

EXPERIENCIAS DE ENSEÑANZA SOBRE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEACHING EXPERIENCES ON PROBABILITY AND STATISTICS

Liliana Mabel Tauber, Hugo Alvarado Martínez, Lucía Zapata-Cardona, Jesús E. Pinto Sosa, Armando Albert Huerta

Universidad Nacional del Litoral, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Universidad de Antioquia, Universidad Autónoma de Yucatán, Instituto Tecnológico de Monterrey (Argentina, Chile, Colombia, México) estadisticamatematicafhuc@gmail.com, alvaradomartinez@ucsc.cl, luzapata@ayura.udea.edu.co, psosa@correo.uady.mx, albert@itesm.mx

Resumen

La Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE) pretende compartir el esfuerzo de docentes, académicos e investigadores sobre formas distintas de abordar la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad y Estadística. El artículo busca dar a conocer estas experiencias, los fundamentos teóricos que les subyacen, sus características, así como los resultados, alcances y limitaciones detectados a partir de su implementación. Se comparten propuestas y experiencias de implementación en cuatro países latinoamericanos, lo que permite contar con diferentes alternativas y maneras de enseñar la Probabilidad y Estadística.

Palabras clave: formación de profesores, educación estadística, estadística, probabilidad, currículo

Abstract

The Latin American Research Network on Statistical Education (RELIEE) aims to share the efforts of teachers, scholars and researchers on different ways of approaching the teaching and learning of Probability and Statistics. The paper seeks to make known these experiences, the theoretical foundations that underlie them, their characteristics, as well as the results, scope and constraints detected from their implementation. Proposals and experiences are shared from four Latin American countries, what allows having different alternatives and ways to teach Probability and Statistics.

Key words: teacher education, statistics education, statistics, probability, curriculum

■ Introducción

Este artículo busca compartir el esfuerzo de docentes, académicos e investigadores sobre formas distintas de abordar la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad y Estadística. A lo largo de los años, la experiencia en la práctica docente y la investigación en educación estadística dan cuenta que no existe una única manera de abordar la enseñanza. La finalidad de este documento es mostrar estas experiencias, los fundamentos teóricos que las subyacen, sus características, así como los resultados, alcances y limitaciones obtenidos a partir de su implementación.

Específicamente se dan a conocer cinco experiencias o prácticas didácticas que llevan a cabo docentes-investigadores de cuatro países latinoamericanos: Chile, Argentina, Colombia y México, con el deseo que otros docentes conozcan diferentes alternativas o formas para abordar la enseñanza de la Probabilidad y Estadística, cómo es posible implementar determinadas estrategias provenientes de la investigación en educación estadística y por consiguiente, favorecer a la mejora de la práctica docente.

■ Desarrollo de las intuiciones probabilísticas (*Chile*)

A nivel universitario, las Escuelas de Ingeniería en Chile están presentando nuevos modelos educativos basados en competencias; destacando el rol activo del estudiante, la utilización de recursos informáticos y de plataformas virtuales de aprendizaje en la docencia, la reflexión sobre la retroalimentación oportuna durante el proceso de la evaluación de los resultados de aprendizaje y la preparación del profesorado en metodologías de enseñanza actualizada (Alvarado, Galindo y Retamal, 2018). Sin embargo, un grupo no menor de estudiantes llegan a la universidad sin haber tenido la oportunidad de desarrollar habilidades, análisis crítico y actitudes hacia el azar y las probabilidades que les permitan fortalecer su formación como ciudadanos con sentido probabilístico. En general, los estudiantes de ingeniería no han sido confrontados con una enseñanza de la Probabilidad que valore e integre creativamente las intuiciones probabilísticas (Alvarado, Estrella, Retamal y Galindo, 2018).

Por otro lado, se reconoce que los profesores requieren una comprensión profunda de la probabilidad a enseñar en la escuela. Así, también requiere tener presente los posibles problemas contingentes en el aula sobre las dificultades de aprendizaje y errores de los estudiantes en tareas de resolución de problemas de probabilidad. Aunque utilizamos nociones probabilísticas informales a diario para tomar decisiones, la investigación sobre probabilidad se ha centrado principalmente en los significados clásico y frecuentista, siendo casi inexistente la investigación sobre el significado intuitivo de la probabilidad (Alvarado, Estrella, Retamal y Galindo, 2018). El reconocido carácter multifacético de la probabilidad ha llevado a que algunos investigadores aconsejen que, para el aprendizaje de este tema, los sujetos deben tener la oportunidad de variadas experiencias de situaciones probabilísticas asociadas a los diversos significados de la probabilidad, a saber, intuitivo, frecuencial, clásico, subjetivo y axiomático (Batanero, Henry y Parzys, 2005).

