VOL 32, NÚMERO 1, AÑO 2019

CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO IRRACIONAL: UNA EXPERIENCIA ÁULICA EN LA ESCUELA SECUNDARIA

CONSTRUCTION OF THE IRRATIONAL NUMBER: A CLASS EXPERIENCE IN THE SECONDARY SCHOOL

Daniela Emmanuele, Verónica Acero
Fac de Cs Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA), Universidad Nacional de Rosario (UNR) – Colegio San Bartolomé - Colegio La Salle – Universidad Tecnológica Nacional (UTN) Fac Regional Rosario (FRRo). (Argentina)
emmanueledaniela@gmail.com, veroacero24@gmail.com

Resumen
En este trabajo (Proy ING548) se comunica una experiencia áulica que tuvo como propósito la generación del concepto de número irracional en un curso de segundo año de la escuela secundaria. Para ello se diseñó una propuesta didáctica con la intencionalidad de construir la noción de número irracional a partir de una práctica de referencia concreta donde los alumnos pudieran manipular cantidades y experimentar con ellas. Tal diseño se efectuó con base en observaciones de clases, entrevistas con el docente a cargo y análisis de propuestas editoriales. Los resultados parciales son alentadores respecto de la mejora de los aprendizajes logrados.

Palabras clave: número irracional, prácticas de referencia

Abstract
In this work (Proy ING548) we present a classroom experience which is aimed at formulating the concept of irrational number in a second-year course of secondary school. So, a didactic proposal was designed with the intention of constructing the notion of irrational number based on a specific reference practice where students could manipulate quantities and experiment with them. This design was made based on observations of classes, interviews to the teacher in charge and analysis of published proposals. The partial results are encouraging with respect to the improvement of the learning students achieved.

Key words: irrational number, reference practices

Introducción

Según el enfoque socioepistemológico el conocimiento matemático surge a partir de la actividad humana, es decir, se aprende a partir de lo que los grupos humanos hacen; esa actividad, ese hacer, que está normado, regulado socialmente, es fuente generadora de saber; sin esa actividad no es posible que el saber se constituya como tal.

La enseñanza tradicional de los números irracionales se sustenta en bases algorítmicas, tendientes al desarrollo de ejercicios en forma mecánica que no contribuyen necesariamente a la construcción significativa de la noción misma de número irracional. Los docentes noveles suelen frecuentemente preguntarse cómo enseñar dicho tema.

Desde la perspectiva socioepistemológica, se propone un rediseño del discurso matemático escolar (dME) pues éste se halla fuertemente centrado en el objeto. Esta centración en el objeto formal hace que los docentes – particularmente los noveles y en determinadas situaciones - trabajen con conceptos puros, atomizados, cuyo tratamiento se reduce a meros procesos algorítmicos, secuenciados, repetitivos.

En pos de la efectivización del rediseño del dME, sostenemos la importancia de dinamizar las clases y la enseñanza de los contenidos a través de la recreación de prácticas de referencia. Nos propusimos llevar a cabo una experiencia de aula genuina (en el sentido de que contemple los reales intereses del grupo de alumnos al que estaría dirigida la propuesta) con un docente novel.

En este trabajo comunicamos dicha experiencia áulica que tuvo como propósito la generación del concepto de número irracional en un curso de segundo año de la escuela secundaria orientada. En esta experiencia se incorpora el diseño y recreación en el aula de elementos de una práctica de fabricación de ornamentos y objetos decorativos, con la que, por un lado, se busca dotar de significado a las actividades de la clase sobre el número irracional, con la pretensión de hacerlas más dinámicas; y por el otro, se pretende favorecer y agilizar el proceso de empoderamiento de un docente novel.

Marco teórico

Nuestro marco teórico se nutre principalmente de la socioepistemología que nos brinda los conceptos de descentración del objeto matemático, discurso matemático escolar, prácticas de referencia, dinamización (Cantoral, Montiel, Reyes Gasperini, 2015; Camacho Ríos, 2011) pero también de las teorías psicológicas del aprendizaje significativo (Ausubel, Novak, Hanesian, 1976).

