RELAÇÕES INSTITUCIONAIS ESPERADAS E EXISTENTES PARA O ENSINO DA NOÇÃO DE DERIVADA DE UMA FUNÇÃO NO BRASIL

EXPECTED AND EXISTING INSTITUTIONAL RELATIONS FOR TEACHING THE NOTION OF THE DERIVATIVE OF A FUNCTION IN BRAZIL

Sirlene Neves de Andrade, Marlene Alves Dias,Valdir Bezerra dos Santos Júnior
Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, Universidade Anhanguera de São Paulo, Universidade Federal de Pernambuco. (Brasil)
sirlene-neves@hotmail.com, maralvesdias@gmail.com, valdir.bezerra@gmail.com

Resumo
Analisamos aqui as relações institucionais sobre a noção de derivada de uma função desenvolvidas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior. Adotamos como referencial teórico central a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e seus colaboradores e, como referenciais de apoio, as abordagens teóricas em termos de quadros de Douady, de níveis de conhecimento esperados dos estudantes, segundo Robert e de pontos de vista, conforme Rogalski e Thruston. Os resultados mostram que as relações institucionais propostas para serem desenvolvidas na Educação Básica são consideradas como conhecimentos prévios mobilizáveis no Ensino Superior, o que nem sempre corresponde à realidade. É preciso uma mudança dos paradigmas de ensino, de modo que estejam centrados em disciplinas ou competências e habilidades para que o aluno seja o responsável central de sua aprendizagem e o professor aquele que propõe situações para as quais será o mediador.

Palavras-chave: derivada de função, relações institucionais, pontos de vista

Abstract
In this paper, we analyze the institutional relations about the notion of derivative of a function developed in the discipline of Differential and Integral Calculus in Higher Education. We have adopted as the central theoretical reference, the anthropological theory of didactics by Chevallard and his collaborators, theoretical approaches related to Douady's frameworks, the level of knowledge expected from the students, according to Robert, and points of view according to Rogalski and Thruston. The results show that the institutional relations proposed to be developed in Basic Education are considered as prior knowledge that can be enhanced in Higher Education, which does not always correspond to reality. It is necessary to change the paradigms of teaching centered in disciplines or competences and abilities, so that the students play the leading role in their learning process, while the teacher proposes situations in which he will be the mediator.

Key words: function derivative, institutional relationships, points of view

Introdução

Em geral, no Brasil, os estudantes que chegam ao Ensino Superior apresentam dificuldades matemáticas que os fazem, muitas vezes, desistir do curso que escolheram; em particular essas dificuldades são sentidas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e, mais especificamente, nos cursos de ciências exatas, como as licenciaturas (formação inicial de professores) e as engenharias.

Considerando a problemática recorrente acima descrita, nos colocamos as seguintes questões: Quais as expectativas institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes que iniciam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, quando se considera a noção de derivada de uma função? As relações institucionais esperadas e existentes estão em conformidade com as relações pessoais dos estudantes? Que meios podemos propor para tentar mudar o quadro atual dos cursos de ciências exatas, em particular, dos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática?

Isso nos conduziu a considerar como objetivo de nossa pesquisa o estudo das relações institucionais esperadas e existentes para o ensino da noção de derivada de uma função para a disciplina de introdução ao Cálculo Diferencial e Integral de forma a compreendermos as expectativas institucionais sobre as relações pessoais que os estudantes do Ensino Superior mantêm sobre a noção de função e de derivada de uma função e, mais especificamente, sobre os novos conceitos e noções que serão desenvolvidos no Ensino Superior, de modo a identificar possíveis meios que nos auxiliem a mudar a situação em que nos encontramos atualmente.

