

DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA ENRIQUECER EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DE FUTUROS PROFESORES SOBRE VARIACIÓN LINEAL

DESIGN OF DIDACTIC SEQUENCES TO ENRICH THE DIDACTIC-MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS ON LINEAR VARIATION

Karina Jaquelin Herrera Garcia, María Teresa Dávila Araiza
Universidad de Sonora (México)
jaquelin_herrera@hotmail.es, tere.davila.araiza@gmail.com

Resumen

En este trabajo presentamos los avances de un proyecto de tesis de maestría, cuyo objetivo es el diseño de secuencias didácticas para enriquecer el conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de secundaria sobre el tema *variación lineal*. Para el diseño de las actividades nos apoyamos en herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) y en el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM). Los avances por presentar consisten en el planteamiento de los objetivos y fases metodológicas del proyecto, observaciones sobre el significado pretendido por el currículo de secundaria sobre la variación lineal, así como el diseño preliminar de una actividad didáctica mediada por GeoGebra.

Palabras clave: variación lineal, conocimiento didáctico-matemático, formación de futuros profesores

Abstract

In this paper we discuss some important aspects of an ongoing master's thesis project which is intended to design didactic sequences to improve the didactic-mathematical knowledge of prospective secondary mathematics teachers on *linear variation*. The design of the activities is based on both, the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (OSA) and the Model of Didactic-Mathematical Knowledge and Competences (DMKC) of mathematics teachers. The aspects to be discussed are both the objectives of the project and the methodological phases, advances on the intended meaning of secondary education curriculum with respect to linear variation, as well as a preliminary design of a didactic activity mediated by GeoGebra.

Key words: linear variation, didactic-mathematical knowledge, initial training of prospective teachers

■ Introducción

Los profesores de matemáticas han sido y siguen siendo uno de los focos principales de interés en la investigación. Desde hace ya varias décadas, los conocimientos matemáticos de los profesores, sus conocimientos para la enseñanza y sus prácticas en el aula se han convertido en el objeto de estudio de distintos investigadores, algunos de los cuales han orientado sus esfuerzos a la caracterización de los conocimientos que requiere un profesor para llevar a cabo una práctica en el aula que facilite el aprendizaje en sus alumnos (Pino-Fan, Godino & Font, 2015). De manera paralela, la formación inicial de los profesores se erige como un campo fértil de investigación y plantea el reto de cómo lograr favorecer en los futuros profesores esos conocimientos, no solo matemáticos, sino didáctico-matemáticos, que son necesarios para la enseñanza. Es en esta problemática de la formación inicial de los profesores de matemáticas donde se ubica el trabajo que presentaremos en este escrito.

En este documento discutiremos los avances de un proyecto de tesis de maestría, que busca atender la problemática de la formación inicial de profesores a través del diseño de secuencias didácticas que tienen como objetivo enriquecer el conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de educación secundaria sobre un tema central en la educación: la variación lineal.

Este proyecto se fundamenta en las herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2009) así como en el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM) (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017). La naturaleza de la población a la cual dirigimos nuestro trabajo, los futuros profesores, impacta en la naturaleza del diseño de las secuencias didácticas que pretendemos realizar. Por un lado, pretendemos promover el desarrollo de prácticas matemáticas que enriquezcan el significado de variación lineal de los futuros profesores, pero también pretendemos que las secuencias didácticas promuevan en los profesores reflexiones de carácter no solo matemático, sino didáctico-matemático. Más concretamente, retomamos la teoría de significados del EOS para determinar el sistema de prácticas matemáticas que dan cuenta del significado pretendido por el currículo de secundaria sobre la variación lineal, que es la base del significado que un futuro profesor debe tener y por lo tanto será también el punto de partida para definir el significado pretendido por las secuencias didácticas que diseñaremos para los futuros profesores de secundaria. Por otro lado, el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM) será un referente sobre las reflexiones que se pueden promover y desarrollar en los futuros profesores en aras de enriquecer su conocimiento didáctico-matemático en torno a la variación lineal.

Los avances que presentaremos en este escrito corresponden, por una parte, al planteamiento de los objetivos y fases metodológicas del proyecto de tesis. Por otra parte, presentaremos observaciones sobre la parcialidad del significado de variación lineal pretendido por el currículo de matemáticas de segundo grado de secundaria y describiremos una de las actividades didácticas que forman parte de las secuencias que están en proceso de diseño.