La matemática escolar se rige por un sistema de razón de carácter hegemónico (supremacía de argumentaciones y significados frente a otros sistemas de razón) y caracterizado fuertemente por la atomización en los conceptos, el carácter utilitario del conocimiento, y la falta de marcos de referencia para la resignificación. Este sistema de razón se traduce en un discurso matemático institucionalizado que no contempla los aspectos sociales, contextuales y culturales que permiten la constitución del conocimiento.

> En general, se formula que el discurso matemático escolar consensúa y valida la construcción de la matemática escolar a través de las estructuras y los conceptos matemáticos en desmedro de la funcionalidad de la matemática en la vida cotidiana de los ciudadanos. (Cordero, F.; Gómez, K.; Silva-Crocci, H.; Soto, D.; 2015, p. 50)

La socioepistemología se vale de este constructo, el discurso matemático escolar (dME), que le permite modelar la génesis del problema del aprendizaje y de la enseñanza de la matemática en la escuela. Se trata de un discurso fuertemente centrado en el valor mismo de los conceptos puros -en nuestro caso, el de número irracional- "**[…]** que, al ser introducidos al aula como objetos formales acompañados de procesos algorítmicos, se les reduce a meros tratamientos didácticos secuenciados y debidamente cronometrados" (Cantoral, R.; Montiel, G.; Reyes-Gasperini, D.; 2015; p. 7).

Entonces, el aula escolar se transforma en el lugar donde se le presentan al alumno una serie de objetos matemáticos sin referencia a ningún contexto específico, una colección de entes abstractos secuenciados y jerarquizados según pautas externas a lo que ocurre en las vidas cotidianas de esos estudiantes y ajenos a su propia experiencia. Este fenómeno de centración en el objeto es lo que impide un aprendizaje genuino de la matemática y es por esto que se vuelve necesario un rediseño del dME. Daniela Reyes-Gasperini (2016) distingue dos acepciones del rediseño que propone la socioepistemología: 1) rediseño del dME (rdME): referido a la confección de propuestas didácticas áulicas basadas en una epistemología renovada y que será objetivada en libros del texto, programas de estudio, etc; 2) Rediseño del dME (RdME): referido a la ruptura de orden epistemológico con lo instituido. El RdME es lo que posibilita el pasaje de la centración en el objeto a la centración en las prácticas sociales consideradas como la base de la construcción del conocimiento matemático. Este rediseño "privilegia la articulación de argumentaciones, propicia la emergencia de racionalidades situadas y contextualizadas, favorece el carácter funcional del saber (su valor de uso) e impulsa una resignificación progresiva que considere marcos de referencia diversos" (Reyes-Gasperini, D.; 2016).

En esta experiencia se incorpora el diseño y recreación en el aula de elementos de una práctica de fabricación de ornamentos y objetos decorativos, con la que, por un lado, se busca dotar de significado a las actividades de la clase sobre el número irracional, con la pretensión de hacerlas más dinámicas; y por el otro, se pretende favorecer y agilizar el proceso de empoderamiento de un docente novel. "En sí mismas, ese tipo de acciones devienen de matematizar la realidad inmediata y son concebidas en la socioepistemología (se) como prácticas de referencia" (Camacho; 2011; p.154).

La recreación de prácticas de referencia se articula con lo que Ausubel denomina aprendizaje significativo y que, en tanto categoría, se opone al aprendizaje mecánico, también llamado aprendizaje memorístico. Este último está relacionado al fenómeno de centración en el objeto, que provoca un aprendizaje pasivo. Muchas veces se produce incluso de manera no intencionada a causa de la simple exposición a conceptos repetidos, a la insistencia en algoritmos prepautados, que van dejando su marca en nuestros esquemas mentales. En el aprendizaje memorístico, los nuevos contenidos se van acumulando en la memoria sin quedar vinculados a los viejos conocimientos por medio de la significación, es decir, sin el establecimiento de una referencia concreta a lo ya aprendido. Esta clase de aprendizaje se diferencia del aprendizaje significativo no sólo porque no ayuda a expandir el conocimiento real, sino porque además la nueva información es más volátil y fácil de olvidar. El aprendizaje significativo, en cambio, requiere de la búsqueda en forma activa de una vinculación personal entre los contenidos que se aprenden y aquellos que ya se han aprendido. La recreación de prácticas de referencia apunta en este sentido.

