VOL 32, NÚMERO 2, AÑO 2019

SIGNIFICADOS DE LA ECUACIÓN LINEAL DE PROFESORES DE SECUNDARIAS MEXICANAS

MEANINGS OF LINEAR EQUATION OF MEXICAN ELEMENTARY SCHOOL TEACHERS

Graciela Rubi Acevedo Cardelas, Ramiro Ávila Godoy
Universidad de Sonora (México)
grasick@gmail.com, ravilag@mat.uson.mx

Resumen
Se muestran los avances de un proyecto de investigación donde se busca indagar en la relación existente entre las concepciones que los profesores de secundaria tienen respecto a la enseñanza de ecuaciones lineales y sus prácticas docentes. Tanto en el diseño como en el desarrollo del proyecto se han utilizado como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), en particular las premisas relativas a los Significados Institucionales de Referencia, Pretendido e Implementado. La investigación es de corte cualitativo donde se utilizarán los tres primeros de análisis que propone el EOS: identificación de prácticas, elaboración de configuraciones de objetos y procesos matemáticos y análisis de las trayectorias e interacciones didácticas. Dado que lo que aquí se informa es un trabajo en desarrollo, en el cual se están elaborando instrumentos para la recopilación de información que aún no se aplican, no se cuenta con resultados o conclusiones.

Palabras clave: enfoque ontosemiótico, pensamiento algebraico, profesores, ecuaciones lineales

Abstract
This paper shows the progress of a research project that has been developed to inquire the relationship between secondary teachers' conceptions about linear equation teaching and their didactic practices. Both in the design and in the development of this project the Ontosemiotic Approach of Knowledge and Mathematical Instruction (OSA) has been used, particularly the notions of Referential, Intended and Implemented Institutional Meaning. The research has a qualitative approach and the levels of analysis proposed by OSA will be applied: identification of practices, configuration of objects and mathematical processes and analysis of didactical paths and interactions. As this is a work in progress, in which the instruments to collect information are been developed and are not applied yet, we do not have any results or conclusions.

Key words: Ontosemiotic approach, algebraic thinking, teachers, linear equations

Introducción

En este documento se describen las características del proyecto de investigación que se ha desarrollado para indagar en las acciones discursivas y operativas de los docentes de matemáticas de secundaria al enseñar ecuaciones lineales, enfocándonos en contrastar su planeación con su implementación. Se trata de dar respuesta a la pregunta ¿Qué relación existe entre las acciones operativas y discursivas llevadas a cabo por los profesores en su planeación con las realizadas en su implementación en el aula, en la enseñanza de las ecuaciones lineales?

En un primer momento se presentan los resultados de la investigación bibliográfica realizada hasta el momento, donde se mencionan resultados de investigaciones relacionadas con las concepciones sobre la enseñanza del álgebra de profesores y la manera en la que promueven el pensamiento algebraico. Dado que este estudio está centrado en las ecuaciones lineales, se ha hecho un bosquejo general de las investigaciones relacionadas con este objeto matemático. Estos elementos constituyen la problemática que ha sido detectada.

Posteriormente, se mencionan algunos rasgos del contexto en el que se desenvolverán los docentes que participarán en la investigación y más adelante, se mencionan los elementos teóricos, propios del EOS, que dan fundamento y validez al proyecto, así como los objetivos que han sido planteados para dar respuesta a la pregunta de investigación y finalmente, la metodología que guiará el desarrollo de este trabajo.

Problemática

Al indagar en las prácticas que realizan los docentes de secundaria mexicanos al realizar su labor encontramos que los resultados de evaluaciones realizadas por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) a dichos profesores muestran que los docentes de Matemáticas son quienes, prioritariamente, dirigen y explican las actividades (INEE, 2017); sin embargo, no se profundiza en cómo realizan esas acciones ni da cuenta de porqué los profesores toman esas decisiones. Estos cuestionamientos se convirtieron en una de las primeras motivaciones de este trabajo.

Una de las preguntas que nos planteamos fue ¿en qué medida las concepciones y creencias de los docentes inciden en sus prácticas al enseñar álgebra? Encontrando que hay autores como Nathan y Koedinger (2000) que señalan que dichas creencias conforman las acciones y decisiones que toman los profesores, las cuales afectan directamente el aprendizaje de los alumnos.