Por tal motivo, la experiencia didáctica se centró en explorar ¿cómo los estudiantes de ingeniería asignan valores a situaciones de incertidumbre desde sus intuiciones probabilísticas previo a un curso de estadística? y ¿qué argumentos utilizan respecto a sus intuiciones y heurísticas sobre probabilidad después de un curso de estadística? Se evaluaron las intuiciones y heurísticas sobre la probabilidad en 257 estudiantes de ingeniería mediante un cuestionario de ocho ítems cerrados, antes de un curso de estadística; y se analizaron los argumentos y sesgos de razonamiento por medio de un ítem abierto, después de desarrollar la unidad de probabilidad del curso de estadística universitario.

La secuencia de aprendizaje incluía las unidades de probabilidad de sucesos y las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas, la que se realizó durante cinco semanas, integrando los significados de la probabilidad. En las primeras sesiones los estudiantes estimaban en forma escrita situaciones de incertidumbre bajo condiciones

y de variabilidad del muestreo, para reconocer y comunicar la propia intuición, y luego comparar el razonamiento probabilístico con sus ideas intuitivas. Las sesiones abarcaban actividades de resolución de problemas de la vida cotidiana y de la ingeniería, abordando en lo posible los significados de la probabilidad (intuitiva, laplaciana, frecuentista, y axiomática), y las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias. La planificación consideró situaciones cotidianas y manipulación de generadores aleatorios típicos, uso de simulación con recursos tecnológicos, cociente de casos favorables y posibles en espacios muestrales equiprobables, teoría de conjuntos y teoría de la medida.

El resultado de la experiencia permitió incorporar prácticas que vinculen lo intuitivo y lo formal en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad de la escuela a la universidad. Es conveniente incluir en la enseñanza los distintos significados de la probabilidad y confrontar algunas de las heurísticas para promover gradual y progresivamente el razonamiento intuitivo hacia el razonamiento axiomático con comprensión, y desarrollar un pensamiento probabilístico útil al ciudadano.

■ **Construcción del Sentido Estadístico en estudiantes (Argentina)**

La enseñanza de la Estadística en carreras no matemáticas genera grandes desafíos a la hora de elaborar una propuesta de enseñanza. Diversos autores proponen ideas para introducir contenidos que sean significativos para los estudiantes de estas carreras (Behar y Grima, 2014). Si bien el desarrollo del *Sentido Estadístico* debería darse de modo progresivo a lo largo de los distintos niveles educativos, en Argentina, los estudiantes llegan a la Universidad con escasa o nula formación en lo que a razonamiento y pensamiento estadístico se refiere (Tauber, Santellán y Cravero, 2017). En particular, la asignatura en la que se desarrolla esta experiencia presenta un contexto especial, pues los alumnos provienen de cinco carreras diferentes asociadas a las Ciencias Sociales, no es requisito institucional la asistencia a clase, con lo cual antes de la implementación de esta propuesta más del 50% de alumnos tenía trayectorias de cursado incompletas o discontinuas y a esto se agrega la autonomía de los alumnos en las lecturas específicas de las Ciencias Sociales pero no con textos estadísticos.

Frente a esta situación el propósito fue desarrollar una propuesta que integre a la Estadística en el campo profesional específico de nuestros estudiantes, enfatizando la comprensión conceptual de las ideas estocásticas fundamentales, incorporando la tecnología en el tratamiento de datos, la interpretación de resultados de investigaciones en el área y potenciando el trabajo colaborativo y la discusión entre pares. Así, desarrollamos una propuesta centrada en tres fases.

En la *primera fase* surge la necesidad de estudiar y comprender conceptos estadísticos implícitos en distintos índices e indicadores sociales. Para ello, la secuencia de actividades consistió en: a) la problematización de la medición de la pobreza, centrada en la lectura de Escudero (2014), lo cual llevó a los estudiantes a conocer las dimensiones estadísticas de este indicador, alcances y limitaciones, b) introducir los conceptos estocásticos necesarios para comprender el significado de este indicador y las variables que lo componen, centrando el análisis conceptual en los datos de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH). Así, los alumnos pueden seleccionar diversas variables, con datos reales y cercanos a su entorno (ya que se toman los datos de la provincia en la que ellos viven), fundamentan su elección, realizan diversos análisis estadísticos y redactan informes en los que deben incluir la discusión de resultados y las conclusiones fundamentadas en la evidencia empírica.

En una *segunda fase*, deben relacionar las conclusiones anteriores con dos videos donde Hans Rosling (2007 y 2010) trata el tema de la medición de la pobreza desde un enfoque multidimensional, por lo cual pueden comparar con la propuesta de Escudero (2014). Así, vuelven a revisar los datos disponibles, pero a través de otros indicadores y metodologías y, por lo tanto, pueden ampliar o modificar sus conclusiones.

En la *tercera fase*, se les presenta la comparación de dos grupos de hogares de la EPH, con características diferentes (por ej.: hogares que solicitan créditos y hogares que no), a través de un análisis exploratorio y de una viñeta en la que dos personas debaten en un lenguaje cotidiano sobre la problemática presentada y se les pide que ellos decidan a quien de esas personas apoyarían brindando fundamentos basados en la evidencia y en lo conceptual.

La evaluación continua acompaña a la propuesta didáctica a través de diversos prácticos basados en nuevas bases de datos reales, por ejemplo, sobre el Índice de Desarrollo Humano, el Índice de Felicidad o variables de *Gapminder World* (www.gapminder.org). Esta experiencia que se ha replicado durante cuatro años, ha permitido propiciar el desarrollo del razonamiento estadístico de los estudiantes, apreciando que muchos de ellos lograron dar sentido a la información estadística y a los conceptos implícitos (Gal, 2004), lo que llevó también a un incremento en el rendimiento (20% de aprobados en 2013 a un 85% en 2017).

■ Investigaciones estadísticas y ciudadanía crítica (Colombia)

En el sistema educativo colombiano, la enseñanza de la estadística se ha caracterizado por el marcado énfasis en el dominio de conceptos y procedimientos estadísticos desarticulados de los contextos que poco ayudan a los estudiantes a ver y usar la estadística como una ciencia útil para entender el mundo (Zapata-Cardona, 2014; Zapata-Cardona y Rocha, 2016). Esta tradición en la enseñanza de la estadística está muy lejos de emular la práctica del profesional estadístico que muchos investigadores han recomendado en los últimos desarrollos didácticos que dan fuerte importancia al contexto en el cual se gestan los problemas estadísticos (Lopes y Cox, 2018). Considerar el contexto va en coherencia con la práctica diaria de los estadísticos profesionales quienes parten de situaciones reales, las estudian y las modelan para comprenderlas y para hacer predicciones en escenarios reales.

La propuesta que se desarrolló tiene su fundamento en el principio didáctico de que la enseñanza de la probabilidad y la estadística pueden ser organizadas a partir de perspectivas filosóficas que no solo se centren en la acumulación de *saberes* sino también en la formación de los *seres* (Radford, 2018). El propósito es ir más allá del dominio de conceptos y procedimientos para convertirse en una herramienta de indagación empírica que le permita al estudiante entender críticamente las crisis y conflictos del mundo y participar en la sociedad como un *ciudadano crítico*. Skovsmose (1999) inspirado en las ideas de Giroux plantea que “la escuela debe educar a los estudiantes para ser *ciudadanos críticos*, preparados para correr riesgos, desafiar y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad” (p. 26). Coherente con este pensamiento, la *ciudadanía crítica* es entendida como una cualidad del pensamiento que forma ciudadanos conscientes en lo ambiental, social, político y económico y desarrolla disposiciones críticas hacia el mundo en el que viven (Stillman, Brown, Faragher, Geiger y Galbraith, 2013).

Para contribuir a la ciudadanía crítica, se llevó a cabo la estrategia de *investigaciones estadísticas* en el aula (Zapata-Cardona, 2016), las cuales son una apuesta crítica para la enseñanza de la estadística inspiradas en los fundamentos de la educación crítica (Adorno, 1971), que busca el uso de la razón para el desarrollo de la conciencia social de los aprendices para evitar que se cometan injusticias. Parten de una crisis social que sea familiar para el estudiante y con el uso de herramientas estadísticas la estudian experimentalmente para intentar comprenderla y tratar de superarla.