A partir de la descentración del objeto se produce un verdadero aprendizaje de las matemáticas. Este aprendizaje resulta significativo cuando se produce la incorporación de la dimensión sociocultural en la enseñanza, lo cual es necesario para enriquecer el entendimiento de aquello que se pretende enseñar. La recreación de prácticas sociales, actividades, acciones, que acompañan al objeto, tiende en este sentido a incorporar dicha dimensión sociocultural. Mudar la mirada del objeto a las prácticas también colabora con la dinamización de las clases, problematizando el saber. Es a través de esta problematización que el docente cambia de práctica en cuanto a su relación con el saber y con ello se modifica el qué se enseña. Se trata de dejar de observar al concepto matemático en sí, y comenzar a observar las prácticas que lo producen o favorecen su aparición, lo cual es un factor imprescindible para el empoderamiento docente, entendiendo por ello

> **[…]** el proceso vivido por el docente, en conjunto con sus colegas (profesores e investigadores) con objeto de comprender, asimilar, asumir, aceptar y adherirse a una propuesta novedosa sobre el aprendizaje centrado en prácticas y no en objetos abstractos, donde se privilegie la articulación de

> distintas argumentaciones, se permita la emergencia de diversas racionalidades situadas o contextualizadas, se posea o desarrolle el carácter funcional del saber, se favorezca la resignificación progresiva al considerar varios marcos de referencia, sobre la consideración de que las prácticas sociales son la base de la construcción que realizará el individuo del conocimiento matemático. (Reyes-Gasperini, Cantoral, 2014, p. 378).

La problematización del conocimiento le permite al docente hacerse dueño de su propia práctica, transformando su propia realidad. De esta manera el docente adquiere el poder de tomar decisiones sobre sus acciones didácticas a través de una herramienta principal en su profesión: la centración en las prácticas. Así, es el propio docente quien se empodera y toma las riendas de su crecimiento profesional.

Metodología

Se diseñó una propuesta didáctica con la intencionalidad de construir la noción de número irracional a partir de una práctica de referencia concreta (la confección de ornamentos decorativos, como flores o pulseras) donde los alumnos pudieran manipular cantidades y experimentar con ellas. Entre los materiales utilizados para la recreación de prácticas de referencia se encuentran hilo encerado, sorbetes, cinta, regla y compás, tijeras, entre otros. Se pretendió con todo ello apuntalar la experiencia hacia una dinamización de la enseñanza del número irracional. La propuesta didáctica se llevó a cabo en 6 clases en total, cada una de ellas de 80 minutos. El diseño de la misma se efectuó sobre la base de:

a. Análisis de propuestas editoriales
b. Entrevista con el docente novel
c. Observaciones de clases

Análisis de datos

Análisis de propuestas editoriales

Por razones de espacio, sólo detallaremos 3 de los libros de texto analizados. En primer lugar, nos dedicamos a estudiar los libros de texto de uso habitual en las escuelas secundarias. En uno de los libros analizados (Mariana Aragón, Liliana Laurito, Gabriela Net, Eduardo Trauma (2005) *Matemática 8. Carpeta de Actividades. Entender*. Buenos Aires: Estrada) en la página 57 se pide a los alumnos que "armen números "con coma" pero que no sean periódicos ni finitos". Se explica que éstos no son periódicos, pues no hay un período que se repita. Entonces concluyen que "si encuentran una expresión decimal de infinitas cifras que no sea periódica, esta expresión no puede ser el desarrollo de ningún número racional." En un cuadro de la misma página queda expresado: "Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados mediante el cociente de números enteros".

Otro de los libros (Domínguez, D.; Zigneno, C. (2011) *Matemática básica 3. Secundaria 2*. Buenos Aires: Longseller) comienza en la página 28 con el título: "Números Irracionales" y comenta que se puede observar cómo el número de oro tiene infinitas cifras decimales que no se repiten. Además, agrega en la misma página que "los números con infinitas cifras decimales, no periódicas, no pueden expresarse en forma de fracción y se llaman números Irracionales". Concluye (también en la misma página) con un diagrama donde quedan determinadas las contenciones entre los distintos conjuntos numéricos. Luego, se pide completar una tabla indicando a qué conjunto pertenecen varios números dados.

También analizamos otro texto (Cólera Giménez, J. (2015) *Matemáticas: Bachillerato 1.* Anaya) en el cual bajo el título: "Un nuevo tipo de números: los irracionales" (pág. 44), se comenta que 2 no es racional, es decir no se puede

expresar como cociente de dos números enteros ni, por tanto, como decimal exacto o periódico. Luego da su expresión decimal con las primeras 10 cifras decimales, continuando con puntos suspensivos. A partir de esto, se define a los números irracionales como aquellos que poseen infinitas cifras decimales no periódicas. Después de esto, presenta otros números irracionales, como aquellos que son radicales, por ejemplo, raíz cuadrada de tres, el número π, el número de oro φ, el número e.
En todos los textos analizados, no hallamos un enfoque constructivista del concepto de número irracional, así como tampoco encontramos un acercamiento intuitivo; por otra parte, todas las conclusiones a las que se arriban están dadas sin mayor justificación.

Entrevistas con el docente novel

En segundo lugar, mantuvimos entrevistas abiertas con el docente que iba a llevar a cabo la experiencia. Se trata de un profesional novel recientemente recibido (menos de 5 años, de hecho, 2). Hemos tenido con él una serie de entrevistas abiertas, dialogadas, antes y después de la experiencia. Las entrevistas atendieron en todo momento a la inquietud a partir de la cual el docente novel se acercó al equipo y al establecimiento conjunto de una propuesta didáctica alternativa que contribuyera al empoderamiento de este docente. Para ello se le consultó acerca de las características del grupo de alumnos para así poder diseñar un tipo de prácticas de referencia acorde con el mismo. Usaremos D para referirnos al docente y E, para el entrevistador. Cuando el docente nos consulta, nos plantea lo siguiente:

> D: "¿Empiezo por la definición de número irracional? Me gustaría enseñarlo de otra manera, pero no se cómo, los libros no me han aportado ideas nuevas tampoco." A partir de esta pregunta empezamos a trabajar con él las cuestiones relativas a una propuesta alternativa basada en prácticas de referencia que a su vez contemplara su propia relación con el saber.
> E: ¿Has enseñado el tema números irracionales anteriormente?
> D: No, ésta es la primera vez y no me convence comenzar dando la definición. Estuve buscando ideas en algunos libros de texto, pero la mayoría arranca el tema así, y yo quiero que los alumnos construyan el concepto. También creo que yo debo construirlo, porque en el profesorado me lo enseñaron a partir de una demostración por el absurdo, suponiendo que un irracional es racional y es el último registro que tengo del concepto… bueno… también sé que no es conmensurable.
> E: ¿Y por qué consideras importante enseñarlo de otra manera?
> D: Porque creo que, si el conocimiento se les presenta como algo dado, sin sentido ni significado para ellos (como ahora me doy cuenta de que me pasó a mí mismo), el aprendizaje no se producirá. También necesito que se involucren, quiero que quieran aprender.

El docente se mostró entonces muy interesado en enseñar el tema de una forma que haga que sus estudiantes se involucren y que además puedan aproximarse a la construcción del concepto de número irracional. Después de haber llevado a cabo la experiencia en el aula, seguimos trabajando a partir de entrevistas abiertas con el docente novel.

> E: ¿Qué conclusión o reflexión podrías hacer luego de la experiencia en el aula?
> D: Fue muy enriquecedora, me emocionó mucho ver cómo mis alumnos se ayudaban y colaboraban entre todos para realizar producciones muy lindas. Varios hasta hicieron mandalas, se notó que se apropiaron de la propuesta y además me vinculé con ellos desde otro lugar, desde un lugar "más humano". Creo que yo aprendí lo que es un número irracional al confeccionar las actividades y luego en las clases junto con mis alumnos".
> E: Con respecto al desarrollo de las clases, ¿notaste alguna diferencia en cuanto a las clases anteriores a la experiencia?
> D: Sí, claro. Hasta para mí resultaban aburridas a veces, y sobre todo tenía algunos problemas de conducta y de desinterés por parte de muchos chicos del curso. Durante la experiencia, las clases se volvieron más

> dinámicas, todo el grupo estaba interesado en hacer y aprender, y rara vez tuve que llamarles la atención para que trabajaran. En este sentido noté una gran diferencia muy favorable con respecto a mis clases tradicionales.

Observaciones de clases

Con respecto a las observaciones de clase, la propuesta estuvo dirigida a un grupo de alumnos de segundo año de la escuela secundaria orientada de la ciudad de Rosario, provincia de Santa Fe. Se ha observado a un docente novel durante varias semanas con diferentes criterios de observación: interacción docente-alumnos, interacción alumnos-texto, interacción alumno-alumno (y otros que por razones de espacio, omitimos). Interacción docente- alumno: El docente trabajó siempre con la intencionalidad de generar preguntas en sus estudiantes, ya que a partir de esto se logra que se apropien de los conceptos y les den significado, construyendo así el conocimiento. Las actividades fueron guías para trabajar con el material concreto (tiritas de hilo, sorbetes) y a partir de ello ir arribando a conclusiones, respondiendo preguntas. Se generó un vínculo afectivo entre el docente y los estudiantes, lo cual favoreció el desarrollo de las clases y la generación de conocimiento. El grupo trabajó muy bien durante las actividades, todos cumplieron con el material pedido y estuvieron muy entusiasmados. Interacción alumno-texto: En una primera instancia, los alumnos manifestaron no estar acostumbrados a trabajar con actividades del estilo de lo que proponía el profesor, se los notaba un tanto desconcertados y sin saber cómo proceder. Sin embargo, con la ayuda del docente que los fue acompañando y orientando, todos pudieron llegar a alguna conclusión y hasta proponer ideas. Interacción alumno-alumno: los estudiantes se mostraron en un principio trabajando de manera individual, pero a medida que avanzaron las clases se fueron ayudando mutuamente, compartiendo material, estableciendo un vínculo colaborativo entre todos.

Clases anteriores a la experiencia propiamente dicha

En las clases previas el profesor ha venido trabajando números racionales, representación en la recta numérica, operaciones entre números racionales, pasaje de expresión decimal a fracción (distintas representaciones de un mismo número), todos temas dados en primer año. En la ejercitación se realizaron varios ejercicios donde los alumnos debían marcar distintas fracciones en la recta numérica, comenzaron marcando algunas positivas o enteras, luego negativas, con denominadores 2 y 4 en una primera instancia; luego con denominadores como 10, 20, 15. Los estudiantes iban tomando distintas escalas según su conveniencia en cada ejercicio. También se les aclaró que las rectas no se cortan, son infinitas (por lo que en algunos casos necesitaron apaisar la hoja o recortar una tira de papel extra y pegarla para continuar las rectas, evitando así seguir en el renglón siguiente cortando la recta en dos partes). Previamente también se trabajó el Teorema de Pitágoras. De varios alumnos ha surgido la inquietud de si todos los números son racionales, a partir de venir trabajando solo con números de este tipo.

> Alumno A: ¿Todos los números son racionales?
> Alumno N: … entonces todos los números son racionales.
> D: veamos si esto es cierto…

En la última clase el docente le pidió a sus alumnos que de tarea dibujaran un triángulo rectángulo isósceles de catetos de 8 cm y que luego recortaran hilo encerado con las medidas del triángulo dibujado (lo más preciso posible). Los estudiantes trajeron los hilos de varios colores (algunas alumnas ya lo tenían en sus casas, ya que hacen pulseras con este material).

Clases propias a la experiencia

Durante la experiencia, llevando adelante la actividad de construcción del concepto, el docente comienza la clase pidiéndole a los estudiantes que miren las rectas que han dibujado hasta el momento para ubicar ciertos números racionales, que observen las unidades elegidas y las comparen, entonces pregunta:

D: ¿Hemos elegido siempre la misma unidad?, ¿de cuántos centímetros las han elegido?
Alumno A: no siempre tomamos la misma unidad, fue según qué nos convenía, de 2 cm, de 3 cm, de 20 cm profe (risas).
D: ¿podríamos elegir como unidad el cateto del triángulo que dibujamos?
Alumno B: sí, podríamos tomar 20 cm entonces también.
D: ¡Exacto!

