

NÚMERO CERO: ALGUNAS INTERPRETACIONES DESDE EL AULA

NUMBER ZERO: SOME INTERPRETATIONS FROM THE CLASSROOM

Jonathan Steven Villamil Pachón, Lida Esperanza Riscanevo Espitia
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia – Uptc (Colombia)
jonathan.villamil@uptc.edu.co, lida.riscanevo@uptc.edu.co

Resumen

Este artículo presenta resultados parciales de una investigación en curso, en la línea de formación de profesores de matemáticas y tiene como objetivo categorizar las interpretaciones de estudiantes en formación inicial de matemáticas sobre el cero como número. La base conceptual se asume desde el reconocimiento de la historia como valor pedagógico en la enseñanza de las matemáticas y desde allí reflexionar sobre las prácticas que se llevan a cabo en el salón de clases desde las dimensiones: práctica, social y cultural. La investigación es de tipo descriptivo y las fuentes de información tenidas en cuenta son cuestionarios de pregunta abierta, entrevistas no estructuradas y grabaciones de audio. El estudio se realiza en un curso de historia y epistemología de las matemáticas que dirige uno de los investigadores, en el cual se logra percibir algunas interpretaciones de los estudiantes en el desarrollo de situaciones didácticas planteadas.

Palabras clave: número cero, historia de las matemáticas, formación de profesores

Abstract

This article presents partial results of an ongoing research, in the line of mathematics teacher training; it is aimed at categorizing the interpretations on zero as a number by students in initial mathematics training. The conceptual basis is assumed from the recognition of history as a pedagogical value in the teaching of mathematics, and on this basis, to reflect on the practices that are carried out in the classroom from the practical, social, and cultural dimensions. This is a descriptive research which considers questionnaires with open questions, unstructured interviews and audio recordings as sources of information. The study is carried out in a course of history and epistemology of mathematics directed by one of the researchers, in which it is possible to perceive some interpretations of students in the development of the posed didactic situations.

Key words: number zero, history of mathematics, teachers training

■ Introducción

Llegar a hablar del número cero con propiedad es algo complejo, es considerado por muchos como un número “extraño” debido a que no es positivo ni negativo y dividir por él es imposible, incluso el origen de su nombre evoca misterio (Waterson, 2017). El cero está relacionado con la nada y filosóficamente “en la mente humana el concepto de ‘nada’ es difícil de asumir” (Crespo, 2003, p.33). En este sentido, el cero se considera un número enigmático, en esencia diferente a los demás, con una historia compleja y epistemológicamente confuso, pero que ha formado parte de las matemáticas de manera especial hasta el punto de ser imprescindible, no solo en ellas, sino también para el avance de otras ciencias.

Las diferentes interpretaciones del cero como número han revolucionado el mundo e impulsado el desarrollo de la humanidad, de manera que en la actualidad su uso se propaga por cada rincón del mundo. Dantzig (1930) declara que “el descubrimiento del cero se puede considerar como uno de los grandes logros de la humanidad” (citado en Seife, 2006, p.20), pues su uso permite contextualizar situaciones de la vida cotidiana con bastante familiaridad; por ejemplo, hablar de temperaturas bajo cero, ver en el reloj 00:00 horas, tener en una báscula 0 kg, ubicarse en la latitud cero (línea ecuatorial) y otros ejemplos más, son aceptados en el lenguaje común y en ellos el cero no es interpretado como “nada”. Otro ejemplo, es su uso en la codificación del lenguaje en programación, que ha permitido el avance de la tecnología, y con ella el acceso a la información de manera rápida, fácil y eficiente, impulsando los avances de las ciencias.

Para acudir a otras interpretaciones del cero, debe destacarse que las matemáticas no son entes divinos y perfectos dados a la humanidad; es decir, debemos alejarnos de visiones platonistas y acercarnos a la visión constructivista de las matemáticas, desde la cual ellas son el resultado de una actividad humana y desde esta perspectiva, la historia de las matemáticas proporciona esa visión requerida y menos engreída de su existencia. Desde la historia se reconoce que en muchos casos la matemática es inexacta, que su construcción asume partir del error, pero siempre en busca de la perfección (Guzmán, 1991). Este punto de vista aporta un valor pedagógico en su enseñanza y permite reconocer la importancia de los objetos matemáticos, su evolución y los obstáculos epistemológicos que hacen parte de su construcción. La enseñanza de las matemáticas en este caso asume que los profesores en ejercicio y los profesores en formación deben partir de reconocer el valor pedagógico que se logra al conocer la evolución de cada concepto, la relación con otros, las dificultades y retos en su construcción o descubrimiento, para tomar una postura crítica frente a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje (Ventura y Rosa, 2015).

