

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE PROFESORES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA PARABOLA

MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF SECONDARY EDUCATION TEACHERS IN ORDER TO TEACH THE PARABLE

José Carlos León Ríos, Isabel Tórres, Elizabeth Advíncula, Marisel Beteta

Universidad de Lima. (Perú)

jleonr@ulima.edu.pe, iztorres@ulima.edu.pe, eadvincu@ulima.edu.pe, mbeteta@ulima.edu.pe.

Resumen

Este artículo es un reporte de investigación en curso, el cual indaga sobre la comprensión del conocimiento que utiliza un profesor de matemática en el tema de la parábola. El objetivo de nuestra investigación es validar una propuesta de innovación didáctica para el aprendizaje de la parábola tomando como base aspectos del Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), propuesto por Carrilo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013), y está dirigida a docentes de educación secundaria. Por otro lado, nuestra investigación sigue una metodología cualitativa, la cual nos permitirá describir con mayor profundidad los resultados encontrados. En este reporte presentamos un avance del diseño de la evaluación diagnóstica, la descripción de las principales categorías e indicadores, la cual nos permitirá recoger información de la actuación del docente en el aula.

Palabras clave: formación de profesores, conocimiento especializado del profesor, parábola

Abstract

This article is an ongoing research report, which investigates the understanding of knowledge that a mathematics teacher uses to develop the parable topic. The objective of our research is to validate a proposal of didactic innovation for the learning of the parable based on aspects of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge Model (MTSK), proposed by Carrilo, Climent, Contreras and Muñoz-Catalan (2013), and is aimed at secondary school teachers. On the other hand, our research follows a qualitative methodology, which will allow us to describe in greater depth the results found. In this report we present an advance of the design of the diagnostic evaluation, the description of the main categories and indicators, which will allow us to collect information on the teacher's performance in the classroom.

Key words: teacher training, mathematics teacher's specialized knowledge, parabola

■ Introducción

La situación actual en la que se encuentra la formación de docentes de Matemáticas en Perú, según Díaz (2015), presenta las debilidades siguientes: competencias insuficientes con las que egresan los profesionales de Institutos Pedagógicos, según resultados de la Evaluación de Egreso 2013, aplicada por el Ministerio de Educación, distintas mallas curriculares existentes en Institutos Superiores Pedagógicos y Universidades, resistencia al cambio por parte de los formadores de docentes, los cuales mantienen prácticas pedagógicas tradicionales, escasa preparación de los docentes en contenidos matemáticos; y falta de preparación de los docentes en aspectos didácticos matemáticos. En el Currículo Nacional de la Educación Básica, el objeto matemático parábola se encuentra ubicado en el último ciclo escolar y en un nivel de desarrollo destacado de la competencia.

Como nos interesa trabajar con docentes de educación secundaria, revisamos el Currículo Nacional de la Educación Básica y el Programa Curricular de Educación Secundaria, el cual está en vigencia desde el año 2016, y busca el desarrollo de competencias, es decir, reflexionar sobre la situación significativa que se debe ofrecer a los estudiantes para que pongan en juego determinados niveles de sus competencias y evidencien sus desempeños. Respecto a la noción de parábola en el Currículo Nacional de la Educación Básica (Ministerio de Educación del Perú, 2016), en la Competencia 26 “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”, al finalizar el VII ciclo se espera que los estudiantes resuelvan problemas relacionados con la parábola en diversos contextos. Esta competencia implica que los estudiantes deben desarrollar las siguientes capacidades: modelar objetos con formas geométricas y sus transformaciones, comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, usar estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio, y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas, que consiste en orientar y describir la posición del movimiento de objetos y de sí mismos en el espacio. Asimismo, cada competencia incluye estándares de aprendizaje que son los referentes para medir y describir los niveles de desarrollo de cada competencia que los estudiantes deben alcanzar desde el inicio hasta el fin de la escolaridad. Esta descripción permite conocer el nivel esperado que se espera alcanzar al finalizar cada ciclo escolar. En tal sentido los estándares ofrecen información valiosa que permite ver que tan lejos o tan cerca está el estudiante de alcanzar el aprendizaje esperado.

