

LA PROPORCIONALIDAD EN LIBROS DE TEXTO MEXICANOS DE EDUCACIÓN BÁSICA. ASPECTOS CONCEPTUALES

PROPORTIONALITY IN BASIC EDUCATION MEXICAN TEXTBOOKS: CONCEPTUAL ASPECTS

Gerardo Amaro Macuil, Lidia Aurora Hernández Rebollar, Josip Slisko Ignjatov
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)
gerardo_1.9@hotmail.com, lhernan@cfm.buap.mx, jslisko@cfm.buap.mx

Resumen

La proporcionalidad es uno de los contenidos tradicionales en educación básica que puede generar dificultades en los estudiantes si no se trata adecuadamente. Este trabajo consiste en analizar el tratamiento dado al tema de proporcionalidad en 25 libros de texto mexicanos de matemática usados en la educación básica (primaria y secundaria). En particular, se revisaron los aspectos conceptuales siguientes: La caracterización de la proporcionalidad, los tipos de problemas, los métodos de resolución, las justificaciones y las definiciones. Exponemos, también, algunas implicaciones que este tratamiento podría tener sobre la enseñanza y el aprendizaje de este tema relacionadas con el fenómeno conocido como “ilusión de la linealidad”.

Palabras clave: proporcionalidad, libros de texto de matemática, ilusión de la linealidad

Abstract

Proportionality is one of the traditional contents in basic education that can generate difficulties in students if it is not treated properly. This work consists of analyzing the treatment given to the topic of proportionality in 25 Mexican mathematics textbooks used in basic education (primary and secondary schools). In particular, the following conceptual aspects were reviewed: The characterization of proportionality, types of problems, resolution methods, justifications and definitions. We also expose some implications on the teaching and learning of this subject related to the phenomenon known as the illusion of linearity.

Key words: proportionality, mathematics textbooks, illusion of linearity

■ Introducción

La proporcionalidad es uno de los contenidos tradicionales en Educación Básica, que históricamente no ha recibido mucha atención en textos destinados a la enseñanza de las matemáticas. Block, Borch y Ramírez (2010) son de los pocos que han publicado un libro sobre este tema dirigido a profesores del nivel básico. En su publicación revisan a la proporcionalidad desde el punto de vista matemático y didáctico.

Otro grupo de investigadores que han señalado la importancia del tratamiento dado a la proporcionalidad en el aula es el integrado por De Bock, Van Doreen, Janssens y Verschaffel (2007) quienes asocian este tema con el fenómeno conocido como “Ilusión de la linealidad”. El enfoque algorítmico y la repetición que busca más la memorización que la reflexión es uno de los causantes de que los estudiantes intenten aplicar la “regla de tres” en problemas cuyos datos no guardan una relación lineal. Ellos mencionan que los factores que provocan la existencia y persistencia de este fenómeno provienen principalmente del proceso de enseñanza de la proporcionalidad en el aula. También afirman que existen tres factores que se combinan para que persista la ilusión de la linealidad: (1) La manera en que participa la intuición en las relaciones lineales, (2) los hábitos y creencias inadecuadas acerca de la resolución de problemas verbales de matemáticas y (3) los elementos específicos del contenido (de la proporcionalidad).

El segundo factor tiene que ver con el tipo de problemas que se acostumbra usar en un contexto clásico escolar. Estos autores no mencionan explícitamente a los libros de texto como un elemento que participa en este segundo factor, pero podrían considerarlos implícitamente cuando se refieren al contexto escolar. Cramer, Post y Currier (1993, citado en De Bock et al., 2007, p. 8) sí los mencionan explícitamente, y determinan que “los libros de texto no hacen suficiente hincapié en la habilidad de discriminar situaciones lineales de las no lineales”.

Por lo anterior, consideramos importante dirigir la mirada a los libros de texto y estudiar de qué manera están contribuyendo al aprendizaje de la proporcionalidad. Selander (1995) propone reflexionar sobre la investigación centrada en libros de texto, especialmente en los de matemáticas, prestando especial atención a dos argumentos. El primero es que, para toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura, los libros han sido una de las vías principales que han socializado la cultura matemática y han contribuido a su difusión, transmitiendo conocimientos e información con cierta intencionalidad. El segundo considera que, en la construcción de nuevos conceptos, particularmente matemáticos, el lenguaje asume un papel mediador cuyo referente es el lenguaje textual, de ahí la importancia epistemológica del análisis de los libros de texto de matemáticas.

Varios investigadores han coincidido con las razones expuestas arriba y por ello han realizado estudios amplios sobre los libros de texto de matemáticas de diferentes niveles educativos. Algunos ejemplos son los trabajos de Fan, Zhu y Miao (2013) y Occelli y Valeiras (2013) quienes reportan los diferentes tipos de estudios que se han publicado en los últimos años sobre libros de texto en revistas relacionadas con la educación matemática. Algunos de estos trabajos se han enfocado en la forma como se presentan uno o varios aspectos de la proporcionalidad en los libros o manuales escolares. Se ha analizado, por ejemplo, el discurso, los tipos de problemas y las técnicas de resolución de los problemas, unos para la proporcionalidad simