# A NOÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES NA TRANSIÇÃO ENTRE OS ENSINOS FUNDAMENTAL, MÉDIO E SUPERIOR

# THE NOTION OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN THE TRANSITION BETWEEN ELEMENTARY, SECONDARY AND HIGHER EDUCATION

**Marlene Alves Dias, Valdir Bezerra dos Santos Júnior, Miriam do Rocio Guadagnini, Sirlene Neves de Andrade**
Universidade Anhanguera de São Paulo, Universidade Federal de Pernambuco, Universidade Federal de Goiás, Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (Brasil)
maralvesdias@gmail.com, valdir.bezerra@gmail.com, miriamguadagnini@gmail.com, sirlene-neves@hotmail.com

**Resumo**
Tratamos neste artigo da noção de sistemas de equações lineares na transição entre o Ensino Fundamental, o Médio e o Superior. O referencial teórico central é a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e seus colaboradores e, como apoio consideramos as abordagens teóricas sobre níveis de conhecimento esperados dos estudantes, segundo Robert; quadro, conforme Douady e pontos de vista definidos por Rogalski. A análise das relações institucionais esperadas e existentes, assim como das relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes de um curso de formação inicial de professores indica coerência entre as relações institucionais esperadas e existentes, mas aponta relações pessoais que não estão em consonância com as expectativas institucionais. O estudo indica a necessidade de considerar os sistemas possíveis, indeterminados e impossíveis desde a sua introdução de forma articulada com noções intra e extramatemáticas em diferentes contextos.

**Palavras-chave:** sistemas lineares, transição, relações institucionais e pessoais

**Abstract**
In this paper, we discuss the notion of linear equation systems in the transition between Elementary, Secondary and Higher Education. The main theoretical reference is the Anthropological Theory of The Didactic by Chevallard and collaborators. We also consider as support: the theoretical approaches on the levels of knowledge expected from the students, according to Robert, the framework, according to Douady, and points of view defined by Rogalski. The analysis of expected and existing institutional relationships and of the personal relationships developed by the students of an initial teacher training course indicates coherence between expected and existing institutional relationships, but it shows personal relationships that are not aligned with institutional expectations. The study indicates the need to consider possible, indeterminate and impossible linear systems from its introduction in an articulated way with intra- and extra-mathematical notions in different contexts.

**Key words:** linear systems, transition, institutional and personal relationships

## Introdução

Na passagem de uma etapa da escolaridade a outra, os professores, em geral, reclamam que os estudantes não dispõem dos conhecimentos necessários para que possam introduzir e desenvolver os conteúdos matemáticos indicados para aquela determinada etapa escolar. No Brasil, a noção de sistemas de equações lineares é introduzida no Ensino Fundamental anos finais (alunos de 11 a 14 anos), ampliada e aplicada em diferentes contextos no Ensino Médio (estudantes de 14 a 17 anos) e revisitada e utilizada como ferramenta para a resolução de problemas matemáticos e extramatemáticos nos cursos superiores de Matemática e Licenciatura em Matemática, assim como nos cursos em que a Matemática é ferramenta para a resolução de problemas específicos.

Sendo assim, as dificuldades em relação à noção de sistemas de equações lineares tendem a agravar-se no Ensino Superior, pois é neste momento que a referida noção torna-se uma das ferramentas importantes para a introdução de novos conhecimentos, que precisam estar disponíveis para que os estudantes possam aplicá-la nas diversas tarefas que encontrarão em seus respectivos cursos.

Partindo da problemática que consiste em considerar que, em geral, nossos estudantes do Ensino Superior encontram dificuldades para utilizar de forma correta e adequada a noção de sistemas de equações lineares, nos colocamos as seguintes questões: *Como é introduzida e desenvolvida a noção de sistemas de equações lineares na Educação Básica (alunos de 11 a 17 anos)? O estudo proposto é compatível com as necessidades dos estudantes que iniciam o Ensino Superior em cursos de ciências exatas, em particular, em cursos de Licenciatura em Matemática (formação inicial de professores de Matemática)?* e *Os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática dispõem dos conhecimentos necessários, quando chegam ao Ensino Superior?*

A partir da problemática e das questões que formulamos, consideramos como objetivo da nossa pesquisa o estudo da transição entre os Ensinos Fundamental, Médio e Superior, quando se considera a noção de sistemas de equações lineares.

