

FACTORES QUE INCIDEN EN LA ENSEÑANZA DEL VOLUMEN: UN ESTUDIO DE LA PRÁCTICA DOCENTE

FACTORS AFFECTING TEACHING VOLUME: A STUDY OF TEACHING PRACTICE

Noemí Pizarro, Alicia Zamorano-Vargas

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación; Universidad de Chile. (Chile)

noemi.pizarro@umce.cl; alicia.zamorano@uchile.cl

Resumen

Este artículo tiene como objetivo analizar y describir factores que influyen en la enseñanza del volumen. Para esto se ha optado por seguir la metodología cualitativa a través del estudio de un caso, donde se realiza el análisis de la práctica de enseñanza del concepto de volumen por medio del Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). Como resultado de este proceso se puede indicar que en la práctica de enseñanza influye que volumen y capacidad son tratados como sinónimos, lo que genera obstáculos en la resolución de problemas y en el aprendizaje del concepto volumen. Por otra parte, otras magnitudes físicas también influyen en la apropiación del concepto de los estudiantes. Situaciones como esta son relevantes en la formación de profesores ya que enriquece nuestro desarrollo profesional y permiten mejorar la profesión de enseñanza.

Palabras clave: práctica docente, volumen, conocimiento profesorado.

Abstract

This paper aims to analyze and describe factors that influence the teaching of volume concept. For this research, we use the qualitative methodology through a case study, analyzing the practices used for teaching the concept of volume using Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). The results of this investigation show that volume and capacity are treated as synonyms, generating constraints in problem solving and in learning the concept of volume. On the other hand, other physical magnitude concepts also influence on the students' acquisition of the concept. Addressing these issues is relevant to teacher training as they enrich the professional development and allow improving teaching.

Key words: practice teaching, volume, teacher knowledge

■ Introducción

La reflexión sobre la práctica del profesorado es uno de los temas que ha alcanzado mayor relevancia en investigación y formación docente en las últimas décadas. En general, cuando se menciona a la práctica se asocia a las acciones que desarrolla el docente cuando enseña, en esta misma línea existe reflexión (e investigación) sobre la práctica que es realizada por investigadores, aunque los docentes desarrollan escasa y superficial reflexión (Manzi, González y Sun, 2011) En este sentido una escasa reflexión sobre la práctica, no permite el enriquecimiento del conocimiento profesional y por tanto que se pierdan oportunidades valiosas para analizar, reflexionar y mejorar los procesos de enseñanza de la matemática en la escuela.

Este artículo muestra el análisis de la práctica docente del volumen a partir de episodios específicos, que permitieron observar la enseñanza del objeto matemático (volumen), y de esta manera evidenciar diferentes complejidades que se producen en el aula.

Las dificultades sobre la enseñanza y los escasos recursos para orientar a los docentes han sido evidenciados por diversos autores (del Olmo, Moreno y Gil, 1993; Sáiz y Figueras, 2009; Clements y Sarama, 2014). En particular con respecto al concepto de volumen existen pocos trabajos que lo enfoquen desde su enseñanza, y entre estos casi toda la población observada corresponde a estudiantes y no a docentes (Sáiz, 2003). Por otro lado, se debe considerar que aún existe una débil formación del profesorado de secundaria sobre los aspectos didácticos del volumen, sobre el uso indiscriminado de fórmulas sin justificación y la no distinción necesaria entre las magnitudes y su asignación de medida (González-López y Flores, 2001) y por tanto se puede concluir que es posible que la enseñanza del volumen no sea óptima en las aulas.

Finalmente, la escasa investigación sobre la enseñanza del volumen (Clements & Sarama, 2014), y el análisis de experiencias que derivan de cursos dirigidos a profesores de primaria, han revelado que existe una débil formación para tratarlo (Sáiz y Figueras, 2009), justifican la pertinencia de investigar sobre la complejidad del concepto durante la enseñanza y además para la práctica docente es necesario que el profesorado posea y emplee una amplia variedad de conocimientos y habilidades que pueden ser perfeccionadas con el tiempo (Darling-Hammond y Bransford, 2005).