Un ejemplo de investigación estadística (ver otros más en Zapata-Cardona, 2016) consistió en un estudio sobre discriminación en contra de la mujer publicado por Rosen y Jerdee (1974) en el cual con 48 hojas de vida idénticas marcadas 24 para hombres y 24 para mujeres, 21 hombres y 14 mujeres fueron recomendados para ascenso. La pregunta estadística que orientó la discusión fue: ¿hay evidencia estadística para sospechar de discriminación en contra de la mujer o los resultados pueden ser debidos únicamente al azar? Con este escenario se estudiaron los contrastes de hipótesis, pero también la discriminación en contra de la mujer.

En las *investigaciones estadísticas* no solo se atiende la dimensión *objetiva* del saber estadístico sino la dimensión humana —*subjetiva*— de los estudiantes y su participación democrática en la sociedad (Radford, 2018). Las investigaciones estadísticas superan la concepción de la enseñanza como entrega de información y conciben el conocimiento como producto de los intereses y necesidades desplegados en las actividades humanas.

El uso de las investigaciones estadísticas en la enseñanza ha mostrado ser una poderosa herramienta tanto para la formación de conceptos y procedimientos estadísticos como para la formación de la conciencia social de los estudiantes, y han ayudado a los estudiantes a conectar el conocimiento escolar con el conocimiento por fuera de la escuela.

■ Incorporación de ideas tempranas de Inferencia Estadística (México)

A continuación, se presenta otra experiencia sobre la enseñanza de la Probabilidad y Estadística, esta vez en México, a nivel universitario basada en la incorporación de ideas tempranas de inferencia estadística paralelamente al desarrollo del curso. Desde la perspectiva cognitiva, hace casi dos décadas, distintas voces dan cuenta de las dificultades de estudiantes en inferencia estadística por su complejidad y reducidos tiempos didácticos en que es abordada (Vallecillos, 1999; Alvarado, Galindo y Retamal, 2013; Albert y Ruiz, 2014).

El marco teórico de la propuesta descansa en las ideas de Aliaga y Gunderson (2006) de la Universidad de Michigan y busca mejorar los procesos de razonamiento inferencial no sólo al inicio del curso sino a lo largo de todo su desarrollo. El punto de partida es una explicación sistémica del fenómeno didáctico (Cantoral, Farfán, Lezama y Sierra, 2006), donde se consideró que éste no puede comprenderse de manera aislada sino en la interacción de tres aproximaciones al objeto didáctico, que articulados entre sí permiten problematizar sobre los elementos que intervienen en el aprendizaje de la Inferencia estadística:

- a) La *aproximación epistemológica disciplinar* permitió observar que en la inferencia estadística intervienen una gran cantidad de conceptos de probabilidad, muestreo aleatorio y de estadística propiamente, pero también en una complejidad lógica- interpretativa de los resultados, debida a su singular característica de estar vinculada a fenómenos aleatorios y situaciones bajo incertidumbre y de toma de decisiones.
- b) Desde la perspectiva *epistemológico-histórica* se constató que la presencia de distintas tradiciones, clásica, frecuentista y bayesiana, no siempre son conciliables en sus planteamientos e interpretaciones.
- c) Por último, desde una *aproximación didáctica* se pudo observar que en los programas de estudio y los libros de texto (ver Montgomery y Runger, 2012, entre otros) se hace una secuencia temática compartamentalizada en módulos poco vinculados entre sí entre los cuales Inferencia estadística es tratada hasta después de los temas de estadística descriptiva, probabilidad y distribuciones de probabilidad.

