APROXIMACIONES A UN MODELO PRAXEOLÓGICO DE REFERENCIA PARA EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

APPROACHES TO A PRAXEOLOGICAL MODEL OF REFERENCE FOR LEARNING ALGEBRA

Myrian Luz Ricaldi Echevarria
Universidad Femenina del Sagrado Corazón (Perú)
myrianluz@hotmail.com

Resumen
El reporte forma parte de una investigación en curso que analiza las condiciones de nuevos tipos de modelos didácticos para el aprendizaje del álgebra. Parto del hecho que en el nivel escolar los cuestionamientos sobre las razones de ser de su estudio están ausentes. Por ello, propongo una primera aproximación a un modelo praxeológico de referencia que modela el contenido del álgebra en los dos primeros grados del nivel secundario. Para el análisis considero elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Los resultados muestran oportunidades para superar la pérdida de sentido y el olvido de la mayor parte de lo que se estudia.

Palabras clave: matemática, teoría antropológica de lo didáctico, modelo praxeológico de referencia, álgebra

Abstract
The report is part of an ongoing investigation that analyses the conditions of new types of didactic models for learning algebra. I am working on the assumption that at school level the questioning of the raison d'être of the study of algebra is absent. That is why I propose an approach to a praxeological reference model which defines the content of algebra in the first two years of secondary school. In order to carry out this analysis, I take into account different elements from the Anthropological Theory of Didactics. The results show opportunities to overcome the loss of sense and the oversight of the greatest part of the content which is studied in these years.

Key words: mathematic, anthropological theory of the didactic, reference praxeological model, algebra

Introducción

En contextos escolares la enseñanza del álgebra se sigue asumiendo como la simple aplicación de reglas y propiedades, de manera poco relacionada y sin explicitación de su utilidad o aplicación en otros contextos. En este escenario se hace necesario generar reflexiones y proponer posibilidades de nuevos tipos de procesos basados en una visión más cuestionadora que genere el desarrollo de los conocimientos matemáticos. Por lo anterior en este estudio planteamos como pregunta de investigación ¿cómo y para qué estudiar el álgebra a nivel escolar? Creo que este planteamiento develará respuestas que cuestionan nuestra propia práctica y nos lleva a alternativas reales y útiles a los actuales tiempos donde lo esencial ya no es el dominio de conocimientos específicos sino el sentido de uso del conocimiento interdisciplinar sobre la base de preguntas y la búsqueda de respuestas.

En cuanto a las investigaciones didácticas vinculadas al presente estudio tenemos que Chevallard y Bosch (2012) analizan los conocimientos y actividades que constituyen el álgebra elemental, en cuanto saber enseñado, y los que no se enseñan en la escuela. Este estudio brinda aportes esenciales para indagar las condiciones de posibilidad de un cambio educativo que vaya más allá de lo local. Por otro lado, Ricaldi (2011) concluye que los modelos algebraicos planteados para una situación son específicos para esa situación; no se plantea la generalidad de los mismos. Perdiéndose con ello importantes oportunidades para llegar a la generalización.

La presente propuesta surge de una reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje del álgebra. La experiencia en aula, la observación de clases y la revisión de los programas curriculares me permiten conjeturar sobre la necesidad de introducir modificaciones no solo en las estrategias de enseñanza de los profesores, sino también sobre los énfasis del currículum.