Si bien consideramos que existen otros elementos que pueden influir en las acciones que toman los docentes al realizar su labor, el hecho de que las concepciones y creencias tengan alguna injerencia en dichas acciones de los docentes, justifica la importancia de que sean investigadas.

Una vez que se surgieron estos cuestionamientos, centramos nuestro interés en conocer las acciones que realizan los profesores que enseñan álgebra, ya que encontramos que han sido poco explorados los conocimientos y las prácticas de los profesores, así como la manera en que interpretan y adaptan los libros de texto, el uso que hacen de la tecnología y cómo identifican los conocimientos que los alumnos poseen, respecto al álgebra (Doerr, 2004).

Lo anterior derivó en una revisión de investigaciones relaciones con profesores y sus concepciones sobre álgebra, el pensamiento algebraico y su desarrollo, algunas de las cuales se comentan a continuación.

Dentro de las investigaciones relacionadas con el razonamiento algebraico y su relación con los docentes, Aké Tec (2013) en un estudió realizado a profesores en formación mexicanos muestra sus carencias en el conocimiento común, avanzado y especializado y destaca lo notorio de las limitaciones respecto al conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, así mismo, señala que la identificación de objetos matemáticos, en particular los algebraicos, son un reto para ellos y añade que “identifican al álgebra con la manipulación simbólica y el uso exclusivo de letras”.

Así mismo, la investigación realizada por Stephens (2008) añade que los docentes en formación consideran las respuestas de los alumnos como no-algebraicas si utilizan pensamiento relacional o identifican otras estrategias de razonamiento, las cuales son vistas como “atajos” en vez de una forma de pensamiento algebraico.

En este mismo sentido, Tunks & Weller (2009) señalan que muchos docentes de educación básica conciben al álgebra como un conjunto de reglas para manipular variables, sus concepciones se basan en la manera en la que ellos estudiaron y esta percepción persiste después de entrar al magisterio. Para estos profesores el álgebra consiste en determinar cantidades desconocidas, contrario a la visión del álgebra como una actividad de razonamiento que involucra la noción de indeterminación.

Lo anterior produce, como mencionan Doerr (2004) y Stein, Baxter, & Leinhardt (1990), un favorecimiento del desarrollo de habilidades procedimentales, minimizando el uso conceptual de las representaciones, descontextualizando ambas actividades. En este sentido, Aké, Castro, & Godino (2015) destacan la necesidad de que los maestros participen de la visión ampliada del álgebra y mencionan como un punto crucial a “la elección de tareas que los profesores proponen a sus estudiantes con la finalidad de fomentar en ellos la reflexión sobre los objetos matemáticos”.

Finalmente, Herscovics & Lichevski (1994) mencionan como otros aspectos a tomar en cuenta en esta problemática al ritmo en el que son abordados estos temas, así como la aproximación usada para su enseñanza.

Dado que dentro de la enseñanza del álgebra se movilizan diversas nociones matemáticas, para el desarrollo de este trabajo hemos elegido centrar nuestra atención en el caso particular de la enseñanza de las ecuaciones lineales, encontrando que el estudio de este objeto matemático permitirá apreciar cómo los profesores afrontan las situaciones que se han planteado en los párrafos anteriores.

La trasendecia de las ecuaciones lineales queda en manifiesto, entre otros aspectos, en la gran cantidad de investigaciones que se han desarrollado donde se estudia a este objeto matemático desde diferentes perspectivas, como las que se muestran a continuación.

Londoño Orrego, Muñoz Mesa, Jaramillo López, & Villa Ochoa (2011) mencionan que cuando los estudiantes observan expresiones como $2x + z$, sienten la necesidad de “seguir operando”, lo cual lleva a asignar expresiones como xy o $5x$ para representar la solución de $x + y$ y de $3x + 2$, respectivamente. Es decir, los estudiantes consideran que estas últimas expresiones están incompletas en algún sentido y se sienten obligados a expresarlas como una igualdad, en este caso $x + y = xy$ o $3x + 2 = 5x$. Además, en un estudio elaborado por Kieran (1983) referido en Kieran & Filloy Yagüe (1989), “se encontró que algunos de los estudiantes no podían asignar significado alguno a a en la expresión $a + 3$ porque la expresión carecía de un signo igual y un miembro de la derecha”.