Para tratar das questões acima expostas e atingir nosso objetivo, recorremos à Teoria Antropológica do Didático – TAD de Chevallard e seus colaboradores, uma vez que uma das premissas da TAD, segundo Chevallard (2015), é que a relação pessoal a um objeto do saber é guiada pela sujeição de uma pessoa a uma instituição; assim, para o autor, a relação institucional desenha a relação pessoal de uma pessoa que seria o sujeito perfeito da instituição I em posição p, à qual ele se submete e ocupa essa determinada posição p.
Desse modo, para operacionalizar nossas análises, escolhemos como referencial teórico central a TAD, em particular os trabalhos de Bosch &Chevallard (1999) e Chevallard (1992, 1999, 2015) e, como abordagens teóricas de apoio, as noções de níveis de conceituação e níveis de conhecimentos esperados dos estudantes, segundo Robert (1997, 1998), as noções de quadro e mudança de quadros de Douady (1984, 1992) e as noções de pontos de vista, de acordo com Rogalski (2001) e Thruston (1995).

Na sequência, apresentamos os elementos teóricos que nos auxiliaram no desenvolvimento da pesquisa.

Referencial teórico

Iniciamos considerando as noções associadas à TAD que foram, mais especificamente, utilizadas no desenvolvimento da pesquisa, a saber: as noções de relação institucional e pessoal, praxeologias e ostensivos e não ostensivos.

Conforme Chevallard (1992), as noções de relações institucionais e pessoais correspondem às ferramentas que delineiam o método por ele concebido para descrever e estudar as práticas sociais, ou seja, trata-se de um instrumento que possibilita descrever e analisar as práticas sociais.

A partir da explicitação acima, Chevallard (1992, 2015) considera inicialmente a noção de relação a um objeto O, ou seja, para uma determinada pessoa X e para um dado objeto O, essa noção designa o sistema mais ou menos integrado, mais ou menos rico, de todas as maneiras que X pode conectar-se com O. Na sequência, ele observa que essa entidade indicada por R(X, O) reúne o que X sabe (ou crê saber) sobre O, o que ele pode dizer, como ele pode usá-lo ou manuseá-lo, o que ele sente face a O, suas emoções, o conteúdo de seus sonhos em que o objeto O aparece etc. Após definir objeto e relação pessoal R(X, O), o autor explicita por meio de exemplos que na teoria tudo é objeto. Chevallard (2015) observa ainda que a relação pessoal a um objeto varia de pessoa para pessoa, ressaltando que R(X, O) = ∅, significa que "X não conhece o objeto O", ao contrário, se R(X, O) ≠ ∅, "X conhece o objeto O", o que pode ocorrer simplesmente quando X "ouviu falar" de O, apenas ouviu pronunciar o nome de O, o que conduz o autor a considerar que o verbo conhecer pode ser, em TAD, minimalista ou pode designar uma ampla variedade de conteúdo da relação R(X,O), assim uma pessoa X que conhece O pode ser um eminente especialista de O.

Após definir relação pessoal com um objeto do saber, o autor considera o objeto instituição, ressaltando que este tem em TAD um sentido mais amplo que o usual. Além disso, segundo o autor, uma dada instituição I oferece diferentes posições, como, por exemplo: em uma classe, existe pelo menos a posição de professor de aluno. Isso conduz Chevallard (2015) a observar que uma posição p em uma instituição I pode num determinado momento não ser ocupada ou ser ocupada por várias pessoas. Quando uma pessoa X ocupar a posição p de I, esta pessoa se tornará sujeito de I em posição p, o que indica que ela se sujeitou a ocupar a posição p na instituição I, indicadas por R_I(p, O) que representa a relação pessoal de uma pessoa X, que seria o sujeito perfeito de I em posição p. Consoante Chevallard (2015), tal pessoa não existe, visto que toda pessoa que se sujeita à instituição I está condenada a aparecer um dia como um mau sujeito de I. O autor considera que precisamos nos contentar em encontrar certa conformidade de R(X, O) com R_I(p, O) do ponto de vista da instituição I.