Marco teórico

El marco teórico de esta investigación es la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) la cual busca promover y responder a la demanda real de la educación para la vida a través de cambios radicales sobre todo en la forma de hacer matemática. Esto requiere de una modificación sustancial del modelo pedagógico imperante, es decir, transitar de la pedagogía monumentalista a una pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo. Para lograr el cambio anterior Otero (2013) menciona que Chevallard propone los recorridos de estudio e investigación (REI) los cuáles son dispositivos didácticos que consisten en el estudio de preguntas como punto de partida del saber matemático. Esto implica transformaciones en los siguientes aspectos:

- Distribución de responsabilidades entre los agentes de una clase (topogénesis).
- Constitución y gestión del medio didáctico (mesogénesis).
- Dominio del tiempo requerido respecto al establecido por las instituciones escolares (cronogénesis)

La TAD sitúa el estudio de la actividad matemática en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales, y se basa en la focalización en las determinaciones sociales de los fenómenos indagados (¿cuáles son las determinaciones sociales que condicionan el aprendizaje del álgebra?), el análisis de las culturas humanas basada en el modelo praxeológico (¿cuáles son los límites de aprender álgebra a nivel escolar?) y el enfoque institucional y epistemológico en la enseñanza y el aprendizaje (¿qué tipos de tareas deben enfrentar los estudiantes?, entre las técnicas de resolución que existen socialmente ¿cuáles se espera que los estudiantes sepan emplear?). A lo largo del presente escrito daremos respuesta a las interrogantes antes planteadas. Para ubicarnos teóricamente desde la TAD se propone un modelo de referencia didáctico compuesto por el modelo praxeológico de referencia y el modelo pedagógico de referencia. El primero modela el contenido del ámbito educativo, a su vez, este modelo constituye una herramienta fundamental para el estudio de la organización matemática a enseñar y efectivamente enseñada. El modelo praxeológico de referencia está relacionado a lo que se entiende por enseñar y aprender matemática en una cierta institución e implica profundizar en el análisis praxeológico de una obra. Por otro lado, el modelo pedagógico de referencia, describe los procesos de estudio, analiza los que existen y propone condiciones para nuevos tipos de procesos, especialmente, el referido a la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo. El modelo pedagógico, según la TAD, busca transitar de la pedagogía monumentalista S(X, Y, O) a la pedagogía de la investigación y el cuestionamiento del mundo S(X, Y, Q) donde: **x** es la institución que enseña, **y** la institución que aprende, **O** es la obra, y Q son las preguntas. Este tránsito se hace a través del dispositivo didáctico llamado recorrido de estudio e investigación (REI) que consiste en el estudio de preguntas como punto de partida del saber matemático.

Metodología

La metodología del presente estudio es de tipo cualitativo, ya que pretende comprender los significados e interpretar prácticas en ambientes naturales desde el punto de vista de quiénes la experimentan (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). El diseño de investigación es descriptivo (Salkind, 1999).

En nuestro estudio el modelo praxeológico de referencia (MPR) está relacionado con el contenido a enseñar y efectivamente enseñado, su origen y las transformaciones que experimenta en los contextos escolares. Por ello, para el procedimiento de estudio propongo un recorrido por la historia de la matemática que evidencie los cambios que ha sufrido el saber algebraico, luego analizaremos cómo y porqué está presente el objeto de estudio “álgebra” en el sistema escolar peruano, para finalmente, proponer el estudio del álgebra a nivel escolar no a partir de contenidos, sino de preguntas. Para la recolección de los datos se utilizó la técnica del análisis de documentos. El análisis buscó examinar, categorizar y evaluar elementos para responder a la pregunta de investigación: ¿cómo y para qué estudiar el álgebra a nivel escolar? En cuanto al marco contextual el estudio se centra en los dos primeros grados del nivel secundario del sistema educativo peruano.

Análisis epistemológico del álgebra:

A continuación, presentamos descriptivamente, manera de síntesis, la evolución de los principales conocimientos algebraicos vinculados a nuestro objeto de investigación.