Otras investigaciones refieren que la aproximación más usual en la enseñanza del álgebra al resolver problemas verbales es formular una ecuación (o sistema de ecuaciones) que involucran incógnitas y operaciones y a través de manipulación algebraica despejar la incógnita para encontrar la solución (Kieran, 1992). Para ello, los estudiantes tienden a usar la “traducción directa” para resolver problemas verbales a través de ecuaciones, la cual involucra una traducción frase por frase de dicho problema en una ecuación que contiene números, variables y operaciones; para lo cual se requiere de algunos conocimientos semánticos, pero generalmente solo se utilizan reglas sintácticas.

Kieran & Filloy Yagüe (1989) mencionan los problemas que conlleva el presentar ecuaciones fuera del contexto de situaciones auténticas en problemas verbales, señalando que este acercamiento provoca que “los niños casi nunca usan ecuaciones para representar los problemas aritméticos verbales y, si se les pide una ecuación, los niños resuelven primero el problema y luego intentan dar la ecuación". En este sentido, Kieran (1992) menciona que, en este contexto, si un niño escribe la ecuación que se ha pedido, usualmente representa la operación que ha llevado a cabo para encontrar la respuesta al problema.

A esto se añaden lo dicho por Londoño Orrego, Muñoz Mesa, Jaramillo López, & Villa Ochoa (2011), quienes apuntan que otra dificultad en la resolución de problemas a través de ecuaciones, están asociadas a la relación entre lenguaje natural y algebraico, ya que a pesar de que se conozcan y comprendan ambos lenguajes, la "traducción" de uno al otro no es automática.

Por otra parte, uno de los requisitos para generar e interpretar adecuadamente representaciones como las ecuaciones, es la concepción del carácter simétrico y transitivo de la igualdad. Kieran (1981) señala que entre los estudiantes que inician sus estudios de álgebra se percibe que la noción del signo igual es una "señal de hacer algo" en vez de un símbolo de equivalencia entre el lado derecho e izquierdo de la ecuación, lo que se observa en el rechazo de expresiones como $4 + 3 = 6 + 1$ o $3 = 3$. Los alumnos consideran que el lado derecho debe indicar la respuesta como en $4 + 3 = 7$. Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg, & Stephens (2005) recalcan esta dificultad y enfatizan que un aspecto crucial en el aprendizaje del álgebra es que el "signo igual" debe ser visto como un símbolo relacional más que operacional.

En cuanto a las estrategias de resolución de ecuaciones Kieran (1992) clasifica estos métodos como: uso de datos numéricos, uso de técnicas de conteo, "tapar" la incógnita, trabajar "hacia atrás", sustitución por prueba y error, transposición (esto es, cambia de lado – cambia de signo) y realizar la misma operación en ambos lados de la ecuación. Los dos últimos son conocidos como métodos formales de resolución de ecuaciones. En el mismo texto, la autora menciona que los métodos de "prueba y error" que involucran sustituciones numéricas, así como otras técnicas informales tales como "cubrir" el valor a ser "encontrado" y trabajar "hacia atrás" son usados comúnmente para iniciar la enseñanza de resolución de ecuaciones, sin embargo, rápidamente se cambia a un método "formal". También se señalan diversas investigaciones donde se ha analizado la relación entre la enseñanza con estos distintos métodos y sus implicaciones en el aprendizaje de los estudiantes, dejando clara la dificultad que cada aproximación, o combinación de métodos, implica en el aprendizaje de la resolución de ecuaciones lineales.

Otra aproximación a la enseñanza de la resolución de ecuaciones lineales, implica el utilizar modelos concretos, en este sentido Kieran & Filloy Yagüe (1989) indican que al utilizar dichos modelos en experimentos de enseñanza "muchos estudiantes tendían a anclarse en los modelos y parecían incapaces de ver los lazos entre las operaciones que ejecutaban en el modelo y las operaciones algebraicas correspondientes" a tal grado que utilizaban el modelo aun cuando las ecuaciones podían ser fácilmente resueltas mediante métodos intuitivos.