Para tal, escolhemos como referencial teórico central da pesquisa a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard e seus colaboradores, em particular os trabalhos de Bosch e Chevallard (1999) e Chevallard (1994, 1999, 2007, 2015), e as abordagens teóricas em termos de: níveis de conhecimento esperado dos estudantes, segundo definição de Robert (1997, 1998); quadro e mudança de quadros, conforme Douady (1984, 1992) e pontos de vista segundo definição de Rogalski (2001). Na sequência, apresentamos brevemente elementos desses referenciais que nos auxiliaram no desenvolvimento da pesquisa.

## Referencial teórico

Iniciamos pela TAD, observando que as noções particularmente utilizadas nessa pesquisa foram as de relação institucional e pessoal, praxeologia e ostensivos e não ostensivos.

Chevallard (2015) define relação pessoal a um objeto o como sendo o sistema mais ou menos integrado, mais ou menos rico, de todas as maneiras que x pode conectar-se com o. O autor observa que a relação pessoal de x com o, indicada por R (x, o), reúne o que x sabe (ou crê saber) sobre o, o que ele pode dizer, como ele pode usá-lo ou manuseá-lo, o que ele sente em face de o, suas emoções, o conteúdo de seus sonhos em que o objeto o aparece etc. Da mesma forma, o autor ressalta que uma posição p em uma instituição I pode, num determinado momento, não ser ocupada ou ser ocupada por várias pessoas. Quando uma pessoa x ocupar a posição p de I, esta pessoa se tornará sujeito de I em posição p, o que indica que ela se sujeitou a ocupar a posição p na instituição I, indicada RI (p,o), que corresponde à relação institucional ao objeto o em uma posição p de I.

Outra noção por nós utilizada é a de praxeologia que, segundo Bosch e Chevallard (1999) e Chevallard (2007), corresponde aos tipos de tarefas (T) que, para serem executadas, necessitam de uma maneira de fazer que o autor denomina técnica ($\tau$). A associação tarefa-técnica é definida como um saber fazer que não sobrevive isoladamente, solicitando um ambiente tecnológico-teórico, que significa um saber formado por uma tecnologia ($\theta$), ou seja, um discurso racional que justifica e torna a técnica compreensível, e de uma teoria ($\Theta$) que justifica e esclarece a tecnologia utilizada. O sistema composto por tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria $[T, \tau, \theta, \Theta]$ constitui o que Chevallard denomina praxeologia, sendo ela que articula uma parte prático-técnica, que equivale ao saber fazer, a uma parte tecnológica-teórica, que corresponde ao saber.

Para o autor, é a noção de praxeologia que nos auxilia a melhor compreender os problemas associados ao saber a ensinar sob o modo como é proposto para ser desenvolvido.

Outras ferramentas de análise consideradas na pesquisa são as noções de ostensivos e não ostensivos segundo Chevallard (1994) e Bosch e Chevallard (1999) que, ao ponderarem que em toda atividade humana somos chamados a realizar diferentes tipos de tarefas e que para cada uma delas existe uma técnica, formularam as seguintes questões: De que é feita uma técnica? De que ingredientes se compõe? Em que consiste a “execução” de uma técnica?

Para respondê-las, eles distinguem dois tipos de objetos: os ostensivos e os não ostensivos. Os primeiros são objetos que têm para nós uma forma material, sensível. Exemplos: objetos materiais (caneta, compasso etc.); gestos (ostensivos gestuais); palavras, e mais genericamente o discurso (ostensivos discursivos); esquemas, desenhos, grafismos (ostensivos gráficos); escritas e formalismos (ostensivos escriturais).

Eles ressaltam ainda que a característica dos ostensivos é que eles podem ser manipulados, não só no sentido tátil estrito (como um compasso, uma caneta etc.), mas também em sentido amplo (pela voz, pelo olhar etc.). Ao contrário, os objetos não ostensivos, que denominamos usualmente noções, conceitos, ideias etc. não podem ser manipulados, mas só evocados por manipulação dos ostensivos associados. Assim, sendo a manipulação dos ostensivos regrada com a ajuda dos não ostensivos e estes evocados com a ajuda dos ostensivos, os pesquisadores observam que existe uma dialética necessária entre eles.

Como já anunciado, consideramos ainda a noção de níveis de conhecimento esperado dos estudantes, segundo definição de Robert (1997, 1998). Conforme Robert (1997), os níveis de conceituação são os marcos que podemos identificar ao longo do ensino das noções de determinado campo conceitual. Após considerar que o ensino das noções matemáticas associadas a um campo conceitual depende da escolha da ordem de apresentação, Robert (1998) define os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes.

O nível técnico corresponde a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado principalmente às ferramentas e definições utilizadas em uma determinada tarefa. Exemplo: Resolver um sistema linear dado pelo método do escalonamento.

O nível mobilizável corresponde a um início de justaposição de saberes de determinado quadro, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O caráter ferramenta e o objeto do conceito estão em jogo, mas o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Exemplo: Determinar as condições sobre um parâmetro para que um sistema linear dado tenha uma única solução, infinitas soluções ou não tenha solução.

O nível disponível corresponde a saber responder corretamente o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou criar), mudar de quadro (fazer relações), aplicar métodos não previstos. Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas que o estudante sabe que conhece (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Pode funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos. Exemplo: Determinar o número de átomos no início e no final de uma reação (transformação) química ($xH_2 + yO_2 \rightarrow zH_2O$).

Consideramos ainda a noção de quadro e mudança de quadros segundo Douady (1984, 1992). A autora define objeto matemático como parte de um edifício mais amplo, que é o saber matemático, constituindo assim o que ela denomina quadro, que corresponde a um ramo da Matemática, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que lhes são associadas. As imagens mentais são essenciais, pois funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos, mas diferirem pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas. Os exemplos apresentados para os três níveis de conhecimento são desenvolvidos no quadro algébrico, mas a equação química dada necessita de uma passagem do quadro da Química para o quadro algébrico para sua resolução. O exemplo é simples e podemos representá-lo por um sistema de duas equações lineares e três incógnitas, mas outras transformações exigem sistemas com um número maior de equações e de incógnitas.

Ressaltamos aqui que Douady (1984, 1992) define as mudanças de quadros como meios para se obterem formulações diferentes de um problema, que podem ou não ser equivalentes, mas que possibilitam um novo acesso às dificuldades encontradas e permitem utilizar novas ferramentas e técnicas que não eram adequadas para a formulação inicial. As traduções de um quadro em outro terminam sempre em resultados desconhecidos, em novas técnicas, possibilitando assim a criação de novos objetos matemáticos, enriquecendo tanto o quadro original como os quadros auxiliares de trabalho.

Consideramos ainda a definição de pontos de vista apresentada por Rogalski (2001), que corresponde a diferentes maneiras de observar os objetos matemáticos, de fazê-los funcionar, eventualmente de defini-los, o que permite identificar dois pontos de vista diferentes. Nesse sentido, observar um objeto em diferentes quadros é considerar diferentes pontos de vista. Mas podem-se considerar vários pontos de vista em um mesmo quadro. Por exemplo: o sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x - 2z = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ é a representação algébrica das soluções para a transformação $xH_2 + yO_2 \rightarrow zH_2O$, o que se coaduna com o ponto de vista cartesiano. A terna ordenada $\left(z, \frac{z}{2}, z\right)$ é a representação algébrica das soluções algébricas da mesma transformação, o que corresponde ao ponto de vista paramétrico.

A seguir, apresentamos a metodologia da pesquisa.

## Metodologia

Para o desenvolvimento da pesquisa, o método utilizado para a análise da relação institucional esperada e existente foi o da pesquisa documental, de acordo com Lüdke e André (2013), que a conceituam como um método de pesquisa qualitativa, em que se analisam documentos contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos.

A análise dos documentos foi realizada por meio de uma grade de análise construída para esse fim. Nessa grade, consideramos: o tipo de tarefa, as técnicas previstas, as tecnologias das técnicas e a teoria que justifica a tecnologia, o nível de conhecimento esperado dos estudantes, os ostensivos e não ostensivos em jogo, o quadro em que a tarefa é enunciada, as mudanças de quadros necessárias e as mudanças de pontos de vista. Observamos aqui que os quadros considerados são: algébrico, geométrico e das outras ciências; os pontos de vista são o cartesiano e o paramétrico.

Foram analisados livros didáticos dos Ensinos Fundamental e Médio e, para este trabalho, consideramos as obras de Dante (2017) e Dante (2017a), que são indicadas há vários anos por avaliadores do Ministério da Educação. Para a análise da relação pessoal dos estudantes, quando se considera a noção de sistemas de equações lineares, foi construído um teste diagnóstico com base na identificação das relações institucionais esperadas e existentes. Esse teste foi passado a um grupo de 37 estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática (formação inicial de professores).

Exemplo de aplicação da grade de análise
Tipo de tarefa: Balancear uma reação química.
Exemplo: Balancear a seguinte transformação: $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$.

- Técnica(s): 1) Resolver mentalmente, igualando a quantidade de hidrogênio e oxigênio dos dois lados da equação ou 2) Utilizar a noção de sistemas lineares;
- Tecnologia(s): 1) Fazer a correspondência entre a quantidade de hidrogênio e oxigênio nos dois membros da equação química (Números reais e suas propriedades); 2) Escrever o sistema linear correspondente e resolvê-lo;
- Teoria(s): Transformações Químicas, Números reais e suas propriedades e sistemas de equações lineares, um método de resolução de sistemas lineares e estudo das condições de solução;
- Nível de conhecimento esperado dos estudantes: disponível;
- Ostensivos: algébricos, sistemas lineares, gestuais, equação química, e escriturais;
- Não ostensivos: transformações químicas, números reais e suas propriedades e sistemas de equações lineares.
- Quadro em que a tarefa é enunciada: quadro da Química;
- Mudança de quadros: para a técnica 2, é preciso realizar a passagem ao quadro algébrico;
- Mudança de ponto de vista: Passagem do ponto de vista cartesiano para o ponto de vista paramétrico (generaliza as possibilidades de solução).

## Resultados

*As relações institucionais indicadas para os Ensinos Fundamental e Médio*

A análise dos livros didáticos, em particular os de Dante (2017) e Dante (2017a), possibilitou observar que no Ensino Fundamental e Médio (alunos de 11 a 17 anos), a ênfase é dada aos métodos de resolução de sistemas de equação lineares, sem preocupação em trabalhar as possibilidades de solução do sistema, mesmo sendo estas tratadas explicitamente, em particular, quando da introdução dos sistemas de equações lineares 2x2. A articulação entre o quadro algébrico e geométrico é feita por meio da representação gráfica das equações no plano cartesiano ortogonal e da visualização da interseção das retas dadas no sistema, o que proporciona observar que o sistema pode ter: 1) uma única solução, ou ainda, o sistema é possível e determinado, logo as retas são concorrentes; 2) infinitas soluções, ou ainda, o sistema é possível e indeterminado, logo as retas são coincidentes e 3) o sistema não tem solução, ou ainda, o sistema é impossível, logo as retas são paralelas. Este estudo fica a cargo da escolha do professor em função dos conhecimentos prévios de seus estudantes e da necessidade de considerar aplicações intra e extramatemáticas, isto é, o nível de conhecimento esperado dos estudantes não atinge o nível disponível, o que dificulta aplicação da noção de sistemas lineares em outras ciências e na própria matemática, como por exemplo no estudo dos espaços vetoriais em Álgebra Linear no Ensino Superior.

Sendo assim, em geral, a ênfase é dada na utilização da noção de sistema de equações lineares enquanto ferramenta explícita para modelar problemas matemáticos, de outras ciências e do cotidiano. Em geral, como indicamos acima, as tarefas propostas aos estudantes do Ensino Fundamental comportam sistemas de equações lineares com uma única solução, o que parece conduzir os estudantes a privilegiarem o método da substituição para a resolução desses sistemas e a enfrentarem dificuldades para reconhecer os sistemas indeterminados ou impossíveis.

No Ensino Médio (alunos de 15 a 17 anos), após a introdução das noções de matrizes, suas operações e propriedades e determinantes de matrizes de ordem 2 e 3, são revisitados os sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas. Nessa revisão, é dada ênfase ao método da adição, que pode auxiliar na introdução do método do escalonamento, e ao estudo das condições de solução de um sistema linear. As soluções são representadas por meio de pares ordenados, para os quais se utiliza um parâmetro, quando o sistema linear é possível e indeterminado, o que indica que se usa implicitamente o ponto de vista paramétrico.

Na sequência, são introduzidos os sistemas lineares com m equações e n incógnitas e o método de resolução privilegiado é o método do escalonamento. Ressaltamos aqui que o método é aplicado diretamente no sistema linear dado, sem a utilização da matriz dos coeficientes, o que consideramos uma escolha que facilita o estudo das condições de solução. O conjunto solução é dado por meio de pares, ternos ou quádruplas ordenadas, nas quais as coordenadas são representadas por parâmetros, significando um tratamento implícito do ponto de vista paramétrico.

Após esse desenvolvimento teórico com exemplos e tarefas de treinamento das novas técnicas, são introduzidas novas tarefas que privilegiam o nível mobilizável, mesmo tratando de situações intra e extramatemáticas, ou seja, associadas a outras noções matemáticas, a outras ciências ou ao cotidiano. A articulação entre os pontos de vista cartesiano e paramétrico fica a cargo do professor e as praxeologias propostas privilegiam os sistemas com uma única solução, pois dão ênfase às aplicações de problemas intra e extramatemáticos para os quais o sistema linear tem uma única solução.

Desse modo, observamos que em termos de relações pessoais esperadas dos estudantes, ao terminarem o Ensino Médio, podemos considerar que eles dispõem dos métodos da adição, comparação e substituição desenvolvidos no Ensino Fundamental e do método do escalonamento introduzido no Ensino Médio para desenvolver tarefas, em particular as associadas à aplicação em problemas intra e extramatemáticos, sendo ainda capazes de representar o conjunto solução por meio de pares, ternos e quádruplas, uma vez que são considerados apenas sistemas lineares com no máximo quatro equações e quatro incógnitas. É importante observar que no caso dos sistemas lineares possíveis e indeterminados, o conjunto solução é representado por meio de representações paramétricas, o que equivale a um primeiro contato com o ponto de vista paramétrico, mesmo que de forma implícita, ou seja, as relações institucionais existentes, analisadas por meio dos livros didáticos indicam que o estudante deveria ser capaz de aplicar a noção de sistemas lineares, saber analisá-los e representá-los por meio dos ostensivos pares, ternos e quádruplas ordenadas.

Os resultados acima indicam que, ao iniciarem o Ensino Superior, espera-se que os estudantes disponham do método do escalonamento para resolver sistemas lineares mxn e que sejam capazes de determinar o conjunto solução para os sistemas possíveis e determinados e indeterminados, tendo ainda uma noção implícita da representação paramétrica desses sistemas lineares, o que pode auxiliar na articulação dos pontos de vista cartesiano e paramétrico no estudo da Álgebra Linear e a aplicar em tarefas específicas de outras ciências, ou seja, dispor da noção de sistemas lineares, sabendo utilizá-la quando necessário.

A relação pessoal de um grupo de estudantes do primeiro ano de Licenciatura em Matemática

A partir de um teste diagnóstico realizado com 37 estudantes de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública que iniciavam o Ensino Superior, foi possível observar que, ao contrário das expectativas associadas à relação institucional, os estudantes tendem a privilegiar o método da substituição e apresentam dificuldades em reconhecer os sistemas lineares possíveis e indeterminados e impossíveis. Além disso, o método do escalonamento, em geral, é desenvolvido sobre a matriz dos coeficientes, utilizando apenas as operações de adição e multiplicação sobre as linhas dessa matriz. O desenvolvimento do método do escalonamento sobre a matriz dos coeficientes, além de limitar as operações do método do escalonamento, pode dificultar a recuperação dos resultados encontrados, mas é importante observar que no livro didático analisado, o autor carrega as incógnitas ao aplicar o método do escalonamento; e os outros livros didáticos seguem a mesma orientação, o que parece mostrar que no Ensino Médio ainda existem professores que não se adaptaram as expectativas institucionais, lembrando que o livro didático no Brasil é avaliado e distribuído pelo Ministério da Educação, ou seja, o livro didático é institucionalizado em toda Educação Básica (alunos de 6 a 17 anos).

A seguir, apresentamos extratos representativos de protocolos de respostas dadas por estudantes ao teste diagnóstico, mostrando as dificuldades por eles encontradas.