Chevallard (2015), após denominar universo cognitivo de um indivíduo os conjuntos de suas relações institucionais e observar que este conjunto é resultado de sujeições passadas e presentes, observa que, para estudar o surgimento e a evolução de uma relação institucional ou pessoal a um objeto O, é preciso observar a instituição ou o indivíduo em atividades para as quais é necessário acionar esse objeto, o que remete progressivamente às noções tipos de tarefas (T), técnicas (σ), tecnologias (θ) e teorias (Θ), sendo que a quádrupla formada por essas noções é denominada pelo autor de praxeologia.

Conforme Chevallard (1999), a noção de praxeologia permite analisar as práticas matemáticas associando os saberes matemáticos a essas práticas. Observando que *praxeologia* é uma palavra derivada da palavra grega *práxis*, que na TAD corresponde ao bloco do saber fazer composto pelo tipo de tarefa e pela técnica, indicado pelo par [T, σ], e da palavra grega "logos", que na TAD corresponde ao bloco do saber composto pela tecnologia e pela teoria, indicado por [θ, Θ].

Segundo o autor, as tarefas, os tipos de tarefas não aparecem naturalmente, pois são construções institucionais, cuja reconstrução em uma determinada instituição, por exemplo, em uma classe, é um problema em si, o que a coloca como objeto de estudo da didática. Após observar que as técnicas não se reduzem a algoritmos e que dependem dos atores da instituição, Chevallard (1999) define tecnologia como um discurso racional (logos) sobre a técnica, cuja função é também de explicar, tornar compreensível e clarificar a técnica, além de produzir técnicas. Assim, a necessidade de explicitar afirmações contidas na tecnologia conduz a um nível superior de justificativa, explicação e produção, que o autor denomina teoria, indicada por Θ, que corresponde à tecnologia da tecnologia.

Utilizamos ainda na pesquisa as noções de ostensivos e não ostensivos. De acordo com Chevallard (1994), ao se observar toda atividade humana, vê-se que ela é composta por um determinado número de tarefas, podendo ser analisada por meio da noção de praxeologia.

Existem tarefas que se naturalizam e se tornam rotineiras, como "subir ou descer uma escada" e tarefas problemáticas, para as quais é preciso criar uma técnica, o que consiste em uma ação destinada aos estudantes e professores, tornado o estudo de uma tarefa colaborativo, mas que muitas vezes é deixada a cargo do estudante, em geral, sob a forma de listas de exercícios. Além disso, é preciso estar ciente de que tarefas rotineiras podem tornar-se problemáticas, exigindo a criação de uma nova técnica.

Ao considerar a importância da criação de uma técnica para a solução de tarefas, Chevallard (1994) lança as seguintes questões: de que é feita uma determinada técnica? De quais *ingredientes* ela é composta? Em que consiste a utilização de uma técnica?

Para responder a essas questões, o pesquisador introduz dois tipos de objetos, a saber: os objetos ostensivos e os objetos não ostensivos, cujas definições são: os objetos ostensivos - os que têm para nós uma forma material, sensível; mas também são considerados objetos ostensivos os gestos, as palavras, os esquemas e os formalismos. Como exemplos de ostensivos, o pesquisador apresenta: os objetos materiais; os gestos; as palavras e, mais genericamente, o discurso; os esquemas, desenhos, grafismos; as escritas e formalismos. Segundo o autor, os ostensivos têm como propriedade a possibilidade de serem manipulados.

Após definir e dar exemplos de objetos ostensivos, Chevallard (1994) define os objetos não ostensivos, que representam usualmente as noções, conceitos, ideias etc. O autor esclarece que os objetos não ostensivos não podem ser manipulados, eles somente podem ser evocados por meio da manipulação dos ostensivos que lhe são associados. Desse modo, a manipulação dos ostensivos é regrada pelos não ostensivos e esses últimos, inversamente, são evocados com a ajuda dos ostensivos, originando assim uma dialética necessária entre ostensivos e não ostensivos.

Explicitadas as noções da TAD utilizadas, apresentamos brevemente as noções de níveis de conceituação de níveis de conhecimento esperados dos estudantes, conforme definições de Robert (1997, 1998).

Segundo Robert (1997), os níveis de conceituação são os marcos que podemos identificar ao longo do ensino das noções de determinado campo conceitual. Muitas noções matemáticas podem ser abordadas em vários níveis de conceituação, sempre parcialmente encaixados, pois os objetos iniciais mudam, eles se tornam mais gerais, o que possibilita introduzir novas estruturas, mais ricas, e para isso necessitam de um novo formalismo, a eles adaptado. Em geral, os exercícios ditos teóricos de um determinado nível correspondem aos teoremas do nível seguinte. Dessa forma, várias ordens de apresentação são sempre possíveis, não existe hierarquia absoluta entre esses níveis, que, pelo menos durante os estudos, dependem apenas do ensino efetivo, ou seja, das diferentes propostas de ensino.

Após considerar que o ensino das noções matemáticas associadas a um campo conceitual depende da escolha da ordem de apresentação, Robert (1998) define os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, a saber:

O nível técnicorefere-se a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado principalmente às ferramentas e definições utilizadas em uma determinada tarefa. Exemplo: Derive a função $y = x^3+ 5x^2 – 1$.

O nível mobilizável equivale a um início de justaposição de saberes de determinado quadro, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O caráter ferramenta e o objeto do conceito estão em jogo, mas o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Exemplo: Esboçar o gráfico da função $y = x^3+ 5x^2 – 1$ utilizando a noção de derivada.

O nível disponível corresponde a saber responder corretamente o que é proposto sem indicações, a poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou criar), mudar de quadro (fazer relações), aplicar métodos não previstos.Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas que o estudante sabe que conhece (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Pode funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos.Exemplo: Os analistas financeiros de uma empresa chegaram a um modelo matemático que permite calcular a arrecadação mensal da empresa ao longo de 24 meses, por meio da função $A(x) = x^3/3 – 11 x^2 + 117x + 124$. Em que $0 \leq x \leq 24$ é o tempo, em meses, e a arrecadação $A(x)$ é dada em milhões de reais. A arrecadação da empresa começou a decrescer e, depois, retomou o crescimento, respectivamente, a partir dos meses: a) $x = 0$ e $x = 11$; b) $x = 4$ e $x =7$; c) $x = 8$ e $x =16$. d) $x = 9$ e $x =13$; e) $x = 11$ e $x = 22$. (Brasil, 2011).

Na sequência, apresentamos as noções de quadro e mudança de quadros, segundo definição de Douady (1984, 1992).

As noções de quadro e mudança de quadros foram introduzidas por Douady (1984, 1992) que, a partir de uma análise epistemológica sobre o trabalho do matemático profissional, coloca em evidência a dualidade dos conceitos matemáticos, os quais, em geral, funcionam como ferramentas implícitas e, em seguida, explícitas da atividade matemática antes de adquirirem o status de objeto e de serem trabalhados como tal. Seguindo esta perspectiva, a pesquisadora considera ainda o papel desempenhado pelas mudanças de quadros nas atividades e na produção matemática e as transpõe para o ensino por meio dos jogos de quadros.

Em nossas análises, identificamos os quadros: algébrico, geométrico e analítico, sendo este último constituído dos objetos do Cálculo Diferencial e Integral.
Douady (1984) define ferramenta implícita como um conceito em elaboração, podendo durar vários anos; ferramenta explícita como um conceito ou uma noção utilizada intencionalmente para resolver um problema e objeto como um componente cultural que ocupa um lugar bem determinado no complexo edifício do saber matemático, sendo reconhecido socialmente.

O objeto matemático é parte de um edifício mais amplo que é o saber matemático, constituindo assim o que Douady (1984) denomina quadro, que representa um ramo da Matemática, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que lhes são associadas. As imagens mentais são essenciais, pois funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos, mas diferirem pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas.

Douady (1984, 1992) define as mudanças de quadros como meios para se obterem formulações diferentes de um problema, que podem ou não ser equivalentes, mas que possibilitam um novo acesso às dificuldades encontradas e possibilitam utilizar novas ferramentas e técnicas que não eram adequadas para a formulação inicial.
Consideramos ainda no desenvolvimento da pesquisa as noções de ponto de vista segundo Rogalski (2001) e, mais particularmente, os pontos de vista sobre a noção de derivada definidos em Thurston (1995).

Rogalski (2001) ressalta que dois pontos de vista diferentes sobre um objeto matemático são diferentesmaneiras de observá-lo, de fazê-lo funcionar, eventualmente de defini-lo. Nesse sentido, observar um objeto em diferentes quadros é considerar diferentes pontos de vista. Mas podem-se considerar vários pontos de vista em um mesmo quadro.

Um exemplo interessante de pontos de vista sobre o objeto matemático derivada é o de Thruston (1994), que apresenta uma lista não exaustiva das diferentes maneiras com que os matemáticos são capazes de conceber a noção de derivada de uma função, como podemos notar no extrato que segue.

[...] 1. Infinitesimal: a razão da mudança infinitesimal do valor da função pela mudança infinitesimal da variável. 2. Simbólico: a derivada de x^n é nx^{n-1}, a derivada de sen(x) é cos(x), a derivada de fog é f'og*g', etc. 3. Lógico: f(x) = d se e somente se, para cada ε, existe um δ tal que se $0 < |\Delta x| < \delta$, então $\left|\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} - d\right| < \varepsilon$. 4. Geométrico: a derivada é a inclinação da tangente ao gráfico, se o gráfico tem uma tangente nesse ponto. 5. Taxa: a velocidade instantânea de f(t) se t é o tempo. 6. Aproximação: a derivada de uma função é a melhor aproximação linear dessa função próxima do ponto. 7. Microscópico: a derivada de uma função é o limite do que se observa com um microscópio aumentando cada vez mais (Thurston, 1995, p. 5).

A seguir, apresentamos a metodologia utilizada no desenvolvimento da pesquisa.

Metodologia

Em coerência entre o referencial teórico e o objetivo da pesquisa, que visa responder às questões apresentadas na introdução, realizamos uma pesquisa qualitativa utilizando o método da pesquisa documental, conforme definição de Lüdke e André (2013), em que analisamos documentos contemporâneos ou retrospectivos considerados cientificamente autênticos.

Para tal, analisamos os planos de ensino da disciplina que contém as noções associadas à derivada de universidades públicas e privadas dos cursos de Licenciatura em Matemática, visando identificar as relações institucionais esperadas. Analisamos ainda livros didáticos indicados na bibliografia básica desses planos, em particular o livro de Stewart (2014), a fim de identificar as possíveis relações institucionais existentes e verificar se essas são coerentes com as propostas de ensino e, finalmente, analisamos a macro avaliação Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) para verificar quais são as exigências institucionais, o que permite observar o que se espera como relação pessoal dos futuros professores de Matemática em relação ao objeto derivada de uma função.

Para a análise dos documentos, construímos uma grade de análise inspirada em Dias (1998). Nessa grade, identificamos os tipos de tarefas, as técnicas, tecnologias e teorias associadas, os pontos de vista, segundo Thruston, privilegiados, os ostensivos em jogo, os quadros e as mudanças de quadros necessárias, os níveis de conhecimentos esperados do estudante em relação às noções indispensáveis para o desenvolvimento da tarefa.

Exemplo de aplicação da grade de análise

Tipos de tarefa: Encontrar os valores máximo e mínimo absolutos para determinar o intervalo em que a função decresce e volta a crescer, sendo f uma função contínua em um intervalo fechado [a, b].