Específicamente, desconocer la historia del cero y las características que lo diferencian de los demás números, descontextualizaría sus posibles aplicaciones e interpretaciones, hecho que generaría problemas a la hora de enseñar este objeto matemático. Por tal motivo, este artículo presenta un avance problematizando lo enunciado en el marco del desarrollo de la investigación intitulada “*Número cero: algunas interpretaciones desde el aula*”, la cual se presenta como requisito parcial para obtener el título de Magister en Educación Matemática del primer autor y es dirigida por la segunda autora, integrantes del grupo de investigación Somos Maestr@s de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). En esta investigación, se pretende resaltar la necesidad de la historia y epistemología de las matemáticas en la formación de profesores y responder a la pregunta ¿Cómo interpretan los estudiantes en formación inicial de matemáticas el cero como número?, en lo seguido del texto, se describen algunos resultados previos, a partir de los factores sociales, culturales y prácticos de los estudiantes en formación, describiendo el contexto y las interpretaciones que logran en una primera situación didáctica.

■ Surgimiento histórico del cero

En los inicios de las matemáticas, uno de los problemas que tenía que resolver el hombre neandertal aproximadamente hacia los años 40.000 a.C., se relacionan con el conteo para la supervivencia, evidencia de esto

se encuentra registrado en los huesos de lobos o babuinos documentados por historiadores; particularmente antropólogos y etnólogos, pues gracias a sus trabajos “(...) podemos intentar reconstruir el proceso natural que el hombre primitivo ha podido utilizar para enumerar objetos concretos o para tratar de hacer balance de los elementos contados” (Collette, 1991, p. 5). De manera que, tiene sentido hablar del surgimiento de las matemáticas como invención del hombre para suplir una necesidad aunque, establecer con precisión su inicio, se considera “(...) una aventura en las nieblas de los inciertos orígenes de la vida humana y de las civilizaciones” (Mankiewicz, 2005, p. 19); la civilización egipcia es un buen referente como punto de partida de las matemáticas en la vida del hombre en sociedad, pues en ellos se identifica como acudieron a ellas para registrar el paso del tiempo, controlar las cosechas y los rebaños que son actividades de conteo que dan inicio a los primeros sistemas numéricos; así, los números aparecen como un faro para guiar el camino del hombre a la evolución. Por tanto, Egipto se considera una de las primeras civilizaciones en poseer registros escritos sobre el uso civilizado de los números, destacándose, el desarrollo del sistema numérico en base 10 con jeroglíficos que les permitían escribir grandes números y algunas fracciones.

Los grandes avances en matemáticas atribuidos a los egipcios tiene diferentes reconocimientos a través de estudios realizados, algunos de ellos por muchos años creían que desconocían la existencia del cero, otros en la actualidad corroboran y certifican lo contrario. Al respecto Lumpkin (1997), comenta que en el imperio antiguo de la civilización egipcia (1770 a.C.) surge el cero por primera vez en la vida del hombre, no como un símbolo en el sistema de numeración desarrollado en esta civilización, sino como un valor de referencia en los planos de las construcciones y para denotar equilibrio en un estado de cuentas mensuales en el Reino Medio de la dinastía XIII. Su símbolo fue el jeroglífico **nfr** (ver figura 1) y se encontró en el papiro Boulaq 18.