De la solución de ecuaciones

- Los matemáticos hindúes descubrimiento el cero, que puede asociarse al elemento neutro de las estrucuturas de grupo y anillo .
- Los babilonios resuelven ecuaciones de la forma ax=b, x(x+a) = b., pero sin justificar sus resultados.
- Los griegos resuelven las ecuaciones de segundo grado en contextos geométricos.
- Con la solución de ecuaciones de la forma $x^2 + 1 = 0$ surgen los números imaginarios.
- Se resuelven ecuaciones cúbicas y cuárticas, en cuanto a la técnica empleada las de cuarto grado se trataban de reducir a grado 3.
- Lo que aparecen primero fueron los problemas y los métodos. Después fue inventada la notación simbólica.
- Viete , en el siglo XIX, usa vocales para representar incógnitas y usa consonantes para representar cantidades conocidas. Esto permitió la institucionalización de un simbolismo algebraico que permitió el tratamiento de ecuaciones algebraicas generales.
- Abel , demuestra que la ecuación de quinto grado no es soluble por radicales.

Al álgebra abstracta

- Se observan las relaciones que existen entre las raíces y los coeficientes de una ecuación polinómica, lo que permitió avances en los métodos de factorización.
- Se aceptan las raíces negativas y complejas.
- Se formaliza el estudio de las raíces complejas de polinomios.
- La teoría de grupos nace resolviendo el problema de solubilidad de ecuaciones de quinto grado . Se desarrolla con los trabajos de Galois, Lagrange, Abel y Gauss.
- En el siglo XIX Cayley introdujo el concepto abstracto de grupo.
- Aparece el enfoque axiomático, que caracteriza a las estructuras algebraicas, sus diversas relaciones y operaciones.
- Se amplia el dominio del álgebra mediante el concepto de ley de composición, a nuevos objetos matemáticos como vectores, cuaterniones y matrices.

Figura 1. Evolución de los principales conocimientos algebraicos.

En referencia al análisis epistémico, puedo determinar que el desarrollo de algoritmos para resolver ecuaciones particulares fue el hecho que abrió caminos hacia la construcción de significado y hacia la generalidad.

El análisis epistemológico del álgebra abstracta nos muestra el carácter estructural y riguroso del tema de polinomios. Dentro del estudio de las estructuras algebraicas, considero al anillo de polinomios, y especialmente a la factorización de polinomios como el tema central que permite obtener las raíces de una ecuación. Quizás esto de pie para pensar en el futuro que la presentación de tareas asociadas a la búsqueda de raíces pueda ser el foco de atención cuando se trabaje la noción de polinomio en la escuela (Ricaldi, 2011). Esta idea está presente cuando

tomamos como punto de partida una situación que genera a través de una pregunta la necesidad de plantear ecuaciones y hallar sus raíces.
Por otro lado, otro aporte presente, aunque no detallado en este escrito, corresponde a los estrechos vínculos entre álgebra y geometría; por ello, proponemos abordar los problemas matemáticos considerando diferentes formulaciones, que, sin ser equivalentes, permiten la puesta en práctica de herramientas y recursos para transitar entre diferentes registros de representación.

El álgebra escolar en el currículo nacional de Perú y los tipos de tareas

Las determinaciones sociales que condicionan el aprendizaje del álgebra están principalmente asociadas a su uso como herramientas para entender conceptos complejos, cambiantes y abstractos. Al mismo tiempo, estimula al cerebro, ayudando a los estudiantes a pensar de formas nuevas, las técnicas que se aprenden en álgebra representan la base de las matemáticas y ciencias de alto nivel que se requieren para entrar a la mayoría de las universidades. Asimismo, los límites de aprender álgebra en el nivel escolar están condicionados por las sucesivas reformas que ha experimentado el currículo peruano, las cuales están asociadas a la intención de fortalecer las destrezas lógicas e iniciar en el pensamiento abstracto. Por ello, según constatamos el tipo de tareas presentes está, principalmente, asociada al planteamiento y resolución de ecuaciones.

Actualmente, el Currículo Nacional es el documento marco de la política educativa de la educación básica que contiene los aprendizajes que se espera que los estudiantes logren durante su formación básica, en concordancia con los fines y principios de la educación peruana, los objetivos de la educación básica y el Proyecto Educativo Nacional. En Perú el recorrido que sigue la organización matemática escolar “álgebra” está definida en la competencia regularidad, equivalencia y cambio en los siguientes términos:

> Consiste en que el estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para ello plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, y usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas. Así también razona de manera inductiva y deductiva, para determinar leyes generales mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos (Ministerio de Educación: Currículo Nacional, 2016, p.136).