En ese sentido, la experiencia didáctica buscó identificar los distintos momentos didácticos de un curso de Estadística y de hallar espacios propicios para el desarrollo de ideas tempranas de inferencia estadística. La estrategia consistió en desarrollar ideas germinales de estadística inferencial, paralelamente al desarrollo de un curso universitario introductorio a estadística, en cuatro momentos: Estadística descriptiva, Probabilidad, Distribuciones y Distribuciones del muestreo. En *Estadística descriptiva* convino introducir los conceptos de toma de decisiones, hipótesis nula y alternativa, errores tipo I y tipo II, así como intervalos con percentiles y desviaciones estándar alrededor de la media, así como abrir la discusión al problema de cuándo se tiene un resultado significativo y un dato atípico. En *Probabilidad*, con el Teorema de Bayes, se introdujo la idea de medición del error tipo I y error tipo II con problemas vinculados a pruebas de detección de cáncer. En *Distribuciones de probabilidad* se propuso plantear las hipótesis nula y alternativa simbólicamente y con la negación en sus tres posibilidades (mayor, menor o diferente) así como utilizar las distribuciones (en particular, la binomial), para discutir el resultado que aporta la evidencia muestral a favor de alguna hipótesis. Finalmente, en *Distribuciones muestrales* se plantearon situaciones

de toma de decisiones confrontando el valor p con un nivel de significación establecido α , así como con el número de desviaciones estándar distante de la media, con relación a un valor crítico hallado a partir de α .

Durante dos años, con al menos 80 alumnos por semestre, se implementaron actividades de aprendizaje y se actualizaron bajo la perspectiva de aprendizaje activo. Se logró un curso funcional e institucionalizado capaz de desarrollar el razonamiento estadístico inferencial desde sus inicios, con un índice promedio de rendimiento escolar global detectado del 10% superior al enfoque tradicional de dejar la inferencia estadística al final del curso. Aún se diseñan métricas que permitan precisar las diferencias en cuando al razonamiento inferencial. La experiencia permitió contar con más tiempo didáctico para la asimilación y razonamiento en torno a la complejidad del razonamiento estadístico inferencial.

■ Estadística con proyectos (México)

Otra experiencia en México fue a través de un programa de actualización con profesores de Probabilidad y Estadística de secundaria, bachillerato y universidad, la cual tuvo como propósitos que los docentes identifiquen y caractericen, de acuerdo con cada contexto, las diferentes formas de utilizar la Estadística con proyectos (*EstPro*) en la escuela, así como diseñar una propuesta para desarrollarla e implementarla con sus estudiantes.

El sustento teórico y conceptual de *EstPro* recae en los estudios de Wild y Pfannkuch (1999), Burgess (2008), las recomendaciones emitidas en la *Guía para la evaluación y la enseñanza de la educación Estadística* (GAISE por sus siglas en inglés) por Franklin, et al (2007), así como las orientaciones del *Proyecto Internacional sobre Alfabetización Estadística* (ISLP, por sus siglas en inglés, disponible en: <https://iase-web.org/islp/>). El énfasis de la estrategia es lograr una transición entre el paradigma del tratamiento de la información al paradigma del desarrollo del pensamiento estocástico, lo que llevará al profesor a confrontar sus creencias, concepciones y conocimientos sobre la estadística, su aprendizaje y enseñanza. Los fundamentos de la investigación, así como la caracterización de los tipos de proyectos pueden verse en Flores y Pinto (2017).

De 2016 a 2017, se implementaron cuatro talleres de actualización con un total de 82 profesores en ejercicio, los cuales se llevaron a cabo en cuatro países: México, Chile, Perú y Colombia. Se trata de ciclos de talleres, cuyos itinerarios de aprendizajes tuvieron como características: a) problematización a partir situaciones reales de enseñanza y aprendizaje, b) trabajo colaborativo, c) revisión de experiencias e informes, y d) reflexión sobre la práctica docente. Se buscaba que en los talleres los docentes se sientan, perciban y trabajen como *comunidades de práctica* y en todo momento pongan el *conocimiento en uso* de la estadística.

Como parte de las actividades de los talleres fue el diseño e implementación de una secuencia didáctica con base en la *EstPro*, denominada “Proyecto: enseñar estadística en la escuela”, donde los profesores se pusieron en el rol de estudiantes para revolver seis preguntas que implicaba recogida de datos, organización, representación, interpretación y discusión de los resultados. La finalidad fue que tengan una vivencia personal de un ejemplo de *EstPro*, y al mismo tiempo, analizar y profundizar sobre el conocimiento en uso que tienen, así como el desarrollo del pensamiento estadístico.