Luego el profesor pregunta: "¿si tomamos a los catetos como unidad, ¿cuánto vale la hipotenusa?". Una alumna pregunta por qué los catetos debían ser de 8 cm y no podrían ser de 25 cm por ejemplo, a lo que el docente le comenta que podría haber sido así pero que eligió que sean de 8 para trabajar "más cómodos" en la carpeta. Uno de los alumnos de adelante responde a la pregunta del docente: "podemos hacer cateto cuadrado más cateto cuadrado", entonces comienza a plantear el Teorema de Pitágoras con la ayuda de los estudiantes quienes le dictan qué escribir. Una vez que terminan de despejar el valor de H, el docente pregunta: "¿entonces cuánto vale la hipotenusa?".

Alumna C: Vale raíz cuadrada de 2 pero no sabemos cuánto es ese valor.

El profesor afirma lo dicho por la estudiante y comienza a realizar una especie de repaso acerca de cómo vienen marcando en la recta numérica, los números racionales. Pregunta: "¿Cómo podemos marcar en la recta 5/2", entonces los alumnos le explican al docente: "tenemos que dividir la unidad en dos partes y después ir moviéndonos en la recta hasta llegar al valor de arriba (haciendo referencia al numerador)". El profesor va realizando el procedimiento en el pizarrón y afirmando aquello que los alumnos le explican, atentos, un poco dispersos en el aula, pero muy compenetrados con lo que el docente está haciendo en pizarrón. Acto seguido, el profesor le pide a la clase que tome las tiritas y les pregunta: "¿entonces cuánto vale la hipotenusa?", la mayoría responde raíz de dos. Luego los desafía a que intenten decir cuántas veces entra la unidad en ella, es decir, cuántas veces entra uno en raíz de dos. Los alumnos comienzan a comparar y concluyen que entra una sola vez y sobra "un cachito". Entonces el profesor les pregunta, "¿será que la unidad entra una vez y media en raíz de dos?", a lo que varios alumnos dicen: "sí!", "no profe, entra una vez y un cuarto", "no, entra una vez y un tercio". Luego el profesor los invita a cortar ese "cachito" que sobró y decir cuántas veces entra éste en la unidad. Los estudiantes cortan y comienzan a "hacer entrar ese cachito tantas veces en la unidad". Después de esto, observan que entra dos veces más un "cachito" de la segunda unidad. Un alumno se acerca al docente y le comenta, preocupado, que a él le entró tres veces en la segunda unidad y que no entiende por qué al resto no. Luego el profesor le explica que cuando medimos con la regla las tiritas y cuando las cortamos con la tijera las medidas obtenidas van siendo cada vez "menos exactas". Quizás nuestra vista no lo nota, pero microscópicamente no es así, entonces le pide que realice lo que queda de la experiencia con su compañero de banco al cual no le sucedió esto. Ambos trabajaron muy bien juntos.

D: Vuelvan a repetir el procedimiento y nuevamente corten ese "cachito" que sobra, e intenten decir cuántas veces entra en la segunda unidad.
Alumno C: ¡pero profe, sigue sobrando!
D: Intenten decir cuántas veces entra eso que sobró en la unidad.
Alumno C: ¡profe no termino más, es un proceso infinito!
D: Exacto.
Alumno D: ¡es un proceso infinito!
D: ¿y entonces podemos decir que raíz de dos es racional?, ¿pudimos decir que es uno más tal fracción?
Alumnos: No, es un número "no racional".

Después de esto, el profesor pasa a comentarles que vamos a decir que raíz cuadrada de 2 es un número irracional, que el conjunto de los Números Irracionales contiene a todos aquellos números que no podemos expresar/pensar como una fracción de una unidad. Escribe esto en el pizarrón y agrega que en su desarrollo decimal las cifras decimales son infinitas y no periódicas. Algunos estudiantes dicen: "y claro! Son infinitas y distintas por eso no puedo expresarlo como fracción". También escriben el símbolo del conjunto de Números Irracionales.