Ahora bien, las ecuaciones lineales generalmente se encuentran asociadas a la transición entre el aritmética y el álgebra, en ese sentido Linsell (2009), en una investigación con estudiantes, refiere que existe una fuerte relación entre el buen entendimiento que tengan los estudiantes de estructuras aritméticas con la resolución de ecuaciones. Por ejemplo, para resolver una ecuación por el método de "ir hacia atrás" es importante una buena comprensión de las operaciones inversas.

Por otro lado, trabajos como el de Herscovics & Lichevski (1994) ven a la demarcación entre aritmética y álgebra en términos de una brecha cognitiva (cognitive gap) caracterizada por la inhabilidad de los estudiantes de operar con o en la incógnita, es decir con cantidades desconocidas.

Así mismo, Londoño Orrego, Muñoz Mesa, Jaramillo López, & Villa Ochoa (2011) mencionan una variedad de investigaciones enfocadas a la transición entre la aritmética y el álgebra y señalan que éstas han sugerido "que el estudio de la ecuación lineal debe superar el excesivo énfasis que se hace a los aspectos procedimentales o algorítmicos así mismo trascender la idea de que una ecuación sólo se limita buscar el valor de una incógnita", lo cual conlleva a una aproximación donde se analice lo variante e invariante de una ecuación, mediante procesos de planteamiento, solución e interpretación de ecuaciones.

Finalmente, en la enseñanza de las ecuaciones lineales intervienen factores como los libros de texto, analizar cómo se abordan las ecuaciones dichos texto cobra relevancia en tanto que muchos profesores, según señala Kieran (1992), los utilizan como guía de sus clases y tienden a cubrir los temas según sea marcado por los textos.

Hernández Ponce, Rodríguez Vásquez, & Romero Valencia (2012) realizaron un estudio del concepto de ecuación en los libros de texto mexicanos, donde resaltan el carácter primordialmente algorítmico y el uso de ejercicios que se resuelven de manera mecánica. Mientras que aspectos históricos o diagramáticos se utilizan como recursos motivacionales al inicio del proceso de enseñanza. También McNeil et. Al. (2006) en un análisis de cuatro libros de texto encontraron que estos pueden no estar adecuadamente diseñados para ayudar a los estudiantes a adquirir una noción relacional del signo igual. Frecuentemente presentan el "signo igual" en un contexto de *operaciones igual a resultado* (operations equals answer) como el caso de $3 + 4 =$ ____ o 12-4 $+ 2 =$ ___, y rara vez lo presentaban en contexto de *operaciones en ambos lados* (operations on both sides) como en $3 + 4 + 5 = 3 +$ ____.

Como se ha mencionado, la ecuación lineal es un ejemplo de las dificultades en la enseñanza del álgebra y el desarrollo del pensamiento algebraico, en general. Es interés de este trabajo indagar, primeramente, en qué medida los docentes son conscientes de estas dificultades, analizando sus acciones discursivas y operativas manifestadas en su planeación de la enseñanza de la ecuación lineal y posteriormente, analizar qué tan consistentes resultan estas acciones con las efectivamente llevadas a cabo en su implementación en el aula.

Contexto

La Secretaría de Educación Pública mexicana ha anunciado que a partir del ciclo 2018-2019, momento en el que se llevará a cabo la investigación, se implementará en primero de secundaria el Nuevo Modelo Educativo (SEP, 2017) del cual se desprende el programa de estudios para el campo formativo Pensamiento Matemático.

El Enfoque pedagógico que propone este programa es usar los problemas tanto como un medio para desarrollar los contenidos matemáticos como un fin del aprendizaje, de tal manera que los estudiantes sean capaces de usar de manera flexible conceptos, técnicas, métodos y contenidos, así como analizar, comparar y obtener conclusiones dando justificaciones de las mismas. Dichos problemas habrán de ser interesantes para los alumnos, al tiempo que serán contextualizados en actividades tanto intra-matemáticas como extra-matemáticas, ello promoviendo el trabajo colaborativo y desarrollando las capacidades comunicativas de los alumnos. Para lograr esto, el profesor será quien seleccione los problemas, verifique que los alumnos comprendan a fondo lo que en ellos se pide y la información necesaria para resolverlos, incentive que sean ellos quienes planteen las rutas de solución, promueva el trabajo colaborativo, fomente la reflexión de los alumnos sobre sus planteamientos, así como la institucionalización del contenido que desarrollen.

En cuanto a los contenidos matemáticos, la organización curricular consta de tres ejes temáticos:

- Número, álgebra y variación
- Forma, espacio y medida
- Análisis de datos

Dentro del primer eje se desprenden los siguientes temas:

- Número
- Adición y sustracción
- Multiplicación y división

- Proporcionalidad
- Ecuaciones
- Funciones
- Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes

En el tema de ecuaciones el currículo plantea que se deben abordar los siguientes aprendizajes esperados:

- En 1° de secundaria: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
- En 2° de secundaria: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- En 3° de secundaria: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.

Es por esto que nuestro trabajo se centrará en las acciones que realicen profesores de primero de secundaria en el proceso de enseñanza para lograr el aprendizaje esperado “resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales”.

Marco teórico

En este apartado se hace un resumen de los constructos, propios de este enfoque, que se manejarán a lo largo de este trabajo.

En el EOS, con la noción de *sistemas de prácticas* se hace operativo el supuesto antropológico sobre las matemáticas en que se apoya este modelo. Se considera una *práctica matemática* a “toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino & Batanero, 1994, pág. 332). En el estudio de las matemáticas, más que el estudio de una práctica en particular, interesa analizar los sistemas de prácticas realizados ante una situación-problema. Como mencionan Font & Ramos (2005), una forma de conceptualizar las prácticas matemáticas es considerarlas como una combinación de una práctica operativa, a través de la cual se leen y producen textos matemáticos, y una práctica discursiva, que permite la reflexión sobre la práctica.

En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos y no ostensivos, que evocamos al hacerlas y que son representados en forma textual, oral, gráfica o gestual (Godino, Batanero, & Font, 2008). Derivado de los sistemas de prácticas se postula la emergencia de *objetos personales* e *institucionales*. En el EOS “los objetos matemáticos se pueden considerar como entes abstractos que emergen progresivamente de sistemas de prácticas socialmente compartidas que se desarrollan en una institución y están ligadas a la resolución de cierto campo de problemas matemáticos” (Font & Ramos, 2005, pág. 311). Dado que las prácticas matemáticas pueden ser realizadas tanto por uno o varios individuos, se distinguen los o*bjetos institucionales* considerados como emergentes del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas compartidas en el seno de una *institución*, entendida como un grupo de personas involucradas en una misma clase de situaciones problema, y los o*bjetos personales* entendidos como el sistema de prácticas de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge un objeto matemático, en un momento dado.

Los objetos que emergen al realizar dichas prácticas son de distinta naturaleza (Díaz Godino, 2003; Godino, Batanero , & Font, 2008): Al alumno se le plantean *situaciones-problema* de distintos tipos, entendidos en un sentido amplio, incluyendo tanto problemas como ejercicios simples en contextos intra y extramatemáticos; para resolverlos, generalizar su solución o describirlos utiliza *lenguaje matemático* como términos, expresiones, notaciones, gráficos, entre otros; estas situaciones-problema son resueltas a través de diversos *procedimientos* como operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo y estrategias; al realizarlos no sólo se realizan acciones sobre los símbolos u objetos materiales con los que se opera sino que se necesita evocar diferentes *conceptos* o nociones matemáticas que se conocen previamente, al tiempo que se realizan descripciones y definiciones; las características específicas de estas situaciones serán sus *propiedades* o atributos, es decir, las condiciones de realización de las acciones o relaciones entre objetos, etc.; todas estas acciones y objetos se ligan entre sí mediante *argumentos* y razonamientos que se usan para comproblar las soluciones de los problemas, explicar y justificar la solución, las cuales pueden ser deductivas o de otro tipo.

Dado que este enfoque apela a un modelo pragmático de la cognición, "el *significado* de los objetos debe estar referido a la acción (interiorizada o no) que realiza un sujeto en relación con los objetos" (Godino & Batanero, 1994) estas acciones son lo que se ha denominado *sistemas de prácticas*. Dado que se han contemplado *sistemas de prácticas personales* e *institucionales*, se distinguirá entre *significados institucionales* y *personales*. Por las características de este trabajo, únicamente se utilizarán los *significados institucionales* que se describen en seguida.