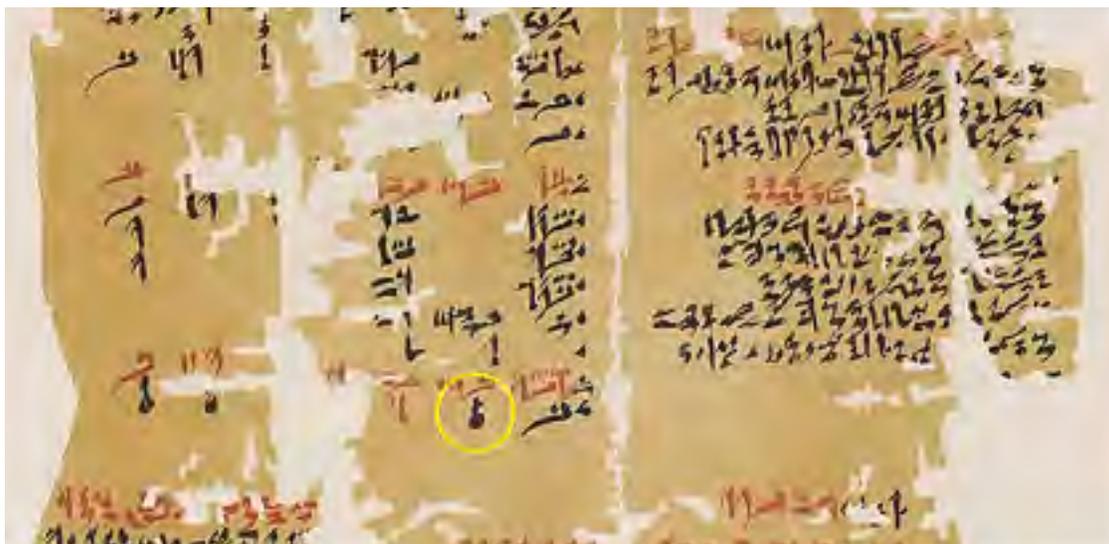


Figura 1. El Papiro Boulaq: una síntesis actualizada, por Jaramago (2008)

El valor posicional del número, fue logrado en Mesopotamia y en este sentido D’Amore y Fandiño (2012) atribuyen esta interpretación en el caso de representar una posición vacía al escribir números con los mismos símbolos y separar las cifras para evitar las ambigüedades. Un ejemplo, de este problema se puede observar en la figura 2.

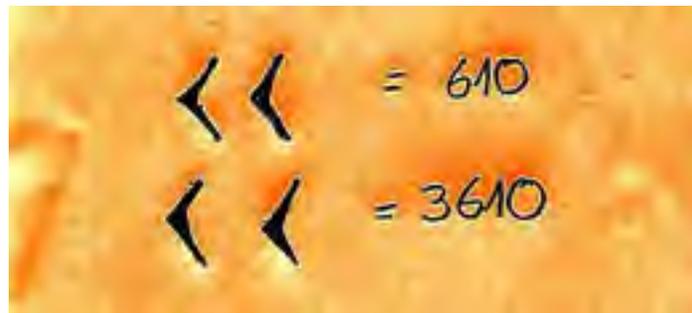


Figura 2. Representación numérica babilónica. Elaboración propia.

Alrededor de 300 a.C., en la escritura de un número en este sistema de numeración (el cual era posicional y en base 60), los babilonios para representar una posición en blanco o vacía de una cifra, usaban dos cuñas inclinadas, de manera que era clara la posición que tenían los símbolos al ocupar una cifra determinada de un número (Seife, 2006). Tomando como ejemplo la figura anterior, se observa el nuevo símbolo que ayudaba a evitar las ambigüedades (figura 3).



Figura 3. Representación simbólica en el sistema babilónico de una cifra vacía. Elaboración propia.

Otra de las primeras civilizaciones del mundo antiguo que creó un sistema numérico con la presencia del cero, fue la civilización Maya en la región Mesoamérica en el periodo Preclásico Tardío; es considerado como un gran logro intelectual y uno de los más antiguos ejemplos del cero en el mundo (Sharer, 2003). El sistema numérico que desarrollaron era posicional en base 20, con tres símbolos, el punto (•) para el uno, la barra (—) para el cinco y una concha (🐚) para el cero. Así, por ejemplo para escribir el número ciento veinte (figura 4), los mayas ubicaban un punto sobre una barra en el segundo nivel y una concha en el primer nivel.

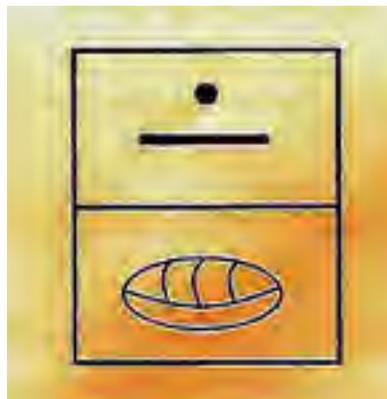


Figura 4. Representación numérica maya. Elaboración propia.

De esta manera, se destacan algunos aspectos históricos sobre el inicio del cero, su uso en las primeras civilizaciones para simbolizar la falta de algo, un símbolo que ocupa un lugar en la simbología matemática, pero sin llegar a considerarse, de momento, un número.