■ Objetivo

El objetivo de nuestra investigación es elaborar y validar una propuesta de innovación didáctica para el aprendizaje de la parábola, dirigida a docentes de educación secundaria.

Para alcanzar dicho objetivo, hemos identificado los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar los conocimientos didácticos y matemáticos de los docentes de educación secundaria referidos a la parábola.
2. Implementar la propuesta de innovación didáctica con docentes de educación secundaria.
3. Analizarla y evaluarla con el fin de tener elementos que permitan mejorarla.

■ Aspectos del modelo de conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MSTK)

En los trabajos de Shulman (1986) se encuentran las bases de un modelo que permite identificar y sistematizar los conocimientos que requiere un profesor, el cual incluye por primera vez, el conocimiento del contenido y el conocimiento de la didáctica específica. En base a este estudio, Ball y su equipo de trabajo (Ball, 2000; Ball, Thames, & Phelps, 2008; Hill, Ball & Schilling, 2008) proponen la noción de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), donde expone lo que los maestros necesitan conocer y hacer para una enseñanza que pretenda la comprensión de un contenido matemático.

Posteriormente, un grupo de investigación de la Universidad de Huelva ha propuesto el modelo Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas (MTSK). Dicho modelo consta de dos grandes dominios de conocimiento: el conocimiento del contenido matemático (MK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK), como se muestra en la Figura 1.

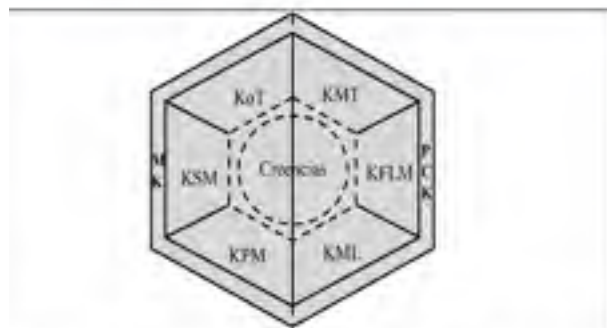


Figura 1: Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

Nuestro trabajo toma como referencia los componentes del contenido matemático (MK), que está compuesto por tres subdominios de conocimiento (Rojas, Flores y Carrillo, 2015) que a continuación describimos.

El primer subdominio del dominio matemático es el conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT), el cual incluye el propio contenido matemático, como conocimiento de los conceptos y procedimientos matemáticos. Este subdominio ha sido organizado en diversas categorías como los contenidos, la fenomenología, los sistemas de representación y los procedimientos. La fenomenología, referida como la contextualización de las relaciones con los objetos, con las personas y las situaciones.

El segundo subdominio, es el conocimiento de la estructura de las matemáticas (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM) que encierra una visión de conjunto de la matemática, y que se origina cuando el profesor vincula los elementos que se encuentra considerando a otros, desde una conexión simple y compleja del contenido matemático, dichas conexiones son interconceptuales y temporales.

Finalmente, el conocimiento de la práctica matemática (Knowledge of the Practice of Mathematics – KPM) implica el modo de proceder en matemáticas, incluye el conocimiento de las formas de conocer y crear o producir en matemáticas (conocimiento sintáctico sobre la lógica en matemáticas), el razonamiento y la prueba, saber definir y usar definiciones, elegir representaciones, argumentar, generalizar o explorar, aspectos de la comunicación matemática (Carrillo et al, 2013).