Interesa distinguir cuatro tipos de *significados institucionales* de un objeto matemático: significado institucional de *referencia, pretendido* e *implementado*. Al momento de planificar un proceso de instrucción sobre un objeto matemático, el profesor ha de indagar en lo que los expertos han dicho sobre él, cómo se ha construido históricamente, lo que el currículo plantea y lo que dicen los libros de texto o los materiales que utilice para impartir su clase. Estos elementos, constituyen el *significado de refencia* de ese objeto matemático. A partir de dichos elementos, el profesor selecciona, ordena y delimita la parte específica que propondrá a sus alumnos, lo cual es nombrado *significado pretendido*. Al momento de poner en práctica lo pretendido surgen nuevas cuestiones y la planeación se va adecuando a las circunstancias que van apareciendo, estas prácticas que efectivamente son llevadas a cabo en el aula y que son referencia para el estudio de los alumnos y evaluación de los aprendizajes, son conocidas como *significado implementado* (Font & Ramos, 2005).

La noción de *configuración ontosemiótica* "responde a la necesidad de identificar los objetos y procesos que intervienen y emergen en las prácticas matemáticas que se realizan para la resolución de las situaciones – problemas" (Godino J. D., 2017) y permite identificar posibles conflictos de aprendizaje. Los objetos matemáticos que intervienen y emergen en las prácticas matemáticas pueden ser considerados desde las facetas *personal* (mental) – *institucional* (sociocultural), o*stensivo* (material) – *no ostensivo* (inmaterial), *expresión* – *contenido* (antecedente -significante- y consecuente -significado-, respectivamente, de una función semiótica), e*xtensivo* (particular) – *intensivo* (general), y *unitario* (como regla) – *sistémico* (configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos). El proceso mediante el cual emergen los objetos conlleva a otros procesos cognitivos - epistémicos más básicos: generalización, idealización, unitarización, significación, representación, etc.

Objetivos y metodología

De acuerdo con las nociones que se han descrito, la pregunta de investigación en términos del EOS, ha sido replanteada como ¿Qué relación existe entre el significado institucional pretendido y el implementado, de los profesores de secundaria, respecto a la ecuación lineal?

De lo anterior se desprende que el Objetivo General (O_G) de la investigación es determinar la relación entre el significado pretendido y el implementado por profesores de matemáticas de secundaria, respecto a la ecuación lineal.

Para lograr el Objetivo General, se han establecido los siguientes Objetivos Específicos:

- OE_1. Caracterizar el significado institucional de referencia de la noción de ecuación lineal.

- OE_2. Determinar el significado institucional pretendido por profesores de la noción de ecuación lineal.
- OE_3. Determinar el significado institucional implementado por profesores de la noción de ecuación lineal.
- OE_4. Analizar la relación entre el significado institucional pretendido y el implementado.

La investigación propuesta es de corte cualitativo para la cual se trabajará con tres docentes en servicio que impartan clase en primero de secundaria, la característica que se tomará en cuenta para su selección es que no tengan los mismos rasgos (formación, experiencia y tipo de escuela -privada o pública-).

Para la consecución de cada uno de los objetivos mencionados anteriormente se han establecido las siguientes acciones metodológicas:

Para el OE_1:

- Caracterizar las prácticas que son promovidas en el programa de estudios de Matemáticas de Secundaria para el estudio de las ecuaciones lineales.
- Caracterizar las prácticas que son promovidas en libros de texto para la enseñanza de las ecuaciones lineales.

Para el OE_2:

- Elaborar una guía que permita realizar una entrevista para indagar en las concepciones de los docentes referentes al pensamiento algebraico, en la enseñanza de las ecuaciones lineales.
- Realizar un pilotaje de dicha guía, así como someterla a juicio de expertos, para su mejora.
- Implementar la entrevista a los profesores y con base en ella caracterizar las concepciones de los docentes respecto al pensamiento algebraico, en el caso de la enseñanza de las ecuaciones lineales.

Para el OE_3:

- Diseñar una guía de observación de clase que permita investigar y describir las prácticas efectivamente llevadas a cabo por los profesores al enseñar ecuaciones lineales.
- Realizar un pilotaje de dicha guía, así como someterla a juicio de expertos, para su mejora.
- Implementar la guía de observación de clase, ya refinada, y con base en lo observado caracterizar las prácticas implementadas por los profesores.