■ Problemática

En México, la educación obligatoria corresponde a cuatro niveles educativos: preescolar, primaria, secundaria y bachillerato. La educación secundaria es la culminación de la educación básica y constituye el paso previo a la educación media superior, el bachillerato. La educación secundaria consta de tres grados y se proporciona a estudiantes de 12 a 16 años que han concluido la educación primaria.

La demanda educativa en México es creciente y trae consigo la necesidad de seguir formando profesores que atiendan a la población estudiantil. Según la Secretaría de Educación Pública (SEP) (2016) existe un aumento en la matrícula de estudiantes que ingresan a todos los niveles educativos en México, en el número de maestros que

laboran en las escuelas y en el número de escuelas que imparten educación básica. En el caso específico del estado de Sonora, entidad federativa donde se realiza el presente trabajo, el Sistema Nacional de Información Estadística Educativa (SNIEE) (2017) registró 742 escuelas en funcionamiento, con un total de 151, 888 alumnos y 9203 docentes laborando en esas instituciones durante el ciclo escolar 2016-2017 en el nivel educativo secundaria.

Por otro lado, la educación secundaria en México presenta una problemática compleja con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la cual se vuelve evidente en los resultados obtenidos por los estudiantes en evaluaciones como la Prueba Planea. Según Backhoff (2018), seis de cada 10 alumnos de tercero de secundaria del país fueron ubicados en el nivel uno de la prueba, es decir el nivel más bajo de la evaluación, que corresponde a un “dominio insuficiente de los aprendizajes”, debido a que sólo son capaces de resolver problemas de comparación o problemas que involucran números naturales.

El profesor desempeña un papel fundamental en el aula en pro del aprendizaje de sus alumnos. Autores como Godino et al., (2017) afirman que la evolución del pensamiento matemático y el desarrollo de las competencias matemáticas básicas de los alumnos dependen de manera esencial de la formación didáctica de los profesores. Es por ello que el bajo desempeño de los estudiantes en matemáticas conduce a poner especial atención en los profesores y en sus procesos iniciales de formación.

La formación inicial de los profesores de matemáticas, es decir, la educación formal que reciben los futuros maestros en las Escuelas Normales (Santibáñez, 2007), es una problemática de innegable importancia; son ellos quienes atenderán a los estudiantes que año tras año egresan de la educación primaria en busca de consolidar su educación básica y continuar su formación académica.

Dentro de la problemática de la formación inicial de los profesores de matemáticas, centramos la atención en un contenido específico del currículo de matemáticas de secundaria: la variación lineal. Resulta fundamental que los futuros docentes desarrollen un significado suficientemente sólido y robusto del tema, pues es un contenido matemático transversal en la educación secundaria, cuyo estudio comienza desde quinto año de primaria y sigue hasta el bachillerato y el nivel educativo superior. Además, la variación lineal tiene íntima relación con otros temas centrales en matemáticas: la proporcionalidad y la función lineal.

Es importante que el docente adquiera un conjunto de conocimientos y habilidades para resolver de forma satisfactoria las situaciones a las que se enfrenta en su quehacer profesional, en particular cuando se trata en el aula el tema de la variación lineal. En el Programa de Estudios 2011 de educación secundaria (SEP, 2011) se plantea el estudio de la variación lineal en el segundo año de secundaria, teniendo como uno de sus propósitos que los estudiantes “identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente” (p. 14), que analicen situaciones problemáticas de diversos contextos de las ciencias en las que “existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades” (p. 51) y las representen mediante “una tabla o una expresión algebraica de la forma: $y = ax + b$ ” (p.42). Además, plantea el análisis de “relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides” (p.40). Con relación a la *variación lineal*, el Nuevo Modelo Educativo (2017), que actualmente se encuentra vigente para el primer año de secundaria, plantea como propósito para la educación mexicana en secundaria que el estudiante modele “situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; así como también, definir patrones mediante expresiones algebraicas” (p. 300)

El estudio de la variación lineal puede resultar problemático. Resultados de diversas investigaciones muestran que el estudio de la variación lineal suele ser complicado para algunos docentes. Senzeytun y Centinkaya (2010) reportan que los profesores suelen tener habilidades de razonamiento covariacional deficientes y dificultades para representar e interpretar gráficos que involucran la covariación. Así mismo dan cuenta que los profesores piensan funciones como una regla de correspondencia y no como un modelo de covariación. Otros investigadores como Panorkou y Maloney (2016) resaltan que el estudio de las funciones en el currículo se centra en estudiar reglas de correspondencia y descuida la dimensión variacional de las funciones. Ante esta situación, sugieren el estudio de

problemas contextuales que promueva que los estudiantes puedan reconocer y distinguir fácilmente las relaciones de covariación y también de correspondencia entre las variables involucradas para ayudar a profundizar su aprendizaje de las matemáticas.