Na figura 1, é possível observar que o estudante utilizou o método da substituição para resolver os sistemas 1 e 2 do teste diagnóstico e não visualizou que os sistemas são: possível e determinado e impossível respectivamente, ou seja, ele procurou a solução do sistema linear, o que mostra a importância de um trabalho específico sobre o estudo das condições de solução de um sistema linear.

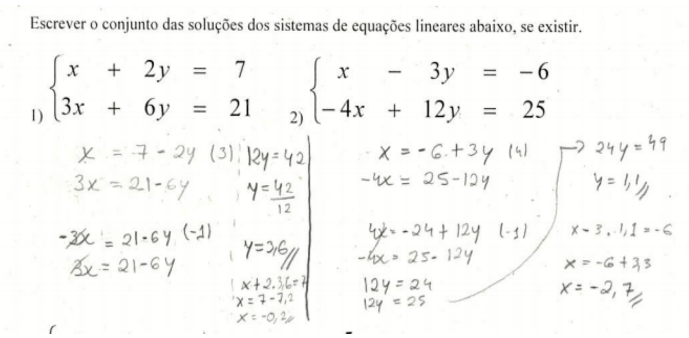


*__Figura 1.__* Protocolo de uma resposta errada para o primeiro e segundo sistema do teste diagnóstico.

Na figura 2, observamos que o sistema linear 3x3 dado é possível e indeterminado e sua resolução é simples, pois basta observar que a terceira equação é -2 vezes a primeira. O estudante utilizou o método da substituição, porém parece só ter reconhecido sistemas lineares com uma única solução e não foi capaz de terminar a última equação que daria 0 = 0, o que permitiria encontrar o conjunto solução escrevendo a terna ordenada em função de um parâmetro qualquer. Para este caso, seria ainda possível observar que cada equação representa um plano no espaço e que a interseção dos três planos é uma reta (infinitas soluções e duas equações independentes). Esse exemplo indica a possibilidade de utilizar outros casos para discutir a solução algébrica e representá-la usando, por exemplo, o software Geogebra 3D, o que pode ser tratado já no Ensino Médio.

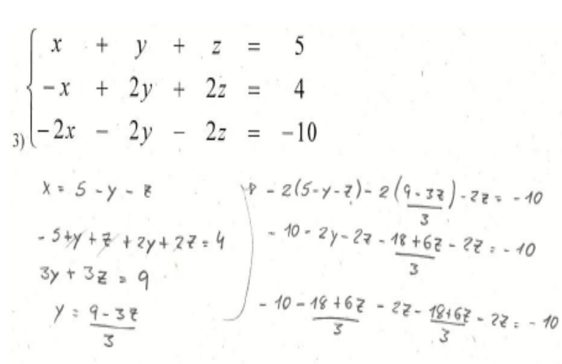

*__Figura 2.__* Protocolo de uma resposta errada para o terceiro sistema do teste diagnóstico.

Na figura 3, observamos que o sistema linear 4x4 dado é possível e determinado, logo possui uma única solução e bastava aplicar o método do escalonamento sobre as linhas apenas uma vez para encontrar o resultado e escrever a quádrupla que corresponde à solução do sistema dado; contudo o que visualizamos são indícios da aplicação do método da adição sem uma organização prévia, pois as equações foram tomadas de forma aleatória, o que parece indicar a procura de uma solução única. Observamos ainda que ao adicionar a primeira com a segunda equação, o estudante cometeu um erro associado à resolução de equações do primeiro grau, não dividiu os dois membros por dois.

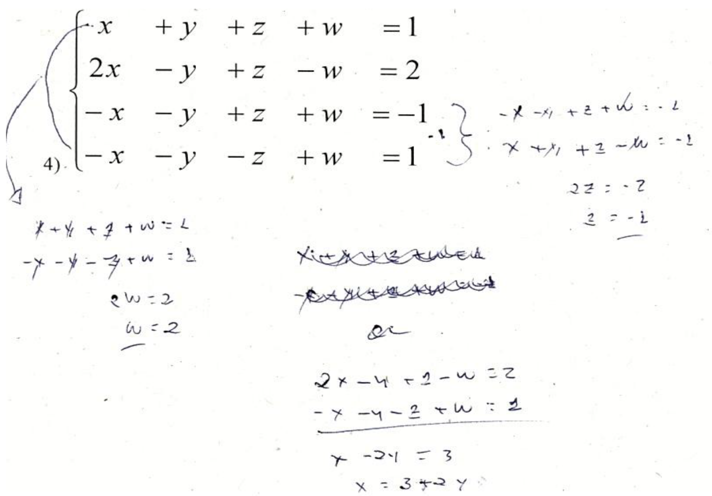

*Figura 3.* Protocolo de uma resposta errada para o quarto sistema do teste diagnóstico.