Para el OE_4:

- Realizar un contraste general entre el significado pretendido e implementado por los docentes sobre la ecuación lineal.
- Analizar la correspondencia entre el significado pretendido e implementado relativo a la ecuación lineal, de los profesores.

Al ser un estudio exploratorio, se pretende únicamente describir cada uno de los significados y distinguir su correspondencia, sin llegar a ser un trabajo que busque emitir algún juicio de valor respecto a dichas concepciones o prácticas, tampoco es interés de esta investigación el poder generalizarlo para docentes con características similares.

Hasta aquí se ha presentado el proyecto desarrollado para realizar esta investigación; a la fecha se están elaborando los instrumentos que serán aplicados, razón por la cual aún no se cuenta con resultados o conclusiones derivadas de los mismos.

Referencias

Aké Tec, L. P. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada.

Aké, L. P., Castro, W. F., & Godino, J. D. (2015). *Niveles de razonamiento algebraico en la actividad matemática de maestros en formación: Análisis de una tarea estructural*. Acta Latinoamerica de Matemática Educativa (30), 1524-1532.

Doerr, H. M. (2004). *Teachers' knowledge and the teaching of algebra.* En K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal, Future of the teaching and learning of algebra (págs. 267-290). Kluwer Academic Publishers.

Font, V., & Ramos, A. B. (2005). *Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales.* Revista de Educación, 309-346.

Godino, J. D. (2017). *Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática.* En P. A.-M. J. M. Contreras (Ed.), Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 7-37.

Hernández Ponce, C., Rodríguez Vásquez, F., & Romero Valencia, J. (2012). *Estudio didáctico del concepto ecuación en la educación básica.* En R. Flores (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 25 (p.p. 17-26). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Herscovics, N., & Lichevski, L. (1994). *A cognitive gap between arithmetic and algebra.* Educational Studies in Mathematics, 59-78.

INEE. (2017). *La Educación Obligatoria en México.* México: INEE.

Kieran, C. (1981). *Concepts associated with the equality symbol.* Educational Studies in Mathematics, 12, 317-326.

Kieran, C. (1983). *Relationships between novices's views of algebraic letters and their use of symmetric and asymmetric equation-solving procedures.* En Bergeron y Herscovics, (eds). Vol.1, pp. 161-168

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra.* En D. A. Grouws, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics (págs. 390-419). New York: Macmillan Publishing.

Kieran, C., & Filloy Yagüe, E. (1989). *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica.* Enseñanza de las Ciencias, 229-240.

Knuth, E., Alibali, M., McNeil, N., Weinberg, A., & Stephens, A. (2005). *Middle school students' understanding of core algebraic concepts: equivalence and variable.* ZDM (37), 68-76.

Linsell, C. (2009). *Students' knowledge and Strategies for Solving Equations.* Findings from the New Zeland Secondary Numeracy Project 2008, 29-43.

Londoño Orrego, S. M., Muñoz Mesa, L. M., Jaramillo López, C. M., & Villa Ochoa, J. A. (2011). *Una aproximación a la noción de ecuación lineal.* XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

McNeil, N., Grandau, L., Knuth, E., Alibali, M., Stephens, A., Hattikudur, S., & Krill, D. (2006). *Middle-School Students' Understanding of the Equal Sign: The Books They Read Can't Help.* Cognition and Instruction, 24(3), 367-385.

Nathan, M., & Koedinger, K. (2000). *An Investigation of Teachers' Beliefs of Students' Algebra Development.* Cognition and Instruction, 209-237.

SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral.* México: SEP.

Stein, M., Baxter, J., & Leinhardt, G. (1990). *27ubject- Matter Knowledge and Elementary Instruction: A Case from Functions and Graphing.* American Educational Research Journal, 639-663.

Stephens, A. C. (2008). *What "counts" as algebra in the eyes of preservice elementary teachers?* Journal of Mathematicl Behavior, 33-47.

Tunks, J., & Weller, K. (2009). *Changing Practice, Changing Minds, froma Arithmetical to Algebraic Thinking: An Application of the Concernsbased Adoption Model (CBAM).* Educational Studies in Mathematics, 161-183.