■ El valor pedagógico de sus interpretaciones

En una clase de matemáticas, la construcción de los objetos matemáticos se puede considerar como un proceso social y cultural, ligado a un contexto específico, a un sistema de símbolos, y a las actividades de resolución de problemas que realiza un grupo de personas y que va evolucionando con el tiempo (Godino y Batanero, 1994). Así, la dinámica en la clase de matemáticas se puede comprender desde el *triángulo didáctico*; es decir, desde las interacciones presentes entre el saber matemático, el docente y el estudiante. Cabe aclarar que los roles que desempeñan estudiante y docente en el aula de clase, se encuentran definidos en un ambiente estructurado con anterioridad por el docente, con el fin de lograr una actividad concreta hacia un conocimiento específico (D'Amore, 2006). La caracterización de las actividades se reconoce bajo las dimensiones propuestas por Ponte (2004) como tareas de tipo exploratorio. Este tipo de actividades siguieron pasar del paradigma del ejercicio al paradigma de la investigación y en este caso se generan posibilidades para favorecer ambientes de aprendizaje investigativos derivados de las matemáticas de la semirealidad y de las realidad. En ese caso, se advoca por pensar en actividades que generen ambiente de aprendizaje desde el reconociendo de la historia como herramienta didáctica para su enseñanza.

En consecuencia, se diseñó una situación didáctica, basada en la formulación de preguntas abiertas, para facilitar que el estudiante en formación inicial como profesor de matemáticas interactuara con el saber, con el fin de identificar las prácticas matemáticas emergentes en el salón de clase que dan sentido al aprendizaje de la historia del cero y sus interpretaciones. La situación didáctica, se tituló *construyendo la historia desde "cero"*, esta situación se considera de tipo exploratorio, accesible y abierta, de duración media según lo establecido por Ponte (2004) y de carácter investigativo, del contexto histórico cultural de las matemáticas enmarcada en un ambiente de aprendizaje tipo 2, según la clasificación propuesta por Skovsmose (2000). El propósito de la situación era establecer algunos aspectos en la historia de las matemáticas que le dieran sentido al cero como número.

■ Metodología

La investigación es de tipo descriptivo bajo el enfoque cualitativo, en el que se tuvo en cuenta las interpretaciones realizadas por 20 estudiantes que cursaban la asignatura Epistemología e Historia de las Matemáticas, de cuarto semestre de la Licenciatura en Matemáticas de la UPTC de Tunja. Para la recolección de la información se diseñó y aplicó un cuestionario formado por dos preguntas abiertas; adicionalmente, se grabó el audio de la sesión de clase. A manera de introducir el tema, primero se preguntó, ¿Cómo cree que surgieron los números?, y seguidamente “¿En qué circunstancias ‘cero’ significa simplemente la ausencia de cosas y en cuáles circunstancias de hecho representa alguna cosa (posiblemente abstracta)?” (Berlinghoff, W., y Gouvêa, F., 2010, p. 85).

La situación didáctica se dividió en tres momentos: En el primero, los estudiantes debían responder individualmente las preguntas; en el segundo, se invitó a los estudiantes que realizaran grupos de trabajo de tres estudiantes, de manera que pudieran compartir y discutir lo que habían escrito; y finalmente, se socializó con todo el grupo de estudiantes las respuestas y discusiones hechas por cada grupo, ya que de esta manera se propicia el ambiente necesario para la negociación de significados matemáticos que emergen de la discusión colectiva (Jiménez y Pineda, 2013).

■ **Análisis de la situación didáctica: construyendo la historia desde “cero”**

En el desarrollo de la situación didáctica, se pudo observar que la gran mayoría de las respuestas de los estudiantes a la primera pregunta, coinciden en que los números surgieron de una necesidad del hombre (ver figura 5); algunos estudiantes lo justifican desde lo cultural, otros como facilitador del comercio o simplemente como lenguaje para diferenciar cantidades.

