.

■ Procedimentos metodológicos

Este trabalho apresenta um caráter qualitativo baseado em Garnica (2004 p. 86), que discute que uma das suas características é a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, e o objetivo da pesquisa será comprová-la ou refutá-la. O procedimento de análise foi norteado por Bardin (2016), sobretudo, quanto ao que o autor denomina de *Tratamento dos resultados, as inferências e a interpretação*: buscamos dar significados, em profundidade, às afirmações da professora que permitissem compreender nosso objeto de estudo.

Os dados da pesquisa envolvidos neste trabalho foram coletados a partir da participação da professora, a qual chamaremos de forma fictícia de Alice, em dois processos formativos na sua própria escola: quando da elaboração de situações em um dos encontros da formação mais ampla e nas sessões de estudos em grupo envolvendo a operação de divisão.

Dois anos após o término dessa participação, foi realizada com a docente uma entrevista semiestruturada, durante a qual foram propostas a ela as seguintes ações: 1) resolução de duas situações; 2) apresentação de justificativas para a escolha feita para sua(s) resolução(ões); 3) descrição das semelhanças e das diferenças entre as classes envolvidas nas situações propostas.

As duas situações apresentadas para a professora foram as seguintes:

Situação (A): A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente entre seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar?
Situação (B): Em uma caixa de chicletes vêm 2 unidades. João precisa de 18 chicletes. Quantas caixas de chicletes ele vai ter que comprar?

As situações sugeriam a operação de divisão, em suas duas classes: por partes (situação A) e por quotas (situação B).

Após a resolução das situações A e B, os registros das respostas orais gravadas em áudio e transcritas na íntegra foram analisados, à luz das abordagens teóricas indicadas. Utilizamos também dados coletados nos instrumentos diagnósticos dos processos formativos descritos a seguir. A professora Alice, licenciada em Pedagogia, tinha 40 de idade no ato da investigação e possuía, 18 anos de docência, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental.

A professora e o conhecimento da divisão explicitado durante os dois contextos de formação

Reiteramos que a professora Alice havia participado há dois anos de um processo formativo em um grupo de estudos na própria escola e, de forma concomitante, de uma formação mais ampla no âmbito do Observatório da Educação. Nos dois contextos, o tema estudado foi a teoria do campo conceitual multiplicativo, de Vergnaud (1983, 2009), a partir de diversas atividades práticas vivenciadas, dentre elas, a elaboração de situações com este foco e a sua resolução pelos estudantes de suas turmas dos 5.^{os} anos iniciais do ensino fundamental.

A docente elaborou, no início e no final da formação continuada mais ampla, oito situações envolvendo a multiplicação ou a divisão, ou ambas. No início dessa formação, a professora abordou a categoria Isomorfismo de Medidas em cinco das oito situações criadas por ela. Delas, duas envolviam propostas de multiplicação; outras duas, a divisão por partes; e uma, a forma mista (multiplicação e divisão). No final e depois de participar de alguns encontros formativos do grupo de estudos, a participante elaborou outras oito situações. Três delas apresentavam a mesma abordagem das que foram elaboradas inicialmente, sendo duas com operação de multiplicação e uma, com a operação de divisão por partes. Todavia, notamos que as outras cinco situações por ela elaboradas apresentaram mais variedades das categorias definidas por Vergnaud (1983, 2009), porém nenhuma delas envolvia a ideia de divisão por quota.

Além da análise dessas situações, procuramos, em textos produzidos e em transcrições de depoimentos da professora Alice durante as sessões de estudos, evidências de sua percepção do ocorrido e conhecimentos adquiridos nos processos formativos. Investigamos indícios da compreensão da operação de divisão e suas classes. Buscamos identificar o seu entendimento nas diversas situações que ela apresentou ao grupo de estudos para análise dos esquemas de resolução utilizados por seus alunos. Nos depoimentos a seguir, apresentamos algumas reflexões da professora Alice nesse contexto.