■ Planteamiento del problema

Durante un curso electivo para futuros profesores de matemática, se decide planificar e implementar tres clases correspondientes al cálculo del volumen del cilindro en octavo año de enseñanza primaria (13 años). Se elige el concepto porque su dificultad es subestimada (Chamorro, 2003) ya que ni los libros de texto ni la formación docente la han dimensionado. Durante las clases se estudia de manera algebraica la fórmula del cálculo de volumen, lo que nos lleva a presumir que esta fórmula es fundamental para su comprensión aritmética, pero que de la misma forma carece de sentido sin las unidades no estandarizadas y estandarizadas, para su dimensión

Se consideraron diversos factores para la planificación: diacronía curricular el objeto matemático, contenidos y habilidades previas para el desarrollo de actividades y recursos de enseñanza; en el marco de las características del grupo y el espacio de trabajo en el que se lleva a cabo a la actividad.

Durante la implementación emergieron, por parte de los estudiantes y , a pesar de la rigurosa planificación de las clases, diversas situaciones vinculadas, principalmente, a la idea de volumen y sus unidades de medida, contenidos y habilidades que, de acuerdo a las características del centro educativo y a la diacronía curricular, los estudiantes deben tener apropiadas. A raíz de esto surge la pregunta de investigación: ¿Cuáles son los nudos conflictivos que emergen en una práctica de la enseñanza del volumen?

Para poder dar respuesta a la pregunta, se propone el objetivo de analizar y describir factores que inciden en la enseñanza del volumen como objeto matemático.

■ Fundamentos teóricos

La práctica docente

Una de las ideas que mayor aumento ha tenido en la investigación en los últimos años es la práctica de la enseñanza de las matemáticas (Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna, 2005; English y Kirshner, 2016), lo que ha traído como consecuencia que los profesores y su enseñanza han pasado a ser un elemento central (Sfard, 2005). Para comprender este fenómeno se debe relevar la figura y la investigación realizada por Shulman, quien en 1986 indicó que era necesario centrarse en la práctica del profesorado y sus conocimientos para una práctica efectiva, ya que hasta ese momento cuando se observaba a un docente el foco estaba mayormente puesto en el comportamiento de los alumnos, en el uso del tiempo y en las planificaciones. Indicó que era (es) necesario poner atención a la enseñanza del profesorado, a través del tipo de preguntas y las explicaciones que éste implementa en las clases.

La complejidad de la práctica ha sido estudiada por múltiples investigadores y quienes han coincidido que para la enseñanza es necesario que los profesores posean y empleen una amplia variedad de conocimientos y habilidades que pueden ser perfeccionadas con el tiempo (Darling-Hammond y Bransford, 2005; Ball y Forzani, 2009; Hargreaves y Fullan, 2014).

Desde la década de los 80, varios autores (Schön, 1992; Shulman, 1986, 1987; Darling-Hammond y Bransford, 2005, entre otros) han concluido que reflexión y práctica son conceptos indisolubles, estrechamente relacionados y mutuamente exigidos, de cuya evolución emerge el desarrollo profesional. La premisa que guía este estudio considera que el profesorado reflexiona sobre su práctica por medio de un análisis que involucre crítica, redescubrimiento y modificación de los referentes y creencias que la sustentan, así de esta manera desarrollará herramientas para construir su profesionalismo sobre su conocimiento para enseñar, y por lo demás, su propio aprendizaje.

La enseñanza del volumen

Piaget y su equipo (1948) son quienes realizan dos contribuciones esenciales para la enseñanza del volumen: la conservación y la transitividad. La conservación se remite a las cualidades invariantes de ciertos objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos. La transitividad, consiste en establecer la igualdad de medidas entre dos objetos gracias un instrumento de medición.

La conservación en el espacio tridimensional es un pensamiento formal que requiere variadas experimentaciones para poder comprenderlo, por ello es un proceso complejo donde no basta verter líquido en dos vasos cilíndricos cuyas bases tengan distinto diámetro u observar que el volumen de un litro de leche cabe en un cubo de 10 cm. de arista. Trabajar en tres dimensiones presenta un cambio significativo en la estructura del pensamiento espacial de los estudiantes.

Por otro lado, se considera relevante diferenciar entre volumen y capacidad, siendo este último un concepto mucho más complejo para trabajar. A pesar de que el currículo chileno (y el de muchos países) considera que capacidad y volumen son sinónimos, es necesario diferenciarlos: volumen sugiere el espacio ocupado mientras que capacidad es el espacio vacío con posibilidad de ser llenado. La relación entre capacidad y volumen es complicada por ello debemos distinguir entre “capacidad como espacio creado (espacio vacío) y volumen como espacio reclamado (espacio ocupado)” (del Olmo, 1993, pp.98). Esta situación se releva al trabajar con unidades de medida no

estandarizadas discretas, dado rellenar con lentejas o frijoles un recipiente no es lo mismo que llenarlo con un líquido.

La habilidad de visualización también presenta complicaciones, por ejemplo, en un prisma compuesto por cubos, es complejo entender cuántos cubos hay por cada fila o columna que lo componen. Cuando hay muchas filas o columnas, es difícil visualizar los cubos escondidos, lo que conlleva dificultades en el conteo (Clements & Sarama, 2014).

El yugo de la aritmetización por sobre la geometría y la medida también se observa en la enseñanza del volumen, dado que se prima el cálculo del volumen por sobre la cualidad en sí. Sin embargo a pesar que algunos estudiantes poseen variadas experiencias sobre su representación, al momento de encontrar la fórmula, sólo se remiten a multiplicar el área de la base por la altura (Lehrer, Strom & Confrey, 2002)

A raíz de lo anterior, se hace (es) necesario construir conocimiento especializado para enseñar el volumen.

Conocimiento especializado del profesorado de matemática

Para analizar la enseñanza, consideramos como referente al Conocimiento especializado para el profesor de matemática (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK*) propuesto por Carrillo, Contreras, Climent, Escudero-Ávila, Flores-Medrano, Montes (2014). Este marco comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987) y el *Mathematical Knowledge for Teaching* desarrollado por Ball, Thames y Phelps (2008). En este marco teórico se distinguen dos componentes: una referida al conocimiento de la matemática, MK (*Mathematical Knowledge*), y otra relativa al conocimiento didáctico para enseñar, el PCK. (*Pedagogical Content Knowledge*). El MTSK además de ser una propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica, con la cual es posible analizar la práctica.

Las componentes se dividen a la vez en seis dominios, que serán a la vez, las dimensiones de análisis de los datos de este estudio. A continuación, se explica cada uno de los seis dominios del MTSK, los tres primeros son referentes al MK y los tres últimos al PCK (Flores, Escudero y Aguilar, 2013; Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013). En cada uno de ellos nos referiremos al contexto de la enseñanza del volumen.

1. El Conocimiento de los Temas (*Knowledge of Topics, KoT*): este dominio analiza o modela qué y cómo el profesor de matemáticas conoce los temas que va a enseñar, supone conocer los contenidos matemáticos y sus significados de manera fundamentada. En este subdominio, por ejemplo, el docente debe ser capaz de definir y diferenciar, por ejemplo, de la capacidad del volumen y comprender el porqué de las fórmulas asociadas al volumen.

2. Conocimiento de la estructura de la matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematic, KSM*): Es el conocimiento de las relaciones que el profesor realiza entre distintos contenidos. Estos contenidos pueden ser del curso que está tratando o bien de otros cursos y niveles, la idea es que realice conexiones entre temas matemáticos. En nuestro caso, la conservación del volumen es una conexión intraconceptual. La capacidad es un concepto interconceptual que es fundamental en la apropiación del concepto de volumen. La enseñanza de otras magnitudes como el peso, la densidad o la presión son conexiones de contenidos transversales que poseen características semejantes al volumen.

3. Conocimiento de la práctica matemática (*Knowledge of the Practice of Mathematics, KPM*): Este dominio considera que es importante el conocimiento de los resultados matemáticos, pero que es fundamental conocer las formas de proceder para llegar a ellos y las características del trabajo matemático. En nuestro caso, nos interesa saber cómo el docente pone en juego el concepto de volumen para que los alumnos conjeturen y refuten sobre el mismo.

4. El Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics* KFLM): Este dominio se enfoca en el contenido matemático como objeto de aprendizaje, por ello se evita mirar al estudiante en sí, dado que la idea es observar las características del proceso de comprensión del estudiante sobre el contenido, que derivan de su interacción con el mismo. En este subdominio, es fundamental que el profesor comprenda, por ejemplo, los distintos niveles operacionales de los estudiantes para apropiarse del volumen y su conservación. En nuestro caso, los estudiantes ya deberían haber realizado operaciones formales y diversas actividades para apropiarse del volumen, para dar paso al trabajo geométrico-algebraico que permitiría encontrar las fórmulas asociadas al área y volumen de los cilindros. Sin embargo, es probable que no se hayan apropiado de la conservación del volumen, por ello es necesario considerar su evaluación en actividades de entrada.

5. Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching*, KMT): el KMT tiene como foco la enseñanza. En este dominio incluye el conocimiento de los recursos, materiales, formas de presentar el contenido, el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención. En esta investigación, queremos observar si las actividades realizadas son pertinentes al trabajo del volumen con el fin de caracterizarlo y diferenciarlo. La relación entre el KFLM y el KMT son fundamentales para secuenciar las actividades.

6. Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (*Knowledge of Mathematics Learning Standards*, KMLS): se refiere al conocimiento curricular del maestro. Es el conocimiento que el profesor tiene sobre las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se promueven en determinados momentos educativos. En este caso, dentro del contexto chileno, se requiere que el docente desarrolle la habilidad de representar, argumentar y comunicar, modelar y resolver problemas.

Por otro lado, el papel de las creencias del docente es central dado que engloba a los seis subdominios anteriores.

■ Metodología

Para la realización de este estudio se utilizó la metodología cualitativa. En particular se ha desarrollado un estudio de caso para lograr una comprensión profunda de la práctica y explicar lo que sucedió mientras se realizaba la enseñanza del concepto de volumen. Este caso corresponde a la enseñanza realizada por dos docentes en formación en una escuela denominada de alto rendimiento (por la selección de sus estudiantes y los niveles de exigencia para el aprendizaje) en el contexto de una actividad curricular que involucraba co-docencia con una formadora de profesores.

Para realizar el análisis la clase fue videograbada y posteriormente fue revisada y analizada en episodios de enseñanza que permitieran comprender el conocimiento para la enseñanza que el futuro docente posee y que pone al servicio de la gestión de la enseñanza de los estudiantes.

La decisión de utilizar el estudio de caso se debió a que permite estudiar con detenimiento cómo se realiza la enseñanza de un concepto que dentro de la formación inicial es tratado superficialmente y que en consecuencia nos permitió lograr nuestro objetivo de analizar y describir los factores que inciden en la enseñanza del volumen

Además, la decisión de videgrabar la clase se basó en la consideración que las acciones que suceden al interior de la sala de clase son complejas y cambiantes por lo que la extracción de información se hace complejo y desde el análisis calmado del investigador se puede entender con detalle lo que allí sucedió (Erickson, 2006).

■ Análisis de resultados

Durante la actividad, se presentaron diversos episodios conflictivos que nos permiten detectar factores que indiquen en la enseñanza del volumen. A continuación, se muestran diálogos entre estudiantes (Ei); profesores en formación (PFi) y la formadora de profesores (FP)

Episodio 1

Actividad: Se entrega a algunos estudiantes del curso dos piezas de plastilina del mismo tamaño para que la modelen con sus manos.

PF1: *¿qué figura tiene mayor volumen?* (mostrando las modelaciones de los estudiantes)

Grupo curso: (la respuesta no es inmediata por el grupo, murmullan)

En pocos segundos un estudiante interviene:

E1: *Todos tienen el mismo volumen porque se usó la misma cantidad de plastilina.*

Grupo curso: (discuten, algunos dicen que no, otros que podría ser...)

PF1: *Como todos usamos la misma cantidad de plastilina, todos tienen el mismo volumen. ¿Sí?*

Grupo curso: murmuran afirmando lo que el profesor dice.

En este episodio podemos observar que los estudiantes, difícilmente, comprenden la propiedad de conservación del volumen, dado que no es instantáneo, que a sabiendas que cada compañero usó dos piezas de plastilina, las distintas figuras deben tener el mismo volumen.

Episodio 2

Actividad: Un profesor en formación pregunta cómo poder medir el volumen de una de las modelaciones de plastilina.