Exemplo de tarefa: A tarefa do ENADE enunciada como exemplo para o nível disponível.
Técnicas: *técnica 1 - encontrar os valores de f nos números (pontos) críticos entre 0 e 24, ou seja, verificar que a função f é contínua no intervalo considerado, calcular a primeira derivada e determinar os pontos críticos, igualando a primeira derivada a zero. Ao encontrar os pontos críticos x= 9 e x =13, verificar se os valores de f para esses pontos pertencem ao intervalo considerado e comparar os resultados. O maior valor f (9) = 529 é o valor máximo absoluto e o menor valor f (13) = 518,3 é o valor mínimo absoluto. *técnica 2 - esboçar o gráfico da função dada, utilizando as noções e propriedades da primeira e segunda derivadas. *técnica 3 - representar graficamente a função dada utilizando, por exemplo, o software Geogebra e visualizar os pontos de máximo e mínimo. Importante observar que esta técnica não pode ser utilizada no exame ENADE, mas pode auxiliar professores em aula. *técnica 4 - esboçar o gráfico ponto a ponto para identificar o intervalo aproximado visualmente.

Tecnologias para cada técnica: *tecnologia 1- noções de função contínua em um intervalo, derivada de uma função contínua em um intervalo, pontos críticos, pontos de máximo e mínimo absolutos de uma função contínua em um intervalo e intervalos em que a função é crescente e decrescente.*tecnologia 2 - noções de função contínua em um intervalo, noções de primeira e segunda derivada de uma função contínua em um intervalo, de pontos críticos, de pontos de máximo e mínimo absolutos e pontos de inflexão e intervalos em que a função é crescente e decrescente. *tecnologia 3 - noções instrumentais para a utilização de um software, que segundo Rabardel (1995) corresponde às construções mentais do sujeito quando se apropria do artefato para resolver tarefas, no caso, o artefato sendo o software Geogebra, função crescente e decrescente e pontos de máximo e mínimo. No caso de um curso, pode-se articular a representação gráfica com o estudo das noções indicadas para as técnicas 1, 2 e 3. *tecnologia 4 - noção de valor numérico de uma função e gráfico de uma função definida em um intervalo. Trata-se de uma técnica cujo interesse é mostrar a importância da noção de derivada para o estudo dos intervalos de variação de uma função.

Teorias associadas às tecnologias das técnicas: Teoria das funções contínuas e da derivada de funções contínuas para as técnicas 1, 2 e 3 e teoria da instrumentação e instrumentalização para a técnica 3. Teoria das funções de uma variável real a valores reais para a técnica 4.

Quadro em que a tarefa é enunciada: algébrico e passagem a quadro analítico

Ostensivos: ostensivo algébrico funcional para a função e sua derivada para a técnica 1. Ostensivo algébrico funcional para a função e sua derivada, ostensivo gráfico e ostensivo ponto no plano cartesiano para as técnicas 2 e 3. Ostensivo artefato computacional para a técnica 3. Ostensivo algébrico e gráfico de uma função de uma variável real a valores reais e ostensivo ponto para a técnica 4.

Não ostensivos necessários: Noções de função contínua, derivada e suas propriedades para funções contínuas em intervalos, regras de derivação de funções polinomiais, resolução de equação do 2º grau, cálculo do valor numérico de uma função, interpretação de gráfico de uma função e artefatos computacionais para o estudo de funções. Aqui a noção de artefato computacional considerada é a definida por Rabardel (1995), a saber: qualquer objeto utilizado intencionalmente, podendo ser um computador ou um software.
Nível de conhecimento esperado dos estudantes: Disponível.

Resultados

As relações pessoais esperadas dos estudantes que iniciam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foram identificadas por meio da análise de planos de ensino da disciplina para cursos de Licenciatura de Matemática de universidades públicas e privadas. Observou-se que, em geral, as universidades públicas introduzem um curso de pré-cálculo, ou um semestre para revisitar noções matemáticas desenvolvidas no Ensino Médio e iniciam a disciplina de Cálculo introduzindo as noções básicas de limite e derivada, utilizando para a noção de derivada os pontos de vista infinitesimal, simbólico, geométrico e aproximação, o que representa uma dificuldade para os estudantes, pois estes não articulam os conhecimentos desenvolvidos nas duas disciplinas, exigindo uma atenção maior da parte dos professores.

Nas universidades privadas, em geral, a revisita a conhecimentos desenvolvidos no Ensino Médio acontece por meio de uma disciplina de Fundamentos de Matemática, que tenta abordar conteúdos desenvolvidos no Ensino Médio, sendo a noção de função de uma variável real a valores reais revisitada ainda na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, mas ao introduzir as noções básicas de limite de derivada por meio dos pontos de vista infinitesimal, simbólico, geométrico e aproximação, fica sob a responsabilidade dos professores a articulação entre esses conteúdos, o que, em geral, parece não estar sendo feito na proporção das necessidades dos estudantes, que precisariam iniciar esse processo de articulação de conhecimentos desde o início de seus estudos matemáticos.

Apesar de os documentos oficiais da Educação Básica (alunos de 6 a 17 anos) indicarem essa necessidade, diversas dificuldades precisam ser resolvidas, em particular, as relacionadas à formação inicial e contínua dos professores, para que estes possam realmente articular os saberes matemáticos do ano em que estão ministrando aulas com os dos anos anteriores e posteriores.

Em geral, no Brasil, em todos os níveis de ensino, tende-se a ficar confinado aos livros didáticos. Isso é reforçado pelo programa do livro didático para a Educação Básica, sendo importante, porém, em alguns casos, restringe-se a utilização de outros materiais, em particular, por questões financeiras. No Ensino Superior, os planos de ensino apresentam uma bibliografia básica e complementar e vários livros são indicados, mas, em geral, muitos estudantes utilizam apenas os livros da bibliografia básica.

O livro de Cálculo Diferencial e Integral de Stewart (2014) é um dos mais indicados na bibliografia básica dessa disciplina e, na análise desse material, encontramos elementos de revisita articulada entre as noções desenvolvidas no Ensino Médio e as novas noções introduzidas no Ensino Superior, mas nos parece que o maior problema é o tempo necessário para que se possam trabalhar, de forma articulada, os conhecimentos prévios dos estudantes com os novos conhecimentos que estão sendo desenvolvidos, ou seja, dispomos de material, mas precisamos motivar os estudantes para um estudo em que eles sejam capazes de conduzir pesquisas pessoais e o professor seja o orientador dessas pesquisas.

A análise do ENADE tende a mostrar que os conhecimentos esperados como mobilizável e disponível dos estudantes que concluem o Ensino Superior estão em conformidade com os planos de ensino das universidades públicas e privadas e com as referenciais bibliográficas encontradas nesses planos, mas como se trata de um exame de avaliação do Ensino Superior e não dos estudantes propriamente dito, observamos que os resultados apresentados por estes estudantes estão aquém do desejado, mas servem de alerta para que as universidades procurem novos meios de conduzir esses estudantes a uma aprendizagem com significado.

Existem ainda diversas pesquisas em Educação Matemática, em particular, sobre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que podem auxiliar estudantes e professores a melhorarem as condições de ensino e aprendizagem dessa disciplina que, no Brasil, tem provocado o abandono dos cursos de ciências exatas por um grande número de estudantes.

Considerações finais

O estudo tende a mostrar a pouca importância dada à articulação entre os conhecimentos prévios dos estudantes e a introdução de novos conhecimentos, em particular, em utilizar pontos de vista já trabalhados para auxiliar na introdução de novos pontos de vista sobre a noção de derivada de uma função, em particular, o de taxa de variação, que é introduzido no Ensino Médio sem se referir explicitamente à noção de derivada de uma função.

Apesar disso, é dada ênfase ao ostensivo gráfico, um trabalho que auxilia na visualização do conceito e no desenvolvimento dos pontos de vista infinitesimal, simbólico e lógico, mas ainda é pouco utilizado o recurso computacional, ficando a cargo dos próprios estudantes.

O mesmo ocorre para as relações institucionais existentes, em que observamos que se privilegia a passagem do ostensivo algébrico de uma função para o ostensivo gráfico por meio das propriedades da derivada da função dada, o que possibilita determinar máximos, mínimo, pontos de inflexão, concavidade e assim utilizar um novo método para esboçar gráficos de funções. Entretanto pouca atenção é dada à passagem do gráfico da derivada para o gráfico da função, o que parece ser uma das expectativas institucionais, quando nos referimos ao ENADE.

