

USO DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA PARA LA ELABORACIÓN DE PROPUESTAS DIDÁCTICAS. EL CASO DE LA FUNCIÓN LINEAL Y CUADRÁTICA

USE OF RECORDS OF SEMIOTIC REPRESENTATION FOR THE ELABORATION OF DIDACTIC PROPOSALS; THE CASE OF THE LINEAR AND QUADRAPHIC FUNCTION

Matilde Edibeth Fierro Ayala, María del Pilar Esquer Zarate, Julio Cesar Ansaldo Leyva, Julia Xochilt Peralta García
Instituto Tecnológico de Sonora (México)
matilde.fierro@itson.edu.mx, maria.esquer@itson.edu.mx, jansaldo@itson.edu.mx, julia.peralta@itson.edu.mx

Resumen

El objetivo de esta investigación es diseñar una secuencia didáctica para el caso de la función lineal y cuadrática a través de la conversión de registros de representación semiótica, utilizando situaciones en contexto extra-matemático, la propuesta didáctica incluye el uso del software dinámico Geogebra, para facilitar la comprensión de algunos registros. El trabajo se sustenta en los aportes de Duval (1998), a través de los registros de representación semiótica. Los resultados indicaron una mejoría al implementar la propuesta didáctica al transitar de un registro a otro, sin embargo, con las representaciones verbales y tabulares se presentaron dificultades, al ser menos utilizadas en la asignatura. El uso de los diferentes registros de representación y el tránsito entre ellos favoreció al estudiante desenvolverse en la construcción y análisis del objeto bajo estudio.

Palabras clave: registros, función lineal, función cuadrática, geogebra

Abstract

The objective of this research is to design a didactic sequence for the case of the linear and quadratic function through the conversion of semiotic representation registers, using situations in extra-mathematical context, the didactic proposal includes the use of the Geogebra dynamic software, for facilitate the understanding of some records. The work is based on the contributions of Duval (1998), through the records of semiotic representation. The results indicated an improvement when implementing the didactic proposal when moving from one register to another, however, with the verbal and tabular representations, difficulties were presented, since they were less used in the subject. The use of the different registers of representation and the transit between them, favored the student to develop in the construction and analysis of the object under study.

Key words: registers, function, lineal, quadratic, geogebra

■ Introducción

Hoy en día la matemática es muy necesaria, su correcta comprensión y conexión es fundamental, pudiéndola definir, como una construcción humana que está presente en todas las cosas que nos rodean. Y de igual forma, la matemática educativa se ocupa del saber enseñado y es quien hace posible que la matemática se enseñe y se aprenda, por lo que, en la última década, se ha reconocido por diversos autores, la influencia determinante que sobre ello ejercen las posiciones filosóficas y las teorías epistemológicas relativas al conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003).

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas de barra, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos (Oviedo y Kanashiro, 2012).

La evolución de los conocimientos de la problemática en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, para llevar el trabajo en el aula, demandan la adaptación de recursos que se adecúen a las exigencias actuales en la formación de profesionales. Dicha problemática central vinculada con el concepto de función se refiere a los distintos registros de representación (verbal, gráfico, numérico, analítico).

Duval (2004), plantea que una causa importante de los fracasos escolares está ligada a la conversión entre estas representaciones; los alumnos saben en general, trabajar aisladamente con cada una de ellas, sin embargo, no tienen la capacidad de decidir si conviene o no cambiar de registro según la tarea que se les presente.

Existen diversas investigaciones que ponen en evidencia las dificultades que presentan los estudiantes cuando se desarrollan temas de funciones lineales y cuadráticas e indican la importancia de incidir en el uso de diferentes registros de representación cuando se trabaja con dichos contenidos.

Según Prada-Núñez, Hernández y Ramírez-Leal (2016), se ha observado que los estudiantes, después de estudiar el concepto de función, alcanzan una comprensión que a veces se limita al uso de una regla para comprobar cuándo una relación constituye una función; y en otros casos a la sola evaluación de funciones en el contexto algebraico.

De entre las distintas posibilidades de representación de los conceptos referidos a funciones lineales y cuadráticas, es tradicional que las algebraicas y las gráficas sean de las más usadas en las clases de matemática.