Según el currículo nacional de Perú esta competencia implica el desarrollo de las siguientes capacidades: traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas, comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas, usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Sin embargo, el tratamiento del álgebra a nivel escolar no siempre fue el mismo. A continuación, presentamos la tabla 1 que muestra la evolución del conjunto de conocimientos matemáticos en los dos últimos diseños curriculares.

Tabla 1. *Contenidos de matemática en el currículo escolar peruano*

	Primer grado de secundaria	Segundo grado de secundaria
Diseño curricular nacional 2009	• Álgebra • Patrones numéricos. • Ecuaciones lineales con una incógnita. • Valor numérico de expresiones algebraicas. • Funciones • Noción de dependencia, función, variables dependientes e independientes. • Representación tabular y gráfica de funciones. • Dominio y rango de funciones lineales. • Proporcionalidad directa e inversa.	• Álgebra • Variable y simbolización de enunciados verbales mediante el lenguaje algebraico. • Teoría básica de exponentes. • Reducción de términos semejantes. • Operaciones de adición, multiplicación y división de polinomios. • Factorización de expresiones algebraicas por el factor común. • Funciones • Función lineal. • Función lineal afín. • Dominio y rango de una función lineal. • Modelos lineales. • Representación verbal, tabular y gráfica de funciones lineales. • Proporcionalidad directa e inversa.
Diseño curricular nacional 2016	Patrones geométricos • Combinación de transformaciones geométricas. • Expresiones gráficas y simbólicas de patrones geométricos. • Posición de un patrón geométrico. • Patrones cíclicos. Progresión aritmética • Términos. • Índice de términos. • Regla de formación. • Razón. • Suma de términos. Ecuaciones lineales • Miembros, términos, incógnita y solución. • Interpretación de gráficas y datos. • Transformaciones algebraicas de equivalencia. • Ecuaciones equivalentes. • Ecuaciones con fracciones homogéneas, equivalentes y números enteros. Inecuaciones lineales • Desigualdad considerando expresiones algebraicas. • Condiciones de desigualdad de la forma $x > a$ ó $x < a$, $ax > b$ ó $ax < b$, $\forall a \neq 0$ • Transformaciones algebraicas de equivalencia. • Conjunto solución. Proporcionalidad, función lineal y lineal afín • Relaciones en la proporcionalidad.	Progresión aritmética • Términos. • Índice de término. • Razón. • Regla de formación. • Suma de términos. • Relación entre una sucesión y la progresión aritmética. Ecuaciones lineales • Miembros, términos, incógnita y solución. • Transformaciones algebraicas de equivalencia. • Ecuaciones con decimales y enteros. • Ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Pares ordenados. • Operaciones con polinomios de primer grado. Inecuaciones lineales • Condiciones de desigualdad de la forma $x > a$ ó $x < a$, $ax > b$ ó $ax < b$, $\forall a \neq 0$ • Conjunto solución. Función lineal y lineal afín • Relaciones en la proporcionalidad inversa. • Función lineal. • Función lineal afín. • Familia de una función lineal y lineal afín. • Proporcionalidad inversa.

	• Función lineal con coeficientes enteros. • Dominio y rango. • Intercepto con los ejes. • Proporcionalidad inversa. • Regla de una función. • Pendiente.	• Regla de una función. • Pendiente. • Ordenada y abscisa.