- (1) Em uma das primeiras sessões de estudos, que abordou o tema da divisão, por meio da qual a professora questionou que tipo de divisão a situação apresentava, observamos que a docente não tinha certeza da categoria envolvida, ao questionar: *“Esse tipo de divisão é uma divisão por partes, não é?”*.
- (2) Ao relatar sua prática e discutir sobre o tema com suas turmas, a professora mostrou dar importância para o fato de o professor discutir abertamente as estratégias equivocadas com seus alunos. Segundo seu relato: *“Eu aproveitei e disse a eles que os erros são necessários para que aprendamos também com eles. Já se tornou rotina, a socialização dos ‘erros’ com minhas turmas”*.
- (3) Notamos o repertório da professora ampliado, sobretudo ao discutir esquemas de estudantes, quando resolviam situações de divisão. Selecionamos alguns dos seus depoimentos:
 - 3a) *Divisão por quota. Ele já deu o todo e já especificou o quanto desse todo; O raciocínio que ele teve de quota valeu, porém ele não colocou os valores de cada um, não prestou atenção ao enunciado, nas grandezas;*

3b) Ele fez a partição, porque ele botou 5 e 5 e foi pegando, puxando. Desenhou as 30 figurinhas. Ele não agrupou;

3c) Esse daí já é quota. Ele agrupou. Botou os tracinhos e fez os agrupamentos de 5 em 5. Ele separou as figurinhas e contou quantos grupos ele conseguiu formar com aquela quantidade;

3d) A criança, quando sabe mais ou menos a noção da leitura, ela lê e vê ali duas grandezas e ali ela vai saber que vai ter que agrupar. Ela sempre pega o maior, coloca na quantidade e vai. Ele deu a resposta em grupo, ele não deu a resposta em amigos. Ele contou os grupos. Os grupos representam cada amigo.

- (4) Ao avaliar as sessões do grupo de estudo, no final de suas ações formativas, a professora externou-se positivamente com este depoimento: “Lembro também da gente classificando as situações de acordo com a classe, se era por partes ou por quota”.

■ Discussão e Análise desses primeiros resultados

A partir dos depoimentos registrados, percebemos um percurso organizado na ampliação do conhecimento especializado da divisão pela professora, como participante dos dois processos formativos já descritos anteriormente. O depoimento 1 mostra seu questionamento acerca dos tipos de classe e apresenta indícios da dificuldade desse entendimento. No depoimento 2, mostra esse conhecimento sendo discutido com seus alunos, utilizando os “erros” detectados, ao analisar seus esquemas, quando resolvem situações de divisão. Nos depoimentos 3 (a, b, c, d.), a professora apresenta indícios de ampliação do conhecimento especializado do conteúdo divisão, ao declarar: “Ele já deu o todo e já especificou o quanto desse todo” ou “Ele fez a partição” ou “Esse daí já é quota” ou “ela (a criança) lê e vê ali duas grandezas e ali ela vai saber que vai ter que agrupar”. Percebemos, portanto, que com a sua participação nos dois contextos formativos, a professora demonstra uma ampliação da compreensão do conceito da divisão e suas classes e da resolução de situações como forma de aprimorar seu ensino.

Entrevista com a professora após o término de sua participação nos contextos formativos; discussão e análise dos depoimentos coletados (descritos e orais)

Tendo em mente esse contexto em que, dois anos após o término dos dois processos formativos, a professora Alice resolveu duas situações (A e B) que apresentaram as duas classes de divisão (descritas a seguir), compusemos a Figura 4 e a Figura 5 com as respostas registradas no instrumento diagnóstico

- A) A professora tem 18 pirulitos para distribuir igualmente entre seus 6 alunos. Quantos pirulitos cada aluno vai ganhar?
 B) Em uma caixa de chicletes vêm 2 unidades. João precisa de 18 chicletes. Quantas caixas de chicletes ele vai ter que comprar?

Figura 4: Resposta da professora à situação A

18:6

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

 Cada aluno ganhou 3 pirulitos

Figura 5: Resposta da professora à situação B

caixas	chicletes
1	2
?	18

$18:2 = 9$
 João tem que comprar 9 caixas de chicletes

Fonte: Dados da pesquisa

Notamos que a professora Alice resolveu corretamente as duas situações. Nesse contexto, consideramos que ela tinha o conhecimento comum do conteúdo, como discutem Ball, Thames e Phelps (2008). Quanto aos esquemas de resolução, a professora utilizou-se apenas do algoritmo na situação A e, na situação B, a solução foi acrescida com o esquema da razão entre as quantidades das grandezas sugerido por Vergnaud (2009). A seguir perceberemos que a participante conseguiu apresentar algumas justificativas para suas escolhas matemáticas, porém outras não foram justificadas.