El curso de Fundamentos de Matemáticas impartido a estudiantes de nuevo ingreso a nivel licenciatura del Instituto Tecnológico de Sonora (ITSON), utiliza en su contenido matemático el estudio de la función lineal y cuadrática, donde se observó, que el alumno tiene dificultades para resolver problemas de enunciado verbal que demandan interpretar y recodificar situaciones mediante el uso de lenguaje algebraico, es decir, en las que el estudiante debe plantear ecuaciones lineales y cuadráticas y al momento de transitar de un registro de representación a otro. Por lo tanto, bajo estas consideraciones y con base en el contexto desarrollado, se planteó diseñar una secuencia didáctica para el caso de la función lineal y cuadrática a través de la conversión de registros de representación semiótica, utilizando situaciones en contexto extra-matemático.

■ Marco teórico

El diseño de la propuesta se sustenta en los aportes de Duval (1998) sobre los registros de Representación Semiótica, ya que sirvieron como apoyo al diseño, interpretación y análisis de las actividades didácticas.

Duval (2004) afirma que sólo por medio de las representaciones es posible una actividad sobre los objetos matemáticos y caracteriza a un sistema semiótico como un sistema de representación, ya que hoy en día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento matemático sin recurrir a la noción de representación, el cual juega un papel muy importante en la actividad matemática.

El concepto de función es de gran trascendencia en el ámbito escolar, ya que en el mundo actual y especialmente en los medios de comunicación la mayor parte de la información sobre los fenómenos de cambio en las diferentes ramas se difunde por medio de tablas y gráficas, que son dos de las formas de expresar la relación funcional (García, 2013).

Carrillo (2013), menciona que la función lineal y cuadrática han sido estudiadas en relación con las dificultades que los estudiantes presentan en los distintos tratamientos a realizar en la estructura de dicho objeto matemático; como es el caso de tener que modelar un problema que esté escrito en lenguaje verbal, transitarlo al lenguaje algebraico o al gráfico y viceversa.

Cuando se hacen matemáticas, inevitablemente se usa algún tipo de representación, ya sea a través del lenguaje natural o mediante los signos y gráficas propios de la ciencia. Un texto o un discurso, una notación convencional, un cierto tipo de gráfica, las figuras geométricas, entre otras, son ejemplos de representaciones que se usan con el fin de que el estudiante desarrolle un significado adecuado para un cierto objeto o concepto matemático; es el uso de las representaciones las que permiten poder acceder a los conocimientos matemáticos, ya que los objetos pertenecientes a los mismos son de naturaleza abstracta (Villaseñor, 2012).

Duval (1998), establece que las representaciones no solamente son necesarias para fines de comunicación, sino que son igualmente esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento. Las representaciones mentales recubren al conjunto de imágenes y, globalmente, a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación, y sobre lo que les está asociado. Las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias compulsiones de significado y de funcionamiento.

Una figura geométrica, un enunciado en lengua natural, una fórmula algebraica, una gráfica son representaciones semióticas los cuales pertenecen a distintos registros de representación semiótica. El funcionamiento cognitivo del pensamiento humano se revela como inseparable de la existencia de una diversidad de registros semióticos de representación, se llama *semiosis* a la aprehensión o a la producción, de una representación semiótica, y *noésis* a la aprehensión conceptual de un objeto, es necesario afirmar que la noésis es inseparable de la semiosis.

Duval (2004), afirma que para que las representaciones puedan ser útiles en la actividad matemática, deben pertenecer a sistemas semióticos que sean registros de representación y para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales asociadas a toda representación; la *Formación* que implica la selección de rasgos y datos en el contenido por representar. El *Tratamiento*, es la transformación de una representación en el mismo registro en el cual ha sido formada. Y la *Conversión*, es la transformación de esta representación en otro registro distinto de aquel donde se ha formado, conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial.

En consecuencia, este acercamiento, nos permite una amplia gama de posibilidades para llevar a cabo una investigación en la resolución de problemas a través de la articulación de los diferentes registros de representación con el uso de ambientes dinámicos.

■ Metodología

El estudio se realizó bajo el enfoque cualitativo con el fin de explorar, descubrir y comprender la concepción que logran los estudiantes al resolver la propuesta de secuencia didáctica diseñada, con el fin de que aprendieran el tema bajo estudio de la función lineal y cuadrática.