A modo de identificar el enfoque de enseñanza que subyace en el tratamiento del álgebra escolar de Perú, se presenta a continuación lo que el Ministerio de Educación de Perú (MINEDU) menciona como descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo VI que comprende el primer y segundo grado del nivel secundario:

> Resuelve problemas referidos a interpretar cambios constantes o regularidades entre magnitudes, valores o entre expresiones traduciéndolas a patrones numéricos y gráficos, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y afín, y relaciones de proporcionalidad directa e inversa. Comprueba si la expresión algebraica usada expresó o reprodujo las condiciones del problema. Expresa su compresión de la relación entre función lineal y proporcionalidad directa; las diferencias entre una ecuación e inecuación lineal y sus propiedades; la variable como un valor que cambia; el conjunto de valores que puede tomar un término desconocido para verificar una inecuación; las usa para interpretar enunciados, expresiones algebraicas o textos diversos de contenido matemático. Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar del valor de términos desconocidos en una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas y dar solución a ecuaciones e inecuaciones lineales, y evaluar funciones lineales. Plantea afirmaciones sobre propiedades de las progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones, así como de una función lineal, lineal afín con base a sus experiencias, y las justifica mediante ejemplos y propiedades matemáticas; encuentra errores o vacíos en las argumentaciones propias y las de otros y las corrige (MINEDU, Programa Curricular de Educación Secundaria, 2016, p.158).

En el Currículo Nacional del MINEDU (2016) la evolución de las temáticas en el álgebra escolar se desarrolla principalmente en relación con la comprensión de las ecuaciones, la proporcionalidad y las funciones, desde la traducción de patrones geométricos hasta la representación gráfica. Por otro lado, se presenta la noción de variable como objeto que cambia que es usado para representar expresiones, esto corresponde a una visión sesgada de la variable. Otro elemento claramente explicitado es la presencia de la regularidad y los patrones como contenido que atraviesa este y el ciclo posterior (VI y VII).

Por otro lado, el tipo de tareas asociadas presente en los libros de texto comienza con actividades que usan letras para representar números desconocidos (la letra como incógnita), tal como se muestra en la siguiente figura.

...resa en lenguaje algebraico si x representa al número.

Lenguaje usual	Lenguaje algebraico
...triple de un número, más el doble de 8.	$3x + 2(8)$
...número más su consecutivo.	$x + (x + 1)$
...cuarta parte de un número, menos su mitad.	$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x$
...doble de un número, más su triple.	$2x + 3x$
...cuadrado de un número, menos 1.	$x^2 - 1$

...Expresa en lenguaje algebraico si y representa la edad de Patricia.
...) La edad de Patricia hace 7 años.

Figura 2. Tomada del libro Matemática, p.158

Luego, los estudiantes se ven enfrentados a resolver ecuaciones, situación vinculada al despeje de la incógnita y la aplicación de reglas asociadas.

Resuelve $x + 7 = 12$.

1.ª FORMA Aplicando la propiedad de monotonía:

$$x + 7 = 12 \quad \text{Restamos 7 a ambos miembros.}$$
$$x + 7 - 7 = 12 - 7$$
$$x = 5$$

2.ª FORMA Por transposición de términos:

$$x + 7 = 12 \quad \text{Como en el primer miembro 7 está sumando, pasa al segundo miembro restando.}$$
$$x = 12 - 7$$
$$x = 5$$

Comprobamos la solución para $x = 5$ ► $x + 7 = 12$ → $5 + 7 = 12$

Figura 3. Tomada del libro Matemática 1, p.229

Los estudiantes con este tipo de prácticas luego representan como ecuación una situación que deben resolver utilizando las técnicas previamente ensayadas.

Diego pagó S/. 80 por inscribirse en un gimnasio y además, comenzó a pagar una cuota mensual. Si luego de 12 meses el gasto total que realizó fue de S/. 1 520, ¿de cuánto era la cuota mensual?

- Sea x el valor de la cuota mensual:

Gasto total = Inscripción + 12 cuotas mensuales
1 520 = 80 + $12x$

- Resolvemos la ecuación: $80 + 12x = 1\,520$

$$12x = 1\,520 - 80$$
$$12x = 1\,440 \rightarrow x = 120$$

La cuota mensual era de S/. 120.