PF1: *A alguien se le ocurre como poder medir el volumen de esta figura*

Grupo curso: murmuran

E2, E3, E5: *La masa* (se escuchan tres voces que dicen masa)

FP: *¿La masa? Entonces ¿la masa y el volumen son magnitudes iguales?*

Grupo curso: *Nooooo*

FP: *¿Semejantes?*

Grupo curso: *uhm...*

FP: *Bueno entonces ¿Por qué no? ¿Qué tienen de diferente? A ver. dijeron que el volumen es el espacio que ocupa un cuerpo. ¿y la masa?*

Grupo curso: *(a coro) ¡¡el peso!!*

FP: *mmm ya el peso (se observa incomodidad en su respuesta) ¿Entonces el volumen y la masa se relacionan?*

Grupo curso: *uhm... sí*

FP: *¿Sí? ¿Quién dice que sí? ¿Por qué?*

Grupo curso: *Uhm. más o menos, murmullos*

FP: *Entonces, entre mayor volumen, mayor masa.*

Grupo curso: *(a caro) sí/ claro/obvio*

FP: *Entonces si tengo un kilo de algodón...*

E1: (Interrumpe) *No.... no necesariamente. Porque el algodón puede tener mucho volumen, pero poco peso y una pelotita de acero, poco volumen y mucho peso.*

En este episodio, podemos observar que para los estudiantes las magnitudes de masa y volumen están relacionadas, dado que "es lógico" que un objeto de mayor tamaño "pesa" más. Se aprecia que el mismo estudiante que indicó la

conservación en el episodio anterior, es quien diferencia masa de volumen a partir de los ejemplos de la formadora de profesores.

Episodio 3

Actividad: El profesor en formación pregunta por la diferenciación entre capacidad y volumen.

PF2: *Tenemos el volumen, que lo han definido, ¿les suena el concepto de capacidad?*

Grupo curso: (mmmm no, uhm, murmullos)

FP: *Pero ¿cómo no lo van a conocer? ¿Acaso no han comprado una mochila?*

Grupo curso: (a coro) *siiii, claro que sí, en las mochilas.* Un estudiante mira una mochila

FP: *A ver (hablándole al estudiante de la mochila) ¿Qué información hay? Cuéntele al curso*

E6: *Es de 30 litros.* (Se para y se la muestra a grupo curso)

P2: *¿El volumen y la capacidad son lo mismo? ¿por qué sí o por qué no?*

Grupo curso: Silencio, murmullos...

FP: *Toma una bolsa. Pregunta ¿Tiene capacidad?*

Grupo curso: *Sí*

FP: *Muy bien. Había por ahí una mochila de 30 litros. ¿Dónde caben más cosas en la bolsa o en la mochila?*

Grupo curso: (a coro) *En la bolsa*

FP: *Entonces, la bolsa tiene una capacidad mayor de 30 litros.* (toma la bolsa y la reduce) *y ahora ¿qué ha pasado con la capacidad?*

Grupo a curso: *disminuyó*

FP: *¿y el volumen?*

Grupo curso: *También*

FP: *A muy bien ¿Por qué?*

Grupo curso: (discuten sobre si es el mismo, menor o mayor)

FP: *Levante la mano quien dice que el volumen disminuyó*

Grupo curso: (nadie levanta la mano... risas)

FP: *Entonces, ¿Quién dice que el volumen es el mismo?*

E7: *El volumen es diferente y la masa es igual*

FP: (toma la bolsa reducida) *Entonces, aquí la bolsa masa una cierta cantidad de kilos y ahora (la vuelve a expandir) masa otra cantidad*

E7: *No... es por el aire.*

De este episodio, podemos observar que para los estudiantes el volumen y la capacidad no son necesariamente distintos y que otras magnitudes, nuevamente como la masa, influyen en su razonamiento sobre la propiedad de conservación.

■ Conclusiones

Del análisis se concluye que los estudiantes comprenden el volumen como concepto, sin embargo, no lo conservan ni tienen apropiadas las unidades de volumen, característica no esperada en la planificación (KFLM), por el alto rendimiento de los estudiantes. En la planificación se realiza la diferenciación entre capacidad y volumen (KMT), pero la devolución de los estudiantes por la confusión de los conceptos crea situaciones de compleja resolución, ya que emergen afirmaciones y preguntas sobre distintas magnitudes (KSM): densidad, masa, aceleración y presión, provocando situaciones de contingencia que los futuros profesores no abordan, por lo tanto, debe interrumpir la formadora de profesores.