El trabajo fue dirigido a estudiantes de Ingeniería, de diferentes edades y sexo indistinto que cursaban la materia de Fundamentos de Matemáticas en el Instituto Tecnológico de Sonora. Para ello, se dispuso de un aula donde cada estudiante tenía una computadora con el software Geogebra instalado.

La propuesta constó de cuatro actividades organizadas y jerarquizadas, que posibilitaron el desarrollo de conceptos, habilidades y actitudes.

Los pasos metodológicos que se siguieron para la realización de la propuesta se describen a continuación:

1. *Diseño de la propuesta didáctica.* La secuencia didáctica estuvo integrada de cuatro hojas de trabajo y dos archivos de GeoGebra. En las hojas de trabajo se incluyeron los objetivos, las instrucciones para los estudiantes, las preguntas abiertas, gráficas, tablas y espacios para realizar cálculos. Además, se incluyeron también las indicaciones para el uso del software de geometría dinámica Geogebra.

En la figura 1, se muestra un extracto representativo de las hojas de trabajo utilizados por los estudiantes, en la actividad 1 y 3 se expone los problemas en contexto y en las actividades 2 y 4 un fragmento del archivo de Geogebra utilizado.

Actividad 1 Evaluación diagnóstica	Actividad 2 Conociendo parámetros

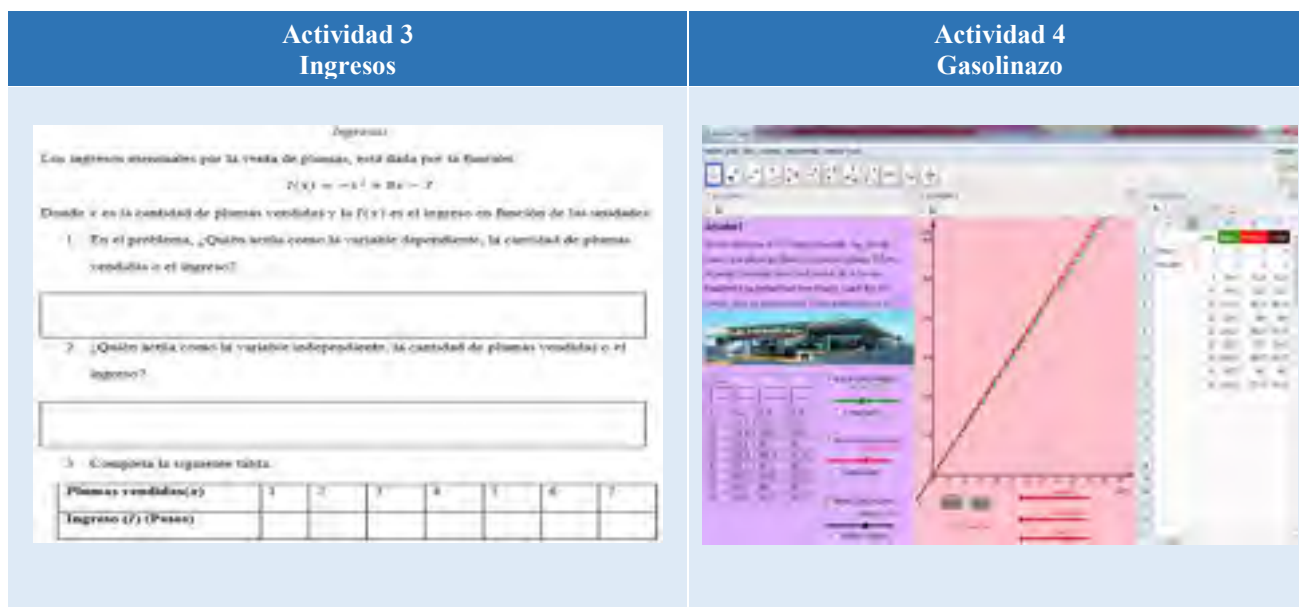


Figura 1. Extracto representativo de las actividades en la propuesta didáctica (elaboración propia, 2018)

2. *Pilotaje*. La propuesta de secuencia didáctica se aplicó a un grupo de estudiantes que cursaban la materia Fundamentos de Matemáticas, en el Instituto Tecnológico de Sonora. El profesor a cargo tuvo como objetivo identificar errores en el diseño de las actividades para posterior a eso realizar mejoras y modificaciones en el producto final. Además, el profesor fungió como guía en la utilización del software GeoGebra.