En las clases siguientes, el docente presenta otros números irracionales como π, e, raíz cuadrada de 3, el opuesto de la raíz cuadrada de 5, raíz cuadrada de 7 y continúa realizando un diagrama de Venn junto con los estudiantes, en el cual se pueden visualizar los distintos conjuntos numéricos que conocen hasta el momento, agregando recientemente el de los números Irracionales y Reales. En la penúltima clase, el profesor les pidió a los estudiantes que, de tarea para la clase siguiente, recortaran 5 tiritas de hilo encerado de un color, cuya medida sea raíz de dos, además 5 tiritas de otro color que midieran raíz de tres y otras 5 de un color diferente que midieran raíz de cinco. Les explicó que, para hacerlo, debían marcar en una misma recta numérica raíz de dos, raíz de tres y raíz de cinco, luego apoyar el inicio del hilo encerado sobre el origen y recortarlo justo donde quedó marcado el punto que representa raíz de dos, por ejemplo. Además, les indicó que trajeran plasticola o cinta transparente. El docente comienza la clase escribiendo en el pizarrón la siguiente consigna:

Actividad:

1. Con las tiritas que trajiste hoy, armá 3 o 4 figuras, combinando como más te guste los colores (no se puede recortar las tiras).
2. ¿Cuánto vale el perímetro de cada una de las figuras que construiste?

A pedido de varios alumnos el docente recuerda en el pizarrón que el perímetro de una figura es la suma de las medidas de sus lados. Todos comienzan a realizar las figuras, algunos le preguntan al profesor si sólo pueden ser figuras geométricas, pero éste les responde que no y vuelve al pizarrón para dibujar un corazón de dos colores, para ejemplificar una figura que podrían armar. Además, encima de cada tirita de color escribe su medida, y les pide a los alumnos que lo hagan en cada una. Los estudiantes comienzan a realizar figuras de todo tipo, están muy entusiasmados. Algunas de ellas son: flores, corazones, una corona, un castillo, rombos, cuadrados, soles, nubes, palabras, nombres de personas queridas, etc.

El docente va pasando por los bancos, observando cómo trabajan y ayudándolos a pegar las tiras en la carpeta. En una segunda instancia de actividad, los estudiantes comienzan a escribir las sumas en su carpeta. Luego el docente toma una flor hecha por una de las alumnas y la "copia" en el pizarrón, junto con la suma que la alumna también escribió: "Perímetro de la flor:..". Luego, les pregunta: "¿Cuántas tiritas de raíz de dos usó Martina para hacer la flor?", todos responden dos, y varios dicen que también usó dos de raíz de tres y una sola de raíz de cinco. Entonces el profesor les pide que escriban esa suma de una manera más "reducida", más "simple", por lo que los alumnos le dicen que podría escribir: "dos raíz de dos más dos raíz de tres más raíz de cinco". En la clase siguiente, se trabajaron algunas cuestiones sobre las propiedades de la radicación, los alumnos notaron que no vale la propiedad distributiva de la radicación respecto de una suma. Más aún, pudieron avanzar hasta el planteo y deducción correctos de propiedades muy importantes en relación a las operaciones con irracionales.

> D: ¿entonces vale que la raíz de dos más dos es raíz de dos más raíz de dos?
> Alumno M: ¡no profe! Porque entonces un número racional sería igual a otro irracional y eso no puede pasar.
> Alumno J: no profe, es igual a dos, no podría ser igual a dos tiritas rojas de raíz de dos.
> D: ¡Muy bien! Ahora podemos decir que no vale la propiedad distributiva de la raíz con respecto a la suma.

Resultados de la experiencia y reflexiones finales

Dado que no tenemos la intención de generalizar lo que se produjo a partir de la puesta en práctica del diseño didáctico - puesto que se llevó a cabo sólo con ese grupo de alumnos y estuvo involucrado sólo ese docente novel - , no podemos establecer fehacientemente resultados acabados. Pero sí, podemos destacar ciertas particularidades de dicha experiencia que, por un lado, nos dieron una perspectiva muy alentadora en cuanto a la mejora de los aprendizajes logrados, y por el otro, nos conduce a querer repetir dicho encuadre variando el docente a cargo y grupo de alumnos destinatarios. (Cabe mencionar que estamos realizando un seguimiento de los aprendizajes de este grupo que sería comunicado en un encuentro próximo).

En relación al análisis de propuestas editoriales, a partir de la exploración y examen de varios libros de textos de nivel secundario, observamos – en general - que en la mayoría de ellos el tema se enseña de una manera no constructivista. Al presentar el número irracional, se opta por definirlo directamente como aquel número que no es racional porque posee infinitas cifras decimales no periódicas, sin mediar ninguna actividad que conduzca al estudiante en esa dirección.