Por ello, consideramos de fundamental importancia enriquecer el conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la variación lineal pues, como menciona Torres (2007), es indispensable para poder enseñar matemáticas que los futuros profesores tengan conocimientos matemáticos sólidos del tema que están enseñando, conocimientos matemáticos suficientes que le permitan ayudar al alumno a comprender el tema.

Para poder enriquecer el conocimiento didáctico-matemático sobre variación lineal de los maestros en formación inicial nos hemos planteado los siguientes objetivos: El *Objetivo general* es diseñar actividades didácticas para enriquecer el conocimiento didáctico-matemático de variación lineal a los futuros profesores de secundaria de matemáticas con la mediación de GeoGebra. A partir del objetivo general, se fijan los siguientes *objetivos específicos*:

1. Determinar qué es la variación lineal en secundaria.
2. Determinar el significado de variación lineal que queremos promover en los futuros profesores de secundaria.
3. Formular situaciones problemas adecuadas para promover los conocimientos deseados de variación lineal.
4. Diseñar applets con GeoGebra para profundización matemática, simular y/o modelar las situaciones problema y favorecer el estudio de diferentes representaciones de la variación lineal.
5. Determinar las reflexiones didáctico-matemáticas en torno a la variación lineal que sean adecuadas para los futuros profesores.

■ Perspectiva teórica

Consideramos que el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) aporta diversas nociones y herramientas que permiten identificar y analizar diferentes aspectos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2017). En particular este marco permite caracterizar el significado de un objeto matemático a través de las prácticas matemáticas realizadas en torno a tal objeto. Por ello consideramos que es una herramienta útil para determinar las prácticas matemáticas en torno a la variación lineal que promoveremos con los futuros profesores.

Para enriquecer el conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores del tema variación lineal, retomaremos algunos elementos del Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas (Modelo CCDM) (Godino, Batanero, Font & Giacomone, 2016) como orientación sobre las reflexiones didácticas en torno a la variación lineal que se pueden promover y desarrollar en los futuros profesores.

En el EOS, el significado de un objeto matemático se define a partir de la noción de *práctica matemática*, que se refiere a “toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino et al., 2009, p.4). En este sentido, el significado de un objeto matemático que posee alguien (una institución o un sujeto) es todo lo que puede hacer con el objeto y decir sobre el objeto. Según Godino et al. (2009), se concibe a los *objetos matemáticos* como los emergentes de los sistemas de prácticas matemáticas realizadas al resolver problemas matemáticos y siendo que al resolver situaciones problema pueden emerger distintas entidades (leguajes, conceptos, proposiciones, argumentos, procedimientos y nuevas situaciones problema), en el EOS se conoce como *objetos matemáticos primarios* a estas seis entidades. Tales objetos participan en la realización de las prácticas matemáticas al abordar la resolución de situaciones problema, pero no lo hacen de manera aislada, sino que están relacionados entre sí, formando redes de objetos intervinientes y emergentes que, junto con las relaciones que establecen, se denominan *configuraciones* (Godino et al., 2009).

Para caracterizar el significado de variación lineal que será pretendido por las secuencias didácticas que diseñaremos, es necesario caracterizar previamente el *significado institucional* de variación lineal *pretendido por el currículo* de secundaria, pues es el sistema de prácticas de referencia de la educación secundaria como comunidad matemática. Con base al significado institucional pretendido por el currículo y a resultados de investigaciones sobre variación lineal, pretendemos caracterizar *el significado institucional pretendido* por las secuencias didácticas. El primer significado nos permitirá orientar el análisis hacia la identificación de los sistemas de prácticas y configuraciones de objetos matemáticos primarios, de la cual seleccionaremos muestras adecuadas a las características particulares que se pretenden diseñar (Godino et al., 2017). En este sentido, determinar el significado institucional de referencia y el significado institucional pretendido es un paso necesario para elaborar las secuencias didácticas, pues estos significados serán la base de las matemáticas que promoveremos en los profesores con las secuencias didácticas.

Para el diseño de las secuencias nos apoyaremos en la herramienta *idoneidad didáctica* del EOS que proporciona una serie de orientaciones y criterios para el diseño y la valoración de procesos de instrucción matemática que sean considerados “idóneos” desde diferentes perspectivas. La *idoneidad didáctica* consta de la articulación de seis idoneidades: *epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica*, cada una de las cuales se distingue por una serie de componentes e indicadores de idoneidad. En este trabajo consideraremos solamente las facetas epistémica, cognitiva y mediacional.