3. *Mejoras y/o modificaciones aplicadas después del pilotaje*. En la aplicación de las actividades durante la prueba piloto se identificaron errores en la redacción de las instrucciones y de las preguntas, incluso algunas se remplazaron por otras o se desglosaron, con el fin de mejorar la propuesta de secuencia didáctica.

■ Resultados

Las actividades 1 y 2, tenían el propósito de familiarizar al estudiante con los temas función lineal y cuadrática, mientras que las actividades tres y cuatro, adentraban al estudiante en el tema, para que resolviera problemas en contexto y así poder cumplir con el objetivo de la propuesta.

Actividad 1, se diseñó una evaluación diagnóstica la cual constó de tres momentos:

El *Momento I*: formado por 4 preguntas, las cuales tuvieron como objetivo conocer e identificar ciertas dificultades que pudieran presentar los alumnos, al momento de recordar algunos conceptos de la función lineal y abordar su propio conocimiento, mediante la identificación de variables, articulación, conversión, entre otras. En la figura 2, se muestra un claro ejemplo de uno de los reactivos que corresponden a este momento, uno de los participantes tuvo la habilidad para obtener el valor de la pendiente de la recta, dados dos de los puntos y aplicando la fórmula para obtener la pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

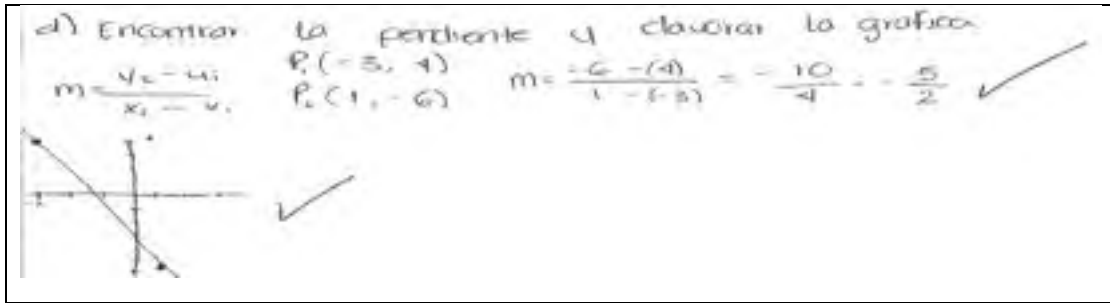


Figura 2. Evaluación diagnóstica para la obtención de la pendiente

El *Momento II* estuvo conformado por el análisis de tres representaciones tabulares, estos registros de representaciones tienen como finalidad el analizar el comportamiento en cada uno de los registros tabulares, así como también, identificar en cuál de los tres registros se contextualiza un modelo lineal. A la mayoría de los participantes se les dificultó responder esta pregunta, no pudiendo determinar en cuales tablas de las tres que se están proporcionando, sería posible representar dónde la magnitud de los valores de “y” dependían de la magnitud “x”, mediante un modelo lineal (ver figura 3).

Momento II
 Analice cada una de las siguientes tablas en donde la magnitud y depende de la magnitud x.

Tabla 1		Tabla 2		Tabla 3	
x	y	x	y	x	y
0	60	1	1	0	40
3	62	2	2	2	34
6	64	3	4	4	28
9	66	4	8	6	22
12	68	5	16	7	19
15	70	6	32	8	16

Determina en cuales tablas sería posible representar los valores de y mediante un modelo lineal. Determina en cuáles no, y argumenta tus respuestas.

no se podía como hacer este momento

Figura 3. Respuesta de uno de los participantes en la puesta en escena, en su Momento II

En el *Momento III* se realizaba una pregunta, la cual tenía como objetivo contextualizar dos de las conversiones, considerando solamente dos registros de representación, bajo la enseñanza previa en un contexto matemático de estudio de la función lineal; en donde algunas de las observaciones mostradas por los participantes durante la puesta en escena, fue que se les dificultó realizar la conversión de un registro de representación algebraico a un tipo de registro de representación gráfico o viceversa.