Uno de los resultados relevantes de la estrategia fue el reconocimiento de la necesidad de desarrollar en los profesores el pensamiento estadístico, que implica una comprensión de por qué y cómo se llevan a cabo las investigaciones estadísticas. Chance (2002) afirma que eso implica: a) reconocer y comprender todo el proceso de investigación (desde la presentación de preguntas hasta la recolección de datos, elegir análisis, suposiciones, etc.), b) comprender cómo se usan los modelos para simular fenómenos aleatorios, c) comprender cómo se producen los datos para estimar las probabilidades, d) reconocer cómo y cuándo, y por qué las herramientas inferenciales

existentes pueden ser utilizadas, y e) ser capaces de comprender y utilizar el contexto de un problema para planificar y evaluar investigaciones y sacar conclusiones.

La experiencia de la implementación de los talleres nos da evidencia de que para enseñar estadística es esencial que los propios profesores de matemáticas vivencien y experimenten ellos mismo cómo desarrollar el pensamiento estadístico. Cobra sentido lo que Wild y Pfannkuch (1999) identifican como elementos centrales del pensamiento estadístico: a) reconocimiento de la necesidad de los datos, b) transnumeración, c) percepción de la variación, d) razonamiento con modelos estadísticos, y e) integrar la estadística con el contexto.

■ Conclusión

Se puede apreciar, que las cinco experiencias de enseñanza se fundamentan en marcos teóricos de la investigación en educación estadística, y buscan que tanto estudiantes como profesores desarrollen su pensamiento estocástico en contextos reales, con significado intrínseco en su vida personal, como ciudadano y profesional. Una preocupación compartida en generar un cambio de paradigma tanto en el aprendizaje como en la enseñanza de la Probabilidad y Estadística (ver Tabla 1).

Tabla 1. Fundamentos y propósitos de las experiencias de enseñanza sobre Probabilidad y Estadística

Nombre	Dirigido a	Fundamento teórico	Propósito
Desarrollo de las intuiciones probabilísticas (Chile)	Estudiantes de secundaria, universitarios, profesores de matemática en ejercicio	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento profesional para la enseñanza de la probabilidad • Significados de la probabilidad en la enseñanza • Ideas fundamentales de probabilidad • Razonamiento probabilístico 	Evaluar las intuiciones y heurísticas sobre la probabilidad en distintos niveles educativos y analizar los argumentos y sesgos de razonamiento.
Construcción del sentido estadístico (Argentina)	Estudiantes universitarios	<ul style="list-style-type: none"> • Sentido estadístico • Cultura estadística • Razonamiento y pensamiento estadístico 	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterizar el problema de la medición estadística en las Ciencias Sociales. • Favorecer la comprensión conceptual y contextual de los contenidos estocásticos en las Ciencias Sociales.
Investigaciones estadísticas y ciudadanía crítica (Colombia)	Estudiantes de estadística Profesores en formación inicial y continua	<ul style="list-style-type: none"> • Educación crítica • Educación matemática crítica • Investigaciones estadísticas 	Desarrollar el conocimiento estadístico y la ciudadanía crítica de los participantes mediante el estudio empírico de crisis sociales
Incorporación de ideas tempranas de inferencia	Estudiantes de los primeros semestres universitarios	<ul style="list-style-type: none"> • Razonamiento estadístico • Enfoque sistémico 	Ofrecer un curso con mayor énfasis al razonamiento estadístico inferencial

estadística (México)		<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidad y Estadística 	
Estadística con proyectos (México)	Estudiantes de estadística Profesores en formación inicial y continua	<ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento estocástico • Alfabetización estadística • Investigaciones estadísticas 	Identificar y caracterizar, de acuerdo con cada contexto, las diferentes formas de utilizar la Estadística a través de proyectos en la escuela

Como puede apreciarse en la Tabla 2, el tratamiento de la Probabilidad y la Estadística, a través de estas experiencias, están centradas en datos reales con un enfoque social, enfatizando en el razonamiento y en el pensamiento estadístico y, poniendo en evidencia la influencia de las propias creencias e intuiciones en el aprendizaje.

Son diversas los beneficios, aportaciones e implicaciones que tienen estas experiencias: desarrollo de las intuiciones probabilísticas, competencias para abordar situaciones bajo incertidumbre, desarrollo del razonamiento intuitivo y axiomático, diseño de propuestas innovadores (ej. programas, proyectos, formas de evaluar, materiales), elaboración de investigaciones estadísticas, desarrollo de la conciencia social, interés por los problemas del entorno y motivación hacia el aprendizaje, entre otras.