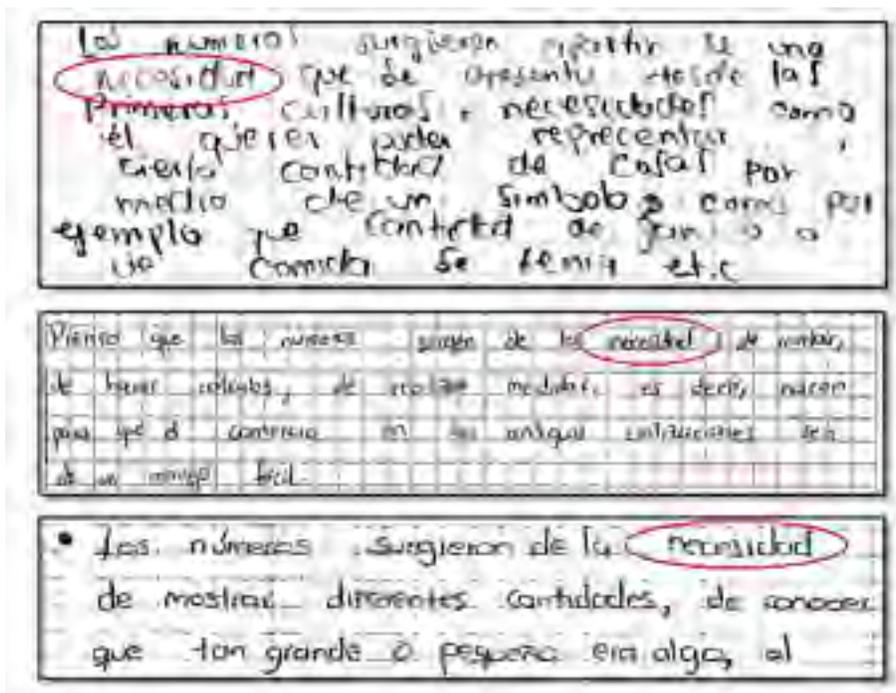


Figura 5. Respuestas de tres estudiantes a la primera pregunta.

En el primer momento, se evidenció la dificultad que tienen los estudiantes para comunicarse por escrito; la mayoría de escritos son cortos y en ocasiones confusos. Sobre las respuestas dadas a la primera pregunta, la gran mayoría coincidió en expresar que los números surgieron por la necesidad del hombre en el momento que consolidaron las primeras civilizaciones; reconocen que surgen como símbolos para representar cantidades, que fueron importantes en el intercambio comercial y cultural de las civilizaciones antiguas.

Sobre el cero, (ver figura 6) la gran mayoría lo relacionan con la nada, con el hecho de no tener que contar, la falta de algo o es tomado como el cardinal del conjunto vacío. De igual manera, el cero es interpretado como algo concreto cuando se toma como cifra, como ejemplo presentan el caso de los ceros de un billete de diez mil pesos colombianos.



Figura 6. Respuestas de tres estudiantes a la segunda pregunta.

En el segundo momento, se destaca la comunicación que se logró en varios grupos gracias a la participación activa de los estudiantes. Al trabajar en grupos pequeños pudieron compartir lo que escribieron, ampliando sus ideas y colocando a juicio de los compañeros sus argumentos y apreciaciones sobre los temas de discusión. Luego, la comunicación entre pares tuvo gran importancia para la consolidación de argumentos, ya que permitió el intercambio cultural y el aprendizaje mutuo partiendo de las interpretaciones particulares de cada estudiante sobre el tema en discusión. Así, se rescata la importancia de la identidad cultural del estudiante en cuanto al lenguaje, los valores, las creencias y un conocimiento tácito sobre las matemáticas, de manera que brinda al docente en formación la posibilidad de ampliar su perspectiva sobre las matemáticas y su enseñanza (Rosa y Orey, 2017).

Se destaca la participación del grupo formado por los estudiantes E1, E2 y E3, quienes discuten las respuestas que dieron a la segunda pregunta. Se transcribe parte del diálogo presente en el grupo:

E2: -Desde la matemática va uno a ver y tiene valor cuando está acompañado de otro número, de lo contrario no.

E3: -Pero si está a la derecha representa algo más que cuando se pone a la izquierda.

E1: -Ah sí claro, si lo escribimos [en una hoja escribe un uno y continua agregando ceros] aquí sería las unidades, aquí las centenas y así se puede continuar.

E2: -Pero sigue representando vacío, porque en los números de aquí [Indicando el último cero] representa que no hay unidades.

E1: -mmmmm, pues sí. Ese es un ejemplo, porque yo también escribí que puede representar algo diferente, si uno ve en geometría un círculo tiene trescientos sesenta grados y eso es cero.

E3: -¿Cómo así?

E1: - Pues aquí [dibujando un círculo en una hoja] este ángulo es trescientos sesenta grados pero en este punto son cero grados.

E3: -¿y es lo mismo?

E1: - ¡Pues es el mismo punto!

E2: - Pero hay no está contando los grados [dirigiéndose al profesor], profe, ¿podemos decir que el cero me representa nada cuando no hay nada para contar?