Figura 4. Tomada del libro Matemática 1, p. 237

En este tipo de situaciones se plantea al estudiante problemas para resolver con ecuaciones que no hacen necesario el uso de esa herramienta, pues los recursos aritméticos de los que dispone son suficientes para dar una solución. De esta manera, alejada de la necesidad de su utilización el empleo de ecuaciones aparece como una complicación, el énfasis está en la memorización de las reglas para despejar x. Lo ideal sería proponer situaciones que permitan identificar la ecuación como modelo de un tipo de relación, independiente de la situación particular que lo originó. Otro aspecto ausente en los ejemplos propuestos en los libros de texto es la comprensión de la ecuación más allá de la igualdad, como el tratamiento de ecuaciones lineales con una variable sin solución o con infinitas soluciones.

Propuesta

El MPR hace mediante una red de cuestiones y respuestas, las que tienen estructura praxeológica (Fonseca, Gascón & Olivera, 2014). El MPR que se propone se compone de diferentes organizaciones matemáticas (OM) en las que se vincula el estudio algebraico con el geométrico. Esta característica es de vital importancia porque evita lo que usualmente ocurre en la escuela secundaria, que es el estudio aislado de organizaciones matemáticas (Gascón, 2002). La revisión de la literatura y los resultados de investigación desde la TAD, nos invitan a proponer una aproximación al estudio del álgebra con más sentido y que se corresponde a una visión de investigación y de cuestionamiento del mundo, en el sentido de lo propuesto por Chevallard, según los siguientes términos:

Tabla 2. *Propuesta para la enseñanza y aprendizaje del álgebra a nivel escolar*

	¿Cómo estudiar el álgebra escolar?	¿Para qué estudiar el álgebra?
Pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo	Organización matemática: ¿Qué son las ecuaciones? ¿Qué es un polinomio? ¿Cómo se vinculan las ecuaciones con los polinomios? ¿Cómo podemos modelar situaciones relacionando polinomios y ecuaciones? ¿Qué significado geométrico tiene la solución de sistemas de ecuaciones? ¿Qué relación hay entre el cálculo de áreas y los productos notables? ¿Cuál es el significado geométrico de los productos notables? ¿Cómo se relacionan las ecuaciones de primer grado con las funciones lineales? ¿Qué tipos de actividades se llevan a cabo con las ecuaciones y las funciones? ¿Se utilizan las funciones para construir modelos?	Organización didáctica: ¿Qué papel juega el álgebra en el currículo? ¿Cómo justificar en la enseñanza escolar el estudio de los polinomios? ¿Qué se enseña actualmente? ¿Qué se ha enseñado en otros periodos? ¿Cómo ha evolucionado el proceso transpositivo para desembocar en la organización matemática “álgebra escolar”? Tipo de tareas: Analiza, demuestra, calcula y representa.

Los tipos de tareas asociadas, desde esta propuesta están descritas en los siguientes términos:

- Demuestra: tareas que requieren la formulación de una secuencia de enunciados organizados según determinadas reglas o propiedades matemáticas.

- Calcula: tareas que implican llevar a cabo procedimientos basados en propiedades válidas. Representa: tareas asociadas a la realización de esquemas que posibiliten estudiar una noción matemática.

Se propone una aproximación al estudio del álgebra en el nivel secundario que sea más acorde con el papel que este desempeña en la actividad científica, sentimos la necesidad de postular una razón de ser distinta de la que le asigna el currículo oficial, lo que comporta una modificación profunda de las cuestiones y de las tareas que habitualmente se supone dan sentido al estudio del álgebra en el nivel educativo escolar. Esta nueva razón de ser provocaría una reformulación y hasta una nueva definición, de la estructura de cómo se aborda el estudio del álgebra y de su relación con el resto de las organizaciones matemáticas escolares.