Debido a lo anterior, se consideró necesario dar un cierre a la Actividad I, con la intervención del profesor y todo el grupo, para promover la construcción social como elemento necesario de la aprehensión del conocimiento lineal.

En la *Actividad 2*, se buscaba dar un primer acercamiento al estudiante con la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$. Se utilizó la representación algebraica y por medio de los deslizadores de Geogebra se lograba manipular los valores de a, b y c para visualizar la representación gráfica. Los valores que podían tomar los parámetros para esta actividad se establecieron de -10 a 10. Además, a los estudiantes se les solicitó identificar el punto máximo o mínimo, la coordenada del vértice, el eje de simetría y el tipo de concavidad.

En la *Actividad 3*, se intentó acercarlos a un contexto extra-matemático, que derivaba del uso de funciones cuadráticas. El objetivo en general de la actividad era transitar con los diferentes registros de representación haciendo conversiones entre los mismos y trabajando con un problema de aplicación.

Se plantea un problema de ingresos y siguiente a eso se presentaron una serie de preguntas guiadas, para que el estudiante desarrollara el problema. En las primeras tres preguntas se les solicitó a los estudiantes que identificaran las variables dependiente e independiente y que completaran la tabla usando la función cuadrática que les proporcionaba el problema, para ello los estudiantes sustituyeron los valores de x (artículos vendidos) en la función para determinar el valor de y (ingresos).

Después de completar la tabla, se indicó a los estudiantes que analizaran la información para determinar el ingreso máximo que tendría la empresa al vender cierto número de artículos.

Posteriormente elaboraron la gráfica con los datos de la tabla. De manera general, se presentaron dos casos al momento de completar la tabla, donde los estudiantes no sustituyeron correctamente en la función, dándoles como resultado diferentes valores en la y y por consiguiente en la gráfica no lograron ver la parábola. A continuación, se expone una comparación de un alumno que realizó las operaciones adecuadamente y el que tuvo errores con los signos (ver figura 4):

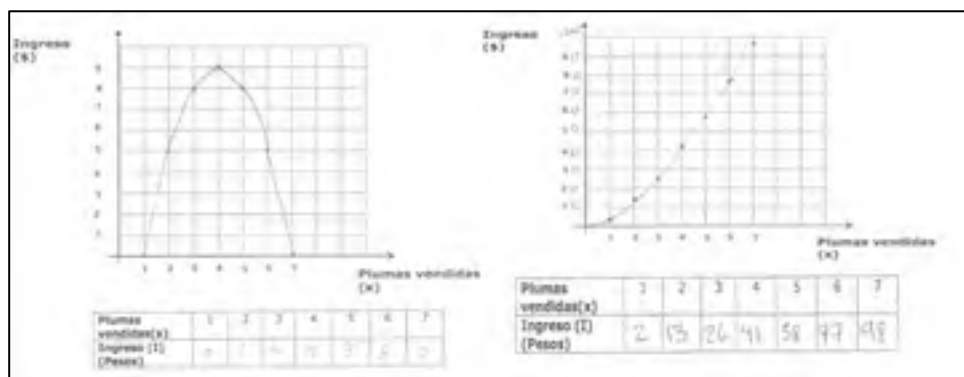


Figura 4. Comparación de resultados en la actividad tres realizada por los estudiantes

La *Actividad 4* ayudó al alumno a reforzar sus conocimientos e interpretar los conceptos matemáticos que integran la línea recta, haciendo la conversión entre los diferentes registros. Otra intención fue la posibilidad de adquirir y construir nuevos conocimientos matemáticos, mediante el uso del software GeoGebra; durante el desarrollo de esta actividad, fue en el reactivo 2 donde los participantes mostraron mayor dificultad para interpretar este registro (ver figura 5).