Magnitudes como la masa y la densidad (el aire), que inciden en la apropiación del volumen, no están presentes en el currículo de matemática, sino de ciencias naturales. Por otro lado, la transposición didáctica del peso y la masa,

también inciden en la apropiación del volumen. Por ello, consideramos que es indispensable un trabajo didáctico y currículo desde la física y la matemática para crear actividades que tengan como objetivo presentar situaciones problema donde variadas magnitudes físicas intervengan.

En la matemática escolar el volumen y la capacidad son sinónimos (espacio ocupado- espacio vacío) que se miden con centímetros cúbicos y litros, gracias a la razón 1000 es a 1 y que se utiliza como igualdad. Sin embargo, al trabajar con unidades no estandarizadas, utilizado tanto cantidades discretas como continuas, se puede provocar confusión, dado que la iteración continua de la unidad de medida, podría ser imposible con unidades de medidas discretas, como un frijol. Estas situaciones, permitiría resolver situaciones problemáticas interesantes para hacer la diferenciación entre volumen y capacidad.

Consideramos que el espacio de co-docencia es una oportunidad para que los académicos que formadores de profesores se acerquen a la escuela y la complejidad de sus prácticas y, por otro lado, los futuros docentes puedan comenzar su docencia junto a un profesor con experiencia que puede ayudarlo a detectar las situaciones de conflicto en las que debe investigar para tomar acciones de mejora.

En este trabajo quisimos incluir un apartado sobre el pensamiento métrico y el geométrico, considerando sus relaciones y diferencias, sin embargo, todo lo que encontramos, eran menciones desde el currículo, las pruebas estandarizadas o análisis de investigaciones sobre temas que desarrollan pensamiento matemático en algunos congresos de educación matemática, como CERME.

Finalmente, destacamos la importancia de la reflexión sobre elementos matemáticos y didácticos que en algunos casos se consideran adquiridos, pero que con una mirada crítica y ampliada permiten reconstruir saberes al servicio del aprendizaje de los estudiantes en el ámbito escolar y podrían ser parte del conocimiento especializado para la enseñanza.

■ Referencias

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin F.L., y Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381.
- Ball, D., y Forzani, F. (2009). The work of teaching and the challenge for teaching education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497-511.
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Clements, D., y Sarama, J. (2014). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. A. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Chamorro, M. del C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Education.
- Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (2005). *Preparing Teachers for a changing world. What teachers should learn and be able to do*. San Francisco: Jossey Bass.
- Del Olmo, M.A., Moreno, M.F. e Gil, F. (1993). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis
- Flores, E., Escudero, D. y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275- 282). Bilbao, España: SEIEM.

- English, L. D., & Kirshner, D. (2016). Changing agendas in international research in mathematics education. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (Third, pp. 3–18). New York: Routledge.
- Erickson, F. (2006) Definition and analysis of data from videotape: some research procedures and their rationales. En J. Green, G. Camili y P. Elmore (Eds.) *Handbook of complementary methods in education research* (pp. 177-191). Washington, D.C: American Educational Research Association.
- González-López, M. J., y Flores, P. (2001). Conocimiento profesional del profesor de secundaria sobre las matemáticas: el caso del volumen. *Revista Educación Matemática*, 13(1), 81–93.
- Hargreaves, A., y Fullan, M. (2014). *Capital Profesional* (1a Edición). Madrid: Editorial Morata.
- Lehrer, R., Strom, D., & Confrey, J. (2002). Grounding metaphors and inscriptional resonance: Children's emerging understanding of mathematical similarity. *Cognition and Instruction*, 20(3), 359-398.
- Manzi, J., González, R., y Sun, Y. (2011). *La evaluación docente en Chile*. Santiago, Chile: MIDE UC.
- Montes, M. A., Aguilar, A., Carrillo, J., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). MTSK: From common and horizon knowledge to knowledge of topics and structures. In *Proceedings of the CERME* (Vol. 8).
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1948). *La geometrie spontanee de l'enfant*. P.U.F: Paris
- Sáiz, M., y Figueras, O. (2009). A research-based workshop design for volume tasks. *Tasks in primary mathematics teacher education*, 147-160.
- Sáiz Roldán, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de investigación educativa*, 8(18).
- Schön, D. A. (1992). *La Formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: Paidós.
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research? On mutual relation between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 393–413.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.