A continuación, una propuesta de MPR, aún en proceso, para abordar el estudio del álgebra en los dos primeros grados del nivel secundario:

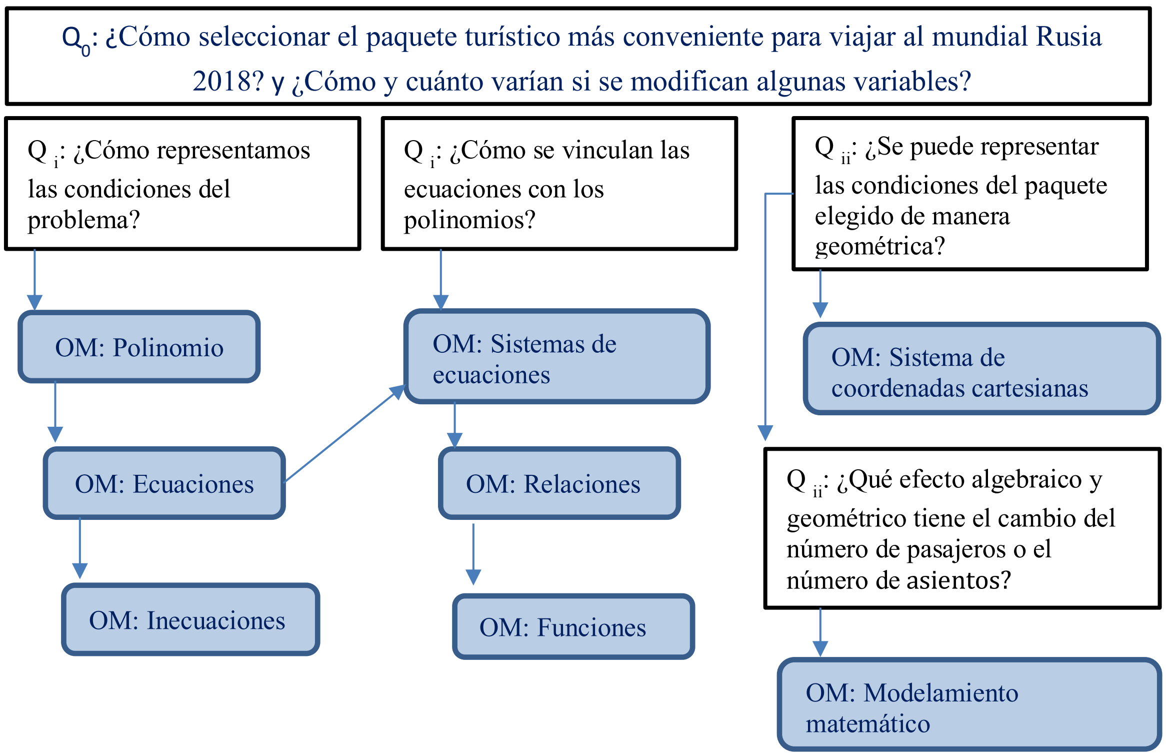

Figura 5. Aproximación de un MPR para el estudio del álgebra escolar.

En este trabajo plantemos una aproximación a un MPR, el cual está conformado por una red de praxeologías matemáticas que permite trazar un mapa de recorridos posibles, vinculados a nociones algebraicas que se estudian en los dos primeros grados de educación secundaria.

Las condiciones que se requieren para hacer evolucionar el actual paradigma pedagógico hacia el nuevo paradigma del cuestionamiento del mundo (Chevallard, 2013) requiere reflexionar y cuestionar si las prácticas asociadas en los documentos curriculares y que se ven reflejados en las ejecuciones docentes y en los textos, han logrado algún cambio positivo para el aprendizaje del álgebra. La respuesta desde nuestra visión es que no, nuestras prácticas responden a modelos de memorización a corto plazo, sin sentido y de fácil olvido. En definitiva, las normas institucionales son agentes restrictivos porque se dan por aceptados contenidos y los profesores condicionan su práctica de enseñanza a modelos aprendidos y aceptados, pero que, al mismo tiempo, él cuestiona como poco motivadores y efectivos para el aprendizaje de los estudiantes. Lo anterior implica un cambio de postura del docente en torno a lo que significa enseñar, aprender y estudiar. El docente tiene que desarrollar habilidades vinculadas al diseño de actividades que representen verdaderos desafíos.