Nuestro trabajo se centra en el dominio del conocimiento del contenido matemático (MK) pues nos interesa indagar acerca de los conocimientos matemáticos que tienen los profesores de educación secundaria en relación con el contenido parábola, ya que observamos que los docentes en su práctica presenten muchas deficiencias en relación con el dominio de diversos contenidos matemáticos. Nuestra exploración en este dominio incluye tres subdominios que componen y dan sentido al conocimiento matemático del profesor de matemáticas, estos son: el conocimiento de los contenidos matemáticos, el conocimiento de la estructura matemática y el conocimiento de la práctica matemática.

■ Diseño metodológico

Recalamos que el diseño de la evaluación diagnóstica, la descripción de las principales categorías e indicadores, son parte de una investigación preliminar que en la actualidad estamos trabajando con un grupo de profesores secundaria, en el área de matemática. En este reporte, se realizó un estudio cualitativo e hicimos uso de algunos aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995 citado en Artigue, 1995). Dado que nuestra investigación es cualitativa, categorizaremos y codificaremos los datos para tener una descripción más profunda y completa de éstos. Elaboramos una categorización y descripción de cada categoría según el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK) y luego procedimos a un análisis a priori para obtener los datos necesarios y realizar un análisis posterior de las posibles respuestas correctas e incorrectas de los profesores. Las categorías e indicadores se elaboraron para cada uno de los tres subdominios del dominio MK, las cuales mostraremos parcialmente. Las categorías y los indicadores vinculados con el conocimiento del objeto matemático parábola incluyen la comprensión de definiciones, uso de propiedades, notación y diversas representaciones, justificaciones, etc. Los instrumentos que utilizaremos son: la evaluación diagnóstica, el cuestionario de la entrevista semi-estructurada, y actividades didácticas que abarcan situaciones y problemas en diversos contextos. Las técnicas que utilizaremos son: la observación, la entrevista y la lectura de documentos que contienen significados. Para la observación utilizaremos listas de cotejo y matrices, para la entrevista se usarán los cuestionarios y las grabaciones.

■ Análisis del diseño y aplicación de la evaluación diagnóstico de conocimientos matemáticos acerca de la parábola

Para el diseño de nuestra evaluación diagnóstico hemos elaborado previamente las categorías e indicadores para cada uno de los tres subdominios del dominio MK y luego hemos construido preguntas que nos permitan recoger información relacionada con cada uno de los indicadores. En la estructura de la evaluación diagnóstico, para el subdominio KOT, hemos considerado organizarlo en cuatro categorías: contenidos, fenomenología, sistemas de representación de la parábola y procedimientos.

En el contenido se consideró el conocimiento del concepto de parábola como lugar geométrico, conocimiento de la parábola como la gráfica de una función cuadrática, el conocimiento de propiedades relacionadas con máximos y mínimos de una función cuadrática, conocimiento de propiedades relacionadas con ecuaciones cuadráticas, conocimiento de propiedades relacionadas con trayectorias ideales de cuerpos que se mueven bajo influencia exclusiva de la gravedad como el movimiento parabólico. En la fenomenología, se consideró el conocimiento de situaciones en las que se aplica el concepto de parábola (como sección cónica, como condición geométrica y como función) dentro y fuera de la matemática. En los sistemas de representación de la parábola, se consideró la representación de la condición geométrica de la parábola en el sistema de coordenadas cartesiano y la representación de la condición geométrica de la parábola omitiendo el sistema de coordenadas cartesiano. Finalmente, en los procedimientos, se consideró incluir la determinación de la ecuación de la parábola teniendo en cuenta las propiedades de sus elementos y la determinación de la ecuación ordinaria de la parábola y reconocimiento de sus principales elementos.

En la tabla 1, se muestra la estructura de la evaluación diagnóstico, del subdominio KOT.