A operação a ser usada é a mesma nas duas. Aqui (apontando a situação A) é porque ela já tem o todo (a quantidade de pirulitos) e vai distribuir em partes e aqui (referindo-se à situação B), ela tem uma parte, pra buscar o todo, sabe a quantidade de unidades, que vem em cada caixa, quantas partes ela vai ter que juntar, para chegar nesse todo (depoimento da professora)

Neste depoimento notamos que a professora reconhecia a operação de divisão para resolução das duas situações (A e B) e a ideia que envolvia a situação A. Quando ela analisou a situação B e disse: “*ela tem uma parte, pra buscar o todo*”, notamos que queria se referir à quota que se relacionaria com o total, pois ela continua: “*sabe a quantidade de unidades, que vem em cada caixa, quantas partes vai ter que juntar para chegar nesse todo*”. Assim, do nosso ponto de vista, acreditamos que a professora Alice reconheceu a diferença entre as duas situações, mas não as nomeou, e seus argumentos foram apoiados na ideia da divisão como quantidades constituídas a partir da relação parte-todo.

■ Considerações finais

Consideramos serem estas as categorias de conhecimento essenciais para o ensino da divisão entre números naturais: resolver corretamente as situações; distinguir suas duas classes e reconhecer a estrutura dessas situações; e detectar o procedimento que levará o aluno a sua resolução.

Diante das constatações feitas neste estudo, concluímos que a participação da professora no processo formativo em um grupo de estudos e em uma formação continuada mais ampla, favoreceu a ela o reconhecimento das duas classes da divisão. A partir das discussões coletivas nas sessões de estudos, percebemos o desenvolvimento tanto do seu *conhecimento comum* como do *especializado do conteúdo*, defendido por Ball, Thames e Phelps (2008), e consideramos ser isso um aspecto importante na prática docente. Todavia, as experiências vivenciadas pela professora Alice não favoreceram a elaboração de argumentação para justificar matematicamente suas próprias resoluções às situações a ela propostas. Consideramos que tal fato, de certa forma, poderia comprometer sua ação pedagógica, especialmente quando fosse realizar a análise e a avaliação, do ponto de vista matemático, das estratégias e das soluções distintas, identificando as linhas de raciocínio que seriam corretas ou não ou que funcionariam sempre ou não. Mesmo considerando tais limitações, acreditamos que a professora Alice ampliou, sobretudo, seu conhecimento especializado sobre o ensino da divisão e que isso, possivelmente, contribuiu para o aprimoramento do ensino da temática. Mas a constatação de limitações neste estudo sugere que a formação continuada não pode se esgotar em apenas um processo formativo no interior do grupo de estudos ou em uma participação em uma formação mais ampla, em um período curto.

Os resultados desta pesquisa também indicam a necessidade de haver processos formativos constantes, especialmente focados em articular a teoria e a prática docente, que venham a proporcionar ao professor experiências contínuas de compartilhamento em grupo, oportunizando sempre o seu protagonismo.

■ Referências bibliográficas

- Ball, D. y Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special? *Journal of Teacher Education* 59, 389-407.
- Bardin, L. (2016) *Análise de Conteúdo*. São Paulo (SP). Edições 70,
- Borba, R.E.S.R. y Silva, J.A. (2016). Dize-me o que conheces, e eu te direi o que e como podes ensinar. En: Martins, E., Lautert, S. (org). *Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática* (74-97), Rio de Janeiro: Autografia (Ed)
- Campos, E. G. J. de. (2007) As dificuldades na aprendizagem da divisão: análise da produção de erros de alunos do ensino fundamental e sua relação com o ensino praticado pelos professores. *Dissertação (Mestrado)*. Universidade Católica Dom Bosco – UCDB, Campo Grande (MS).
- Correia. D.S. (2016). Estruturas Multiplicativas: um olhar sobre conhecimentos do conteúdo e do ensino e do conhecimento curricular de professoras participantes de um grupo de estudo. *Ata do XX EBRAPEM-Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Curitiba (PR)
- Garnica, A. V. M. (2004) História Oral e Educação Matemática. In: Borba, M. de C.; Araújo, J. de L. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. pp. 77-98. Belo Horizonte. Autêntica.
- Merlini, V. L. y Magina, S. y Santos, A. (2013). *Estrutura Multiplicativa: Um estudo comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes*. Ata do VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática. Montevideu – UY.
- Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade. Problemas do ensino de matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPR.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. pp. 127-174. New York: Academic Press.