Implicaciones

La enseñanza y el aprendizaje ya no se organizan únicamente en función de los contenidos matemáticos sino de los problemas que el estudiante debe resolver. Situaciones que deben emerger como respuestas a preguntas concretas, y que al mismo tiempo permitan transitar por diversos conceptos como respuestas a nuevas preguntas extensivas y relacionadas.

Se hace necesario controlar las variables relacionadas a las OM del programa de estudio.
Los MPR son un recurso importante para generar cambios en la enseñanza de la escuela secundaria (promueve recorridos con base en la viabilidad de los instrumentos, intenta encontrar respuestas que originen caminos diferentes y profundizar en el estudio de las dificultades). Es real que gran parte de la actividad matemática, a nivel escolar, ignora absolutamente los procesos de la actividad matemática como tal y, como consecuencia, no se concede ninguna importancia, tanto epistemológica como didáctica, a la génesis y el desarrollo de los conocimientos matemáticos.

Conclusiones

El desarrollo de algoritmos para resolver problemas particulares fue el hecho que abrió caminos hacia la construcción de significado y hacia la generalidad. Asimismo, en el contexto de la búsqueda de soluciones de ecuaciones se evidencian los nexos entre el álgebra y la geometría. Dentro del estudio de las estructuras algebraicas considero al anillo de polinomios, y especialmente a la factorización de polinomios como el tema central que permite obtener las raíces de una ecuación. Quizás esto de pie para pensar en el futuro que la presentación de tareas asociadas a la búsqueda de raíces pueda ser el foco de atención cuando se trabaje la noción de polinomio en la escuela.

Los principales hallazgos encontrados, de la revisión teórica, develan ausencia y restricciones en la forma de gestionar didácticamente el estudio del álgebra y su proceso de estudio en el nivel secundaria.

Referencias bibliográficas

Chevallard, Y. y Bosch, M. (2012). L'algèbre entre effacement et réaffirmation. En L.Coulange,J. Drouhard, J. Dorier, A. Robert (Eds). *Recherches en Didactique des Mathématiques.* (pp.19-39). Tesis doctoral no publicada. Université Joseph Fourier. Grenoble.
Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education, 2*(2), 161-182. doi: http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.26
Fonseca, C., Gascón, J. & Oliveira, C. (2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(3), 289-318. doi: http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1732
Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato ¿Dos mundos completamente separados? *Suma*, 39, 13- 25. Disponible en: https://revistasuma.es/IMG/pdf/39/013-025.pdf
Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, L. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
Ministerio de Educación del Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica.
Ministerio de Educación del Perú. (2016). Programa Curricular de Educación Secundaria.

Otero, R. (2013). La Teoría Antropológica de lo Didáctico. En R. Otero, M. Fanaro, A. Corica, V. Llanos, P. Sureda, V. Parra (Eds). *Teoría antropológica de lo didáctico en el aula de matemática* (pp. 15-27). Buenos Aires: Dunken.

Ricaldi, M. (2011). *Análisis del tratamiento de álgebra en el primer año de secundaria: su correspondencia con los procesos de algebrización y modelización.* Tesis de Maestría no publicada. Pontificia Universidad Católica del Perú.

Ruíz- Olarría, A. (2015). *La formación matemático-didáctica del profesorado de Secundaria. De las matemáticas por enseñar a las matemáticas para la enseñanza*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad Autónoma de Madrid. España.

Salkind, N. (1999). *Métodos de Investigación*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.