Por otro lado, el marco del EOS ha desarrollado el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM) (Godino et al., 2016). Por un lado, este modelo nos orientará sobre los conocimientos matemáticos (conocimiento común del contenido) que debe tener un futuro profesor de matemáticas sobre variación lineal, pero también nos orientará sobre los conocimientos y competencias matemáticas que debe desarrollar un futuro profesor para enseñar la variación lineal en secundaria. Con estas orientaciones podremos determinar las reflexiones didácticas en torno a la variación lineal que se pueden promover y desarrollar en los futuros profesores.

■ Consideraciones metodológicas

El presente proyecto se desarrollará en cinco etapas: Revisión documental, diseño, implementación, análisis y evaluación, las cuales explicaremos en este apartado.

La Primera etapa (revisión documental) se orienta al logro de los primeros dos objetivos. El Objetivo 1, *Determinar qué es la variación lineal en secundaria*, se traduce dentro del EOS en determinar el *significado institucional pretendido por el currículo* de la variación lineal. Para determinarlo, analizamos el Plan de Estudios 1999 de la Escuela Normal Superior, específicamente el programa de la asignatura Procesos de Cambio y Variación, también analizaremos un libro de texto de primer grado de secundaria y las orientaciones didácticas del Nuevo Modelo Educativo 2017.

El Objetivo 2, *Determinar el significado de variación lineal que se promoverá en el diseño de las secuencias didácticas*, en términos del EOS se traduce en determinar el *significado institucional pretendido* por las secuencias didácticas sobre la variación lineal. Este significado se determinará a partir del Significado Institucional de Referencia y a partir de artículos de investigación sobre el tema de variación lineal.

La segunda etapa del diseño comprende acciones que incidan en el diseño de las actividades didácticas, tomando como eje tres aspectos: las situaciones problema, los applets diseñados con GeoGebra y las reflexiones didáctico-matemáticas. Esta etapa de diseño comprende el logro de dos de nuestros objetivos específicos: la *formulación y diseño de situaciones problema y applets con Geogebra*. Para la realización de estos objetivos se tomarán en cuenta

los componentes y descriptores de la idoneidad didáctica, así como también los resultados de investigaciones que documentan dificultades existentes para aprender el tema de variación lineal, proporcionalidad y función lineal.

Con respecto al objetivo 5, *Determinar reflexiones didáctico-matemáticas en torno a la variación lineal que sean adecuadas para los futuros profesores*, se utilizará el modelo del Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemático (CCDM), específicamente la dimensión matemática para determinar los conocimientos matemáticos que debe tener un profesor sobre variación lineal y la dimensión didáctica para orientarnos en torno a las reflexiones que podríamos promover sobre aspectos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de este tema.

Para cumplir con la etapa de análisis y evaluación de la secuencia didáctica se necesita implementar la secuencia didáctica, por lo tanto, la tercera etapa de implementación consiste en realizar una puesta de escena preliminar y una puesta de escena definitiva.

Para la puesta en escena preliminar se realizarán las siguientes acciones:

- 1.1 Se aplicarán las secuencias didácticas a tentativamente diez estudiantes normalistas para probar los diseños.
- 1.2 Se analizarán los conocimientos que pusieron en juego los futuros profesores.
- 1.3 Se realizarán ajustes al diseño.

Posteriormente se realizará la puesta en escena definitiva con las siguientes características:

2. La población con la que se implementarán las actividades son aproximadamente 10 futuros profesores.
 - 2.1 Los instrumentos para recopilar datos serán las hojas de trabajo para cada uno de los futuros maestros, videograbaciones y las participaciones en la plataforma de GeoGebra.
 - 2.2 Los materiales necesarios para el desarrollo de las actividades son: computadoras, proyector, hojas de trabajo para los futuros profesores, software GeoGebra y conexión a internet.
 - 2.3 Se contará con una planeación para llevar el control del desarrollo de las actividades.

La cuarta etapa, de análisis, y la quinta etapa de evaluación, se orientan a valorar las secuencias didácticas y a identificar cambios que puedan mejorar el diseño para el estudio del tema variación lineal, por lo anterior es necesario realizar la evaluación de la secuencia a partir del análisis de los datos recopilados, utilizando las siguientes herramientas del EOS: los criterios de idoneidad, específicamente, las idoneidades epistémica, cognitiva y mediacional, análisis de los significados que pusieron en juego los estudiantes normalistas, y análisis de las reflexiones didáctico-matemáticas realizadas, apoyándonos en el modelo de CCDM del profesor de matemáticas.