Apesar de os sistemas lineares do teste diagnóstico não apresentarem grandes dificuldades para suas resoluções, observamos que dos 37 estudantes que responderam ao teste, apenas 9 resolveram corretamente os sistemas 1 e 2, utilizando em geral o método da substituição. Entre os 5 estudantes que solucionaram corretamente o sistema 3, apenas 2 utilizaram o método do escalonamento e os 2 estudantes que acertaram o sistema 4 utilizaram o método da substituição.

## Conclusão

Os resultados encontrados indicam que a noção de sistemas de equações lineares, apesar de ser tratada desde o Ensino Fundamental, parece ainda um conhecimento que precisa ser trabalhado com os estudantes que iniciam o Ensino Superior. É preciso estar atento para o estudo das condições de solução desses sistemas e da representação do conjunto solução, pois se trata de um conhecimento muito importante para o desenvolvimento de disciplinas como Geometria Analítica e Álgebra Linear no Ensino Superior.

O estudo realizado mostra que as relações institucionais indicadas são coerentes com estudos atuais e tentam tratar as dificuldades encontradas pelos estudantes que participaram do teste diagnóstico, sendo compatível com as necessidades dos estudantes que iniciam o Ensino Superior

No entanto os resultados do teste diagnóstico mostram que os estudantes ficam confinados aos sistemas 2x2, os quais comportam uma única solução, o que pode ser o resultado da contextualização de situações muito simples que podem ser resolvidas sem a necessidade do tratamento algébrico por meio de sistemas de equações lineares, portanto é preciso estar consciente que as relações pessoais desenvolvidas pelos estudantes brasileiros não está em conformidade com as relações institucionais preconizadas, o que exige uma atenção especial para o estudo dos sistemas lineares possíveis e indeterminados e os sistemas impossíveis.

A existência de softwares livres como o Geogebra possibilita o estudo das condições de solução de sistemas lineares, articulando conhecimentos algébricos e geométricos no plano e no espaço, o que pode auxiliar a criar as imagens mentais necessárias para o estudo das condições de solução para sistemas de m equações e n incógnitas, por meio da representação visual das mudanças de quadros proporcionadas pela visualização das interseções de retas no plano e retas e planos no espaço. Além disso, é importante que os estudantes desenvolvam o nível disponível por meio de situações contextualizadas intra e extramatemáticas, o que pode motivar o estudo dos sistemas lineares no Ensino Superior por meio de uma nova forma de estudo.

## Referências

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques 19(1),* 77-123.

Chevallard, Y. (2015). *Pour une approche anthropologique du rapport au savoir*. Recuperado em 05 de agosto de 2018 de http://www.gfen.asso.fr/fr/dial155

Chevallard, Y. (2007). *Le développement actuel de la TAD: pistes et jalons.*Recuperado em 05 de agosto de 2018 de http://yves.chevallard.free.fr/

Chevallard, Y. (1999). *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*. Recuperado em 4 de agosto de 2018 de http://yves.chevallard.free.fr/

Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Recuperado em 06 de maio de 2018 de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/

Dante, L. R. (2017). *Matemática: Projeto Teláris*. São Paulo: Editora Ática.

Dante, L.R. (2017a). *Matemática: Contexto & Aplicações*. São Paulo: Editora Ática.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM 6*, 132-158.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Tese de Doutorado publicada, Université Dennis Diderot - Paris VII. França.

Lüdke, M.; André, M.E.D.A. (2013). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques 18(2),* 139-190.

Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualisation et enseignement secondaire. En J.L. Dorier, G. Harel, J. Hillel, M. Rogalski, J. Robinet, A. Robert, A. Sierpinska et al. (Eds), *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question* (pp. 149-157), Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

Rogalski, M. (2001). Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady. En Equipe Didirem (Eds), *Actes de la journée en hommage à Régine Douady* (pp. 13-30), Paris: Didirem.