A preocupação com o ENADE parece dificultar a introdução de novas metodologias de ensino, pois as universidades são avaliadas em função dessa avaliação. As novas metodologias como, por exemplo, metodologias ativas, percurso de estudo e pesquisa, aulas investigativas nas quais o aluno é responsável por sua aprendizagem, precisando dedicar-se ao estudo e aprendizagem de forma autônoma e participativa, que poderiam auxiliar a modificar o estado atual do processo de ensino e aprendizagem, parecem ainda ter apenas o papel de referências para as pesquisas, o que precisa ser alterado, necessitando de uma mudança dos paradigmas escolares consubstanciados em disciplinas isoladas ou no desenvolvimento de competências e habilidades listadas por especialistas para serem avaliadas por meio de provas que, na realidade, indicam apenas a necessidade de mudança. Certamente, para que essas mudanças ocorram, é preciso repensar os cursos de formação inicial e continuada de professores, desenvolvendo com eles essas novas metodologias, em particular, as que colocam os estudantes como responsáveis por sua aprendizagem, além de construir propostas de ensino e aprendizagem, que sejam exequíveis.

Finalmente, ressaltamos que é preciso uma mudança dos paradigmas de ensino, de modo que estejam centrados em disciplinas ou competências e habilidades para que se considere o aluno como o responsável central de sua aprendizagem e o professor, aquele que propõe situações para as quais será o mediador, o que implica mudanças profundas no papel do professor e do estudante, no tempo de estudo que supõe também a pesquisa, se desejamos propor novos meios que conduzam os estudantes a uma aprendizagem autônoma e participativa, que por sua vez mostrará a importância de um desenvolvimento pessoal contínuo.

Referências bibliográficas

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activitémathématiqueauxostensifs. RecherchesenDidactiquedesMathématiques 19(1), 77- 123.

Brasil. (2011). Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes. Recuperado em 28 de julho de 2018 de http://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2011/MATEMATICA.pdf.

Chevallard, Y. (2015). Pour une approche anthropologique du rapport au savoir. Recuperado em 05 de agosto de 2018 de http://www.gfen.asso.fr/fr/dial155

Chevallard, Y. (1999). L'analysedes pratiques enseignantesenthéorieanthropologiquedudidactique. Recuperado em 4 de agosto de 2018 de http://yves.chevallard.free.fr/

Chevallard, Y. (1994). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. Recuperado em 06 de agosto de 2018 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique:perspectivesapportéespar une approche anthropologique. Recuperado em 06 de agosto de 2018 de http://www.numdam.org/article/PSMIR_1991___S6_160_0.pdf

Dias, M. A. (1998). Les problèmes d'articulation entre points de vue «cartésien» et «paramétrique» dans l'enseignement de l'algèbrelinéaire. Tese de doutorado publicada, Université Paris VII. França.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. Repères IREM 6, 132-158.

Douady, R. (1984). Jeux de cadre et dialectiqueoutilobjetdansl'enseignementdesmathématiques. Tese de doutorado publicada, Université Paris VII. França.

Lüdke, M.; André, M.E.D.A. (2013). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies, approches cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin.

Robert, A. (1998). Outils d'analysedescontenusmathématiques à enseigneraulycée et à l'université. RecherchesenDidactiquedesMathématiques 18(2), 139-190.

Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualisation et enseignementsecondaire. En J.L. Dorier, G. Harel, J. Hillel, M. Rogalski, J. Robinet, A. Robert, A. Sierpinska et al. (Eds), L'enseignement de l'algèbrelinéaireenquestion (pp. 149-157), Grenoble: La PenséeSauvageÉditions.

Rogalski, M. (2001). Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady. In Actes de la journée en hommage à Régine Douady, 13-30. Paris: Didirem.

Stewart, J. (2014). Cálculo. São Paulo: Cengage Learning.

Thruston, W. P. (1995). Preuve et progress en mathématiques. Repères IREM 21, 5-26.