Tabla 2. Características, resultados e implicaciones de las experiencias de enseñanza sobre Probabilidad y Estadística

Nombre	Características	Resultados	Implicaciones
Desarrollo de las intuiciones probabilísticas (Chile)	<ul style="list-style-type: none"> • Énfasis en el significado intuitivo de la probabilidad • Necesidad de confrontar las creencias cotidianas intuitivas con los conceptos probabilísticos 	<ul style="list-style-type: none"> • Alta variación en la asignación de la intuición probabilística • Caracterizar los argumentos que utilizan los estudiantes respecto a sus intuiciones y heurísticas sobre probabilidad 	Necesidad de confrontar a los estudiantes con algunas de las heurísticas para promover gradual y progresivamente el razonamiento intuitivo hacia el razonamiento axiomático con comprensión
Construcción del sentido estadístico (Argentina)	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas, datos y contextos reales • Énfasis en el razonamiento • Aprendizaje activo y colaborativo • Análisis exploratorio de datos (AED) centrado en las TIC 	<ul style="list-style-type: none"> • Mayor motivación de los estudiantes • Aprendizajes reflexivos centrados en la información y su influencia en las decisiones políticas y sociales 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de una propuesta de enseñanza centrada en indicadores sociales. • Evaluación continua de los aprendizajes centrada en el trabajo basado en proyectos • Necesidad de nuevos materiales que apoyen la trayectoria didáctica
Investigaciones estadísticas y ciudadanía crítica (Colombia)	<ul style="list-style-type: none"> • Situaciones críticas del mundo • Estudio de la estadística en contextos reales • AED 	<ul style="list-style-type: none"> • Manejo profundo de herramientas estadísticas para el análisis exploratorio y la inferencia 	Diseño de investigaciones estadísticas que permitan el desarrollo del conocimiento estadístico y de la conciencia social.

	<ul style="list-style-type: none"> • Estadística inferencial 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de la conciencia social de los participantes 	
Incorporación de ideas tempranas de inferencia estadística (México)	<ul style="list-style-type: none"> • Nueva organización de contenidos del curso • Aprendizaje activo • Uso de tecnología 	<ul style="list-style-type: none"> • Mejores aprendizajes de Estadística inferencial • Desarrollo de un curso más integrado • Mayor motivación de los estudiantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Estudiantes más competentes para abordar situaciones bajo incertidumbre • Necesidad de nuevos libros de texto con este enfoque • Nueva investigación para mejorar el proceso
Estadística con proyectos (México)	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas, datos y contextos reales • Énfasis en el razonamiento • Aprendizaje inductivo y activo • Uso de las TIC • AED 	<ul style="list-style-type: none"> • Centrado en el pensamiento estocástico • Vivenciar el aprendizaje • Cambio en el paradigma y concepciones en la enseñanza 	<ul style="list-style-type: none"> • Revisión de planes y programas de estudio • Necesidad de fortalecer la investigación sobre la práctica del profesor • Caracterizar los tipos de proyectos en estadística

Todas las propuestas pueden adaptarse al contexto escolar, del profesor y de los estudiantes y tienen como características ser flexibles, integrales, con metodologías activas, con especial énfasis en el análisis exploratorio de datos centrado en las TIC, con base en problemas, datos y contextos reales.

Con base en los resultados de investigación y de la experiencia en la implementación de las estrategias didácticas expuestas en este artículo, algunos de los proyectos a futuro son: a) seguir mejorando las propuestas realizadas, puliendo sus limitaciones con el firme objetivo de promover aprendizajes a largo plazo e integrados de los conceptos estocásticos con situaciones reales del entorno propio de los estudiantes, b) elaborar materiales (ej. libros, cuadernos de trabajo, guías) que sirvan de referente para estas nuevas prácticas y experiencias docentes, con un enfoque sistémico en el que no sólo se presenten contenidos sino que aborden problemas multidimensionales en los que la Estadística permite aportar evidencias para obtener conclusiones bien fundamentadas, c) revisar y actualizar los programas y los planes de estudio para brindar un marco institucional que apoye a estas experiencias, y d) realizar más investigaciones sobre la práctica docente que permita comprender más sobre el conocimiento en uso de la Probabilidad y Estadística, así sobre cómo desarrolla su pensamiento estocástico.