También constatamos que el número irracional suele presentarse (o representarse) a través de ciertas aproximaciones sin hacer la distinción con sus expresiones exactas, esto es, sin enfatizar que se trata de meras aproximaciones (quizás a los efectos de su graficación en la recta numérica) pero que ése no es el número en cuestión. En general, no se fundamentan las conclusiones a las que se arriba ni las definiciones que se establecen, ni se da lugar al cuestionamiento, siendo todos los textos fieles reproductores del dME instituido.

Con respecto al trabajo con el docente, en este trabajo desarrollamos las evidencias puntuales que obtuvimos para sostener cómo, a lo largo del trabajo conjunto, el docente logró empoderarse, esto es, logró modificar su relación con el saber a partir de la problematización del conocimiento matemático, dado en un principio como incuestionable. Esto mismo favoreció el desarrollo deseable de las actividades propuestas mediante las cuales, no sólo él pudo deconstruir sus propios saberes, sino que fue capaz de ofrecer un espacio adecuado y fértil para que los alumnos construyan los propios. Fue él mismo quien manifestó haber notado un gran cambio positivo en cuanto al desarrollo de sus clases y se mostró muy contento por ello. El profesional docente pudo, a partir de la reflexión conjunta y de la problematización del saber, consolidar una propuesta basada en acciones concretas (recreación de prácticas de referencia) que le permitirían ofrecer un espacio de construcción de conocimiento en el aula, a sus alumnos. Creemos que el trabajo realizado contribuyó efectivamente con el proceso de empoderamiento que comenzó a atravesar este docente y tenemos confianza que como consecuencia se producirá un cambio en su práctica pedagógica en pos de su profesionalización.

Con respecto a las observaciones de clase, el grupo de alumnos participantes no estaba familiarizado con este tipo de trabajo en el aula, sino que estaban acostumbrados a que los conocimientos se les presenten en forma de lección, como algo dado, que es así sin más razón, sólo porque lo dice el profesor, y donde ellos como alumnos sólo se debían dedicar a resolver ejercicios todos muy similares, mecánicamente (y no significativamente).

En un primer momento, la propuesta los descolocó; sin embargo, gracias a los esfuerzos conjuntos del docente y de los alumnos mismos, pudieron admitir la lectura de consignas más complejas que convocaban a una interpretación de aquello que debía hacerse y a un trabajo de carácter grupal, en equipo. De esta manera, los alumnos evidenciaron progresos notables en cuanto a la aceptación de las tareas propuestas y la apropiación de los saberes en cuestión.

Con respecto a esto último, se logró que los alumnos construyeran – aunque sea en forma aproximada – la noción de número irracional sin la mediación de una definición formal previa del concepto sino a partir de las prácticas concretas ejecutadas.

A modo de reflexión final, creemos que los resultados preliminares alcanzados (sin pretensión de generalización) permitirían concluir que las prácticas de simulación propuestas y ejecutadas posibilitarían una real y significativa mejora en cuanto a la construcción de conocimiento matemático se refiere (relativo al pensamiento numérico en este caso). Incluso, tenemos algunos indicios que señalarían que este tipo de encuadre disminuye y acota los factores generadores de error en el plano algebraico. Esto motiva nuestro seguimiento de los aprendizajes logrados por este grupo y el tipo de articulaciones que podrían hacer con conocimientos posteriores. Puntualizamos además que la recreación de prácticas de referencia mejora notablemente el tipo de interacciones que se dan en el aula, así como los vínculos afectivos y colaborativos que allí se generan.

Referencias bibliográficas

Ausubel, D.; Novak, D.; Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo.* México: Trillas.

Camacho-Ríos, A. (2011) *Socioepistemología y prácticas sociales. Hacia una enseñanza dinámica del cálculo diferencial*. Recuperado el 4 de mayo de 2017 de http://ries.universia.net

Cantoral, R; Montiel, G; Reyes-Gasperini, D (2015). El Programa Socioepistemológico de Investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Relime, 18 (1), 5-17.*

Cordero, F.; Gómez, K.; Silva-Crocci, H.; Soto, D. (2015) *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. México: Gedisa.

Reyes-Gasperini, D. (2016) *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. México: Gedisa.

Reyes Gasperini, D.; Cantoral, R. (2014) Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Bolema 28* (48), 360-382.