Subdominio: KOT		
Categoría	Indicadores	Nº pregunta
Contenidos	Conocimiento del concepto de parábola como lugar geométrico.	1
	Conocimiento de la parábola como la gráfica de una función cuadrática.	2a, 2b

	Conocimiento de propiedades relacionadas con máximos y mínimos de una función cuadrática.	2c
	Conocimiento de propiedades relacionadas con ecuaciones cuadráticas.	3
	Conocimiento de propiedades relacionadas con trayectorias ideales de cuerpos que se mueven bajo influencia exclusiva de la gravedad como el movimiento parabólico.	4
Fenomenología	Conocimiento de situaciones en las que se aplica el concepto de parábola (como sección cónica, como condición geométrica y como función) dentro y fuera de la matemática.	5, 6, 9
Sistemas de representación de la parábola	Representación de la condición geométrica de la parábola en el sistema de coordenadas cartesiano.	7
	Representación de la condición geométrica de la parábola omitiendo el sistema de coordenadas cartesiano.	8
Procedimientos	Determinación de la ecuación de la parábola teniendo en cuenta las propiedades de sus elementos.	10
	Determinación de la ecuación ordinaria de la parábola y reconocimiento de sus principales elementos.	11

Tabla 1. Estructura de la evaluación diagnóstico

Mostramos también el análisis a priori de una de las preguntas que se estructura en la categoría sistemas de representación de la parábola. La representación gráfica de la pregunta se muestra en la figura 2, donde se muestra un rectángulo formado por dos cuadrados. El profesor debe trazar, de ser posible, una parábola que pase por dos de los vértices del rectángulo y justificar su respuesta.

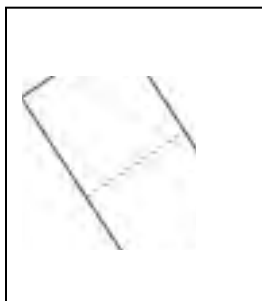


Figura 2: Representación del rectángulo formado por dos cuadrados

En esta pregunta, esperamos que los profesores a partir del conocimiento del lugar geométrico de la parábola como *el conjunto de puntos del plano que son equidistantes con un punto fijo F (llamado foco) y una recta fija l (llamada directriz)*, representen una parábola en situaciones donde se omitan los ejes coordenados y muestren que sus propiedades se mantienen invariantes.

Alguna respuesta correcta esperada

Con la definición de parábola como *el conjunto de puntos del plano que son equidistantes con un punto fijo F (llamado foco) y una recta fija l (llamada directriz)*, y con la propiedad del cuadrado que indica que todos sus lados

son iguales y perpendiculares, el profesor debe ubicar cualquier vértice del rectángulo y encontrar el foco y la directriz de una parábola, representando al menos una de las múltiples representaciones gráficas que existen.



Figura 3: Representación de la parábola que pasa por dos de sus vértices

Algunas respuestas incorrectas esperadas

Esperamos que el profesor dibuje una parábola que pasa por dos de sus vértices pero que no tome en cuenta la condición geométrica de la elipse y ubique el vértice en cualquier punto interior del rectángulo.

■ Reflexiones finales

El conocimiento especializado de un profesor de matemática está orientado a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los indicadores propuestos en el subdominio del KOT nos da cuenta de los procedimientos, contenidos, sistemas de representación, conexiones y prácticas matemáticas que un docente debe utilizar para enriquecer la comprensión del conocimiento en el tema de la parábola. El presente artículo es un avance del diseño de la evaluación diagnóstico y la confrontación de los resultados nos permitirá indagar acerca de la comprensión del conocimiento del profesor de matemática, específicamente en el tema de la parábola.

■ Referencias bibliográficas

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica en Educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 38, 97-140). México, DF. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 399-406.
- Boyer, C. (1987). Historia de la matemática. Versión española de Mariano Martínez Pérez. Alianza Editorial, Madrid, España.
- Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C. (2013) Mathematics Teacher Specialized Knowledge. En: Proceedings of the *eighth congress of the european society for research in mathematics, 8th, Antalya. CERME 8*, Antalya, Turquía.
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Tomado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-secundaria-17-abril.pdf>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.