■ Resultados preliminares

Una de las actividades que está en proceso de diseño parte de una situación problema de contexto extramatemático, que plantea discutir si un método cotidiano para estimar el peso de una persona a partir de la estatura (que corresponde a una variación lineal) es adecuado según los datos del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS).

Se muestra un esbozo del diseño de una actividad que trata de discutir sobre la variación lineal y contrastarla con una variación que no es lineal. Esta actividad promueve la emergencia de conceptos, lenguajes, propiedades, procedimientos y argumentos que constituyen el significado de variación lineal pretendido por la secuencia. La actividad está mediada con tecnología digital GeoGebra, que permitirá a los estudiantes tener acceso a la plataforma virtual de GeoGebra donde podrán trabajar la actividad en una hoja de trabajo virtual que les permitirá llenar tablas y construir gráficas a partir de las actividades que se le demanden. Los alumnos podrán ingresar a la plataforma virtual de GeoGebra usando el siguiente enlace: <https://ggbm.at/PtnRz2mU>.

Actividad de inicio: Tiene el objetivo de abrir una discusión a partir de la experiencia cotidiana de los estudiantes para establecer la apertura al tema. Se les plantea a los futuros profesores la siguiente situación: estudiantes para profesor la siguiente situación:

1) Algunas personas calculan su peso (Kg) según su estatura (cm) de la siguiente forma: Si mido 155 cm, debería pesar aproximadamente 55 kg. ¿Crees que este método es apropiado?

2) Llena la siguiente tabla considerando el método anterior.

Estatura (cm)	114	116	118	150	152	154	156	157
Peso (Kg)								

Figura 1. Actividad peso-estatura. Elaboración propia

Actividad de desarrollo: La siguiente actividad tiene el objetivo de que el futuro profesor interactúe con una nueva información para discutir y darle sentido a lo que se intenta promover sobre el tema. Se muestra en la hoja de trabajo virtual la tabla de estatura (cm) y peso (kg) de los adolescentes (Figura 2). Los futuros profesores tienen que llenar una tabla en una hoja de cálculo (Figura 3) que incluye el cálculo del peso predicho y el cálculo del peso promedio.

Figura 2. Datos del IMSS (2018)

Figura 3. Tabla en la hoja de cálculo de GeoGebra.

Después del llenado de las tablas se realizarán preguntas con el objetivo de que emerjan conceptos, propiedades y argumentos que desarrollen conocimientos de variación lineal. Aquí se presentan algunas cuestiones a analizar sobre el peso que predice el modelo y el peso promedio obtenido con los datos del IMSS.

Una vez llenada la tabla, gráfica la columna del peso predicho y contesta:

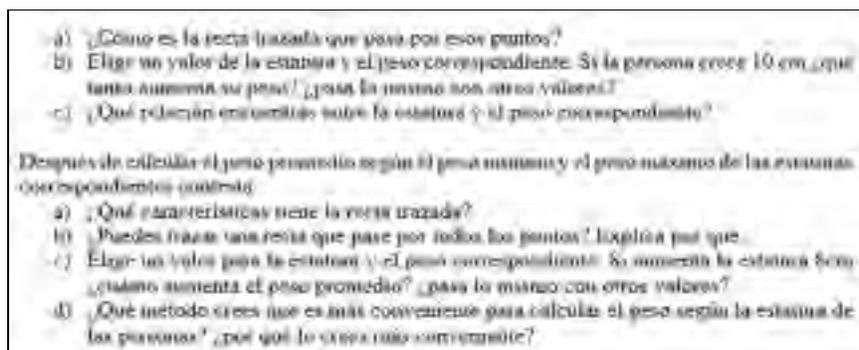


Figura 4. Actividad de desarrollo del peso-estatura (elaboración propia)

Se pretende que la actividad genere discusiones sobre qué método resulta conveniente utilizar para calcular el peso ideal de las personas y esto permita la interacción con los objetos matemáticos primarios que permiten enriquecer el conocimiento de variación lineal.

■ Reflexiones finales

El diseño de la secuencia didáctica se encuentra en fase inicial de desarrollo, se han establecido las siguientes características generales de las secuencias: que las situaciones-problemas partan de contextos cotidianos de diversos campos de aplicación y que potencien el uso de diferentes registros de representación, se privilegie el planteamiento de prácticas contextualizadas y se empleen como recurso para trabajar con contenidos pertinentes al tema de variación lineal. Además, las actividades didácticas estarán apoyadas en el software educativo GeoGebra, con el objetivo de familiarizar a los futuros profesores con el uso de tecnología digital para el aprendizaje de las matemáticas y también porque GeoGebra nos permite crear applets que pueden depositarse en una plataforma virtual donde los futuros profesores puedan manipular los diseños, tener contacto en línea con los diseñadores de las actividades, preguntar dudas, contestar preguntas, entre otras más. Este modo de interacción en línea es de vital importancia para la puesta en escena de las secuencias didácticas, pues facilita extender el proceso de instrucción más allá del aula de matemáticas y permite que los estudiantes normalistas puedan seguir interactuando con las secuencias, aunque se encuentren realizando sus prácticas de clase fuera de las escuelas normales, como periódicamente lo hacen.

Los resultados del análisis del significado pretendido por el currículo de secundaria, hasta el momento, indican que el tratamiento que se da al tema variación lineal en el programa de estudios, así como en los libros de texto, promueve el establecimiento y articulación de diferentes representaciones (o formas de lenguaje): tabular, gráfica y algebraica, por medio de situaciones-problema de contexto extramatemático que favorece el desarrollo de prácticas como: llenar tablas de valores, trazar gráficas, determinar la variable dependiente e independiente, determinar cantidades constantes, proporcionar expresiones algebraicas y realizar gráficas. Es notorio el énfasis en el estudio de las diferentes representaciones de la variación lineal; sin embargo, también es notable la ausencia de un estudio variacional de la variación lineal; se descuida el estudio de cómo cambia una variable cuando la otra variable cambia, como había sido señalado por Panorkou y Maloney (2016). Este hallazgo en el currículo de secundaria nos motiva a incorporar el estudio de la co-variación dentro del significado pretendido por las secuencias didácticas que diseñaremos, para favorecer la comprensión y la reflexión de los futuros maestros sobre la variación lineal, no solo como regla de correspondencia entre valores, sino como una relación de variación entre dos conjuntos de cantidades que varían conjuntamente de una manera muy particular.

■ Referencias bibliográficas

- Backhoff, E. (2018) Alumnos de secundaria apenas entienden las matemáticas: INEE. Recuperado de: <https://noticieros.televisa.com/ultimas-noticias/en-mexico-alumnos-secundaria-apeenas-entienden-matematicas-inee/>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Tomado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. González, F. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Instituto Mexicano del Seguro Social (2018). Calcula tu Índice de Masa Corporal. Recuperado de: <http://www.imss.gob.mx/salud-en-linea/calculaimc>
- Panorkou N. y Maloney A. (2016) Early algebra: Expressing Covariation and correspondence. *Teaching children mathematics*, 23 (2), 90-99.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema*, 29(51), 60-89.
- Santibáñez, L. (2007) Entre dicho y hecho. Formación y actualización de maestros de Secundaria en México. Distrito Federal México. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 12(32), 305-335.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro*. Educación Secundaria Matemáticas. México. Recuperado de: http://siplandi.seducoahuila.gob.mx/SIPLANDI_NIVELES_2015/7ESPECIAL/PLANES_Y_PROGRAMAS/PROGRAMAS/PP_SECUNDARIA/Matematicas.pdf
- Secretaría de Educación Pública (2016). *Cuarto informe de labores 2015-2016*. México. Recuperada de: http://www.planeacion.sep.gob.mx/Doc/informes/labores/2012_2018/4to_informe_de_labores.pdf
- Secretaría de Educación y Cultura (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*. México. Recuperado de: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/198738/Modelo_Educativo_para_la_Educacion_Obligatoria.pdf
- Senzeytun, A. y Cetinkaya, B. (2010). Mathematics Teacher's Covariational Reasoning Levels and Predictions about Student's Covariational Reasoning. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(3), 1601-1612.
- Sistema Nacional de Estadística Educativa (2017). *Estadística del sistema educativo mexicano Ciclo escolar 2016-2017*. Recuperado de: http://www.snie.sep.gob.mx/descargas/estadistica_e_indicadores/estadistica_e_indicadores_educativos_15mex.pdf
- Torres, E. (2007). *El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: Enseñanza de la proporcionalidad* (Tesis doctoral no publicada). Universitat Autònoma de Barcelona. Barcelona. Recuperado de: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/290741/etm1de1.pdf?sequence=1>