■ Referencias bibliográficas

- Adorno, T. W. (1971). *Erziehung zur Mündigkeit*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Albert, J. A. y Ruiz, B. (2014). Dificultades en estudiantes universitarios del estadístico como variable aleatoria en la distribución del muestreo de medias. *27 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. CLAME: Buenos Aires, Argentina.
- Aliaga, M., y Gunderson, B. (2006). *Interactive statistics*. 3rd Ed. New Jersey: Prentice Hall.
- Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L. y Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: Implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 131-156.
- Alvarado, H., Galindo, M. y Retamal, L. (2018). Evaluación del aprendizaje de la estadística orientada a proyectos en estudiantes de ingeniería. *Revista Educación Matemática*, 30(3), 151-183.

- Alvarado, H., Galindo, M. y Retamal, L. (2013). Comprensión de la distribución muestral mediante configuraciones didácticas y su implicación en la inferencia estadística. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(2), 75-91.
- Batanero, C., Henry, M., y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En Graham A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 16-42). NY: Springer.
- Behar, R. y Grima, P. (2014). Estadística: aprendizaje a largo plazo. Algunas reflexiones. En: *Actas de II Jornadas en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*.
- Burgess, T. (2008). Teacher knowledge for teaching statistics through investigations. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey: ICMI y IASE.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., y Sierra, G. M. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 83-102.
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Recuperado el 5 de abril de 2018 de www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html.
- Escudero, W. (2014). *Qué es (y qué no es) la Estadística. Usos y abusos de una disciplina clave en la vida de los países y las personas*. 1ª edición. Colección Ciencia que ladra. Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores Argentina.
- Flores, A. y Pinto, J. (2017). Características de la enseñanza de la Estadística por proyectos. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 263-271), Vol. 30. CLAME.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y otros. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Gal, I. (2004). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. In D. BenZvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 47-78). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Lopes, C., y Cox, D. (2018). The impact of culturally responsive teaching on statistical and probabilistic learning of elementary children. En A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education: Supporting early statistical and probabilistic thinking* (pp. 75-107). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_5.
- Montgomery, D. y Runger G. (2012). *Probabilidad y Estadística* (2 ed.). México: Limusa Wiley.
- Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 3-25). New York: Springer.
- Rosen B. y Jerdee, T. (1974). Influence of sex role stereotypes on personal decisions, *Applied Psychology*, 59, 9 - 14.
- Rosling, H. (marzo, 2007). *Hans Rosling revela nuevas ideas sobre la pobreza*. TED Ideas worth spreading. Recuperado el 16 de agosto de 2018 de: https://www.ted.com/talks/hans_rosling_reveals_new_insights_on_poverty?language=es#t-51199
- Rosling, H. (noviembre, 2010). *200 años, 200 países, 4 minutos*. The Joy f Stat. BBC Four. Recuperado el 20 de octubre de 2017 de: <https://www.youtube.com/watch?v=6TxP2QRAFMA>
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Bogotá: Una Empresa Docente (Trabajo original publicado en 1994).
- Stillman, G., Brown, J., Faragher, R., Geiger, V., y Galbraith, P. (2013). The role of textbooks in developing a socio-critical perspective on mathematical modeling in secondary classrooms. En G. A. Stillman (Ed.), *Teaching mathematical modelling: Connection to research and practice. International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 361-371). Dordrecht: Springer Science + Business. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_30.

- Tauber, L.; Santellán, S. y Cravero, M. (2017). La evaluación de conceptos estadísticos en carreras de Ciencias Sociales. En B. Iaffei y K. Temperini (Eds.), *Actas de VI Jornadas de Educación Matemática y III Jornadas de Investigación en Educación Matemática*, pp. 359-367. Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral.
- Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidence on learning difficulties about testing hypotheses. *Bulletin of the International Statistical Institute: Proceedings of the Fifty-Second Session of the International Statistical Institute*, 201-204.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223–265.
- Zapata-Cardona, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. *Uni-pluri/versidad*, 14(1), 53–62.
- Zapata-Cardona, L. (2016). ¿Estamos promoviendo el pensamiento estadístico en la enseñanza? *Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*. Bogotá, Colombia.
- Zapata-Cardona, L., y Rocha, P. (2016). Teachers' questions in the statistics class. En D. Ben-Zvi, & K. Makar (Eds.). *The Teaching and Learning of Statistics*. Springer, Cham. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-23470-0_32