Estudiante 1			Estudiante 2		
2. Con base a lo realizado en la propuesta, muestra la representación algebraica que modela a la función correspondiente a cada combustible.			2. Con base a lo realizado en la propuesta, muestra la representación algebraica que modela a la función correspondiente a cada combustible.		
Gasolina Magna	Gasolina Premium	Diesel	Gasolina Magna	Gasolina Premium	Diesel
$y = 11.56x$	$y = 12.25x$	$y = 12.25x$	$11.69x + 46 = 126.05$	$12.55x + 46 = 151.25$	$12.04x + 46 = 142.25$

Figura 5. Respuesta del reactivo 2

En la figura 5, se observa que el estudiante 1 plantea la ecuación solicitada, en contraste con el estudiante 2, el cual no logró a interpretar adecuadamente el enunciado del problema y por tanto no llegó a una respuesta correcta, ejecutando en ese espacio operaciones, más no lo que se le estaba solicitando interpretar. Dicha problemática de estudio para esta actividad fue abordada bajo un contexto extramatemático, presentando como registro de partida la representación verbal y contando para ello con 11 reactivos.

Los resultados de esta puesta en escena dan evidencia de manera general que los participantes presentaron una evolución en el dominio del objeto matemático de estudio *función lineal* y *función cuadrática*, toda vez, que se puede notar como al ir desarrollando esta investigación, los conceptos involucrados emergieron cada vez con mayor precisión. La inclusión de la tecnología favorece la aprehensión de los conceptos matemáticos al visualizar de manera dinámica los diferentes registros de representación.

■ Conclusiones

La elaboración de la propuesta didáctica ayudó a los estudiantes a modelar y resolver problemas con el uso de funciones cuadráticas y funciones lineales en diferentes contextos. A demás, el uso de los registros de representación favorece al estudiante desenvolverse en la construcción y análisis del objeto bajo estudio.

El interés por llevar a cabo esta investigación tiene su origen en las observaciones directas en el aula, sobre las deficiencias mostradas por los estudiantes, cuando intentan utilizar estas funciones como modelos para la resolución de problemas. Además, dichas deficiencias son recurrentes a pesar de que el concepto de función lineal y cuadrática ha sido ya discutido por los estudiantes en sus estudios pre-universitarios. Por otra parte, es necesario puntualizar que, en los últimos años, se han desarrollado estudios que enfatizan el uso de diferentes registros de representación y de la articulación entre ellos, y dichos estudios usan nuevas tecnologías como parte de los recursos de enseñanza.

Se logró cumplir con el objetivo, obteniendo un resultado favorable en la implementación de cada una de las actividades didácticas, las cuales ayudaron a plantear y resolver problemas con base a estos conceptos matemáticos bajo estudio.

Se observó, además, un gran interés por el grado de interacción y dinamismo que tenía la propuesta didáctica. Por otra parte, se constató una evolución en la comprensión del contenido matemático bajo la implementación de la secuencia con apoyo de los diferentes registros involucrados.

En cuanto a las dificultades que presentaron los estudiantes, se dieron al momento de transitar desde o hacia el registro verbal y tabular, ya que en el curso de Fundamentos de Matemáticas no se estudian este tipo de representaciones. Los utilizados con mayor frecuencia son los registros algebraicos y el gráfico.

El trabajar con diferentes registros de representación en cada una de las actividades le permitió al estudiante desenvolverse en la construcción y análisis del objeto matemático, logrando un mejor entendimiento sobre el tema, con la ayuda de ambientes dinámicos, en un contexto matemático.

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R., y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Carrillo, F. (2013). *Un estudio de las organizaciones matemáticas del objeto función cuadrática en la enseñanza superior* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. En F. Hitt, (Ed), *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México. 173-201
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle: Instituto de educación y pedagogía.
- García, J. (2013). *El concepto de función como una integración de los registros de representación* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/9509/1/15447487.2013.pdf>
- Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M., y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemáticas. *Revista Aula Universitaria*, (13). 29-36 Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/315814323_TEORIA_DE_REGISTROS_DE_REPRESENTACIONES_SEMIOTICA
- Prada-Núñez, R., Suárez, C. H., y Ramírez-Leal, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de Ingeniería. *Revista Científica*, 2(25), 188-205. Recuperado de: <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/10385/11807>
- Villaseñor, G. (2012). *Planteamiento de la Propuesta y Elementos Teóricos*. (tesis de maestría no publicada). Universidad de Sonora, México.