Profesor: - Cuando no hay nada que contar, puede ser una representación. Pero, en la vida cotidiana, ¿Cuándo el cero me representa algo diferente al vacío?

E2: - Si hablamos del cero en la vida cotidiana, mmmm, no representa nada, es como cuando un bus no tiene pasajeros, o la casa está sola.

E1: - Claro, eso es obvio, si se ve en la teoría el cero representa vacío, pero el profe pregunta que en la vida cotidiana que representa diferente de vacío.

E3: - Lo mismo... nada.

E2: - No porque si tomamos este número [refiriéndose al uno con los ceros que habían escrito anteriormente] como un billete, me representa algo.

E1: - Pero también me puede representar una distancia, si yo salgo del salón y vuelvo me da cero.

Transcripción de la grabación de clase

En la discusión lleva a cabo por el grupo, se destaca la interpretación del cero como cifra y representación del vacío, ya sea desde lo abstracto (las matemáticas en sí) o concreto (usos en la vida cotidiana). La interpretación más frecuente dada por los estudiantes, es la idea de no tener objetos, o la ausencia de cosas, por ejemplo en el bus que pasa sin pasajeros. De otro lado, lo interpretan como cifra al usarse en la denominación de los billetes o en la escritura de los números para representar una posición vacía, de la misma manera como lo hacían los mayas.

En el tercer momento la participación fue muy baja, de manera que el análisis se enfocó en los dos primeros momentos.

■ Conclusiones

Los estudiantes han reconocido la importancia de la interculturalidad de las primeras civilizaciones en la invención de los sistemas numéricos a partir del estudio de la historia y epistemología de las matemáticas. Justificando así, la necesidad de conocer las matemáticas desde la historia de los objetos matemáticos.

Es pertinente el estudio del cero desde su historia en la formación inicial de profesores en matemáticas, ya que se evidencia una gran dificultad a la hora de representar, interpretar, dar significado y contextualizarlo como número.

■ Referencias bibliográficas

- Berlinghoff, W. P., y Gouvêa, F. Q. (2010). *A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. (E. Gomide y H. Castro, Trad.) São Paulo: Edgard Blucher.
- Collette, J. (1991). *Historia de las matemáticas* (Vol. I). Madrid: Siglo XXI Editores.
- Crespo, J. (2003). La representación de la ausencia por medio de una presencia: el Cero. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16 (1), 33-39.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Corporación Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. y Fandiño, M. (2012). *El número cero: Aspectos históricos, epistemológicos, filosóficos, conceptuales y didácticos del número más misterioso*. Bogotá D.C.: Corporación Editorial Magisterio.
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Guzmán, de M. (septiembre de 1991). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. *III Simposio Ibero-Americano sobre Enseñanza de la Matemática*. Buenos Aires, Argentina.

- Jaramago, M. (2008). *El Papiro Boulaq: una síntesis actualizada*. [Figura]. Recuperado el 10 de mayo de 2018 de la dirección <http://egiptologia.com/papiro-boulaq-sintesis-actualizada/>
- Jiménez, A., y Pineda, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Revista Educación y Ciencia*, 16, 101-116.
- Lumpkin, B. (2004). *The mathematical legacy of ancient Egypt: A response to Robert Palter*. Recuperado el 10 de mayo de 2018 de la dirección www.ethnomath.org/resources/lumpkin1997.pdf.
- Mankiewicz, R. (2010). *Historia de las matemáticas: Del cálculo al caos/por Richard Mankiewicz*. Barcelona, España: Paidós Ibérica.
- Ponte, J. P. D. (2014). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Recuperado el 15 de mayo de 2018 de la dirección <http://hdl.handle.net/10451/15310>
- Rosa, M. y Orey, D. (2017). *Influências etnomatemáticas em salas de aula, caminhando para a ação pedagógica*. Curitiba: Editora Appris Ltda.
- Seife, C. (2006). *Cero. La biografía de una idea peligrosa*. (S. Zimmermann, Trad.). Madrid, Valenciana: Ellago.
- Sharer, R. (2003). *La civilización maya*. 3rd ed. México: Fondo de Cultura Económica.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista Ema. Investigación e innovación en educación matemática*, 6(1), 3-26.
- Ventura, M., y Rosa, M. (2015). La historia de las matemáticas en el currículo para la formación de profesores de matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 28, 78-85.
- Waterson, P. (2017). That strange number 'zero', *Policy and Practice in Health and Safety*, 15:2, 85-87, doi: 10.1080/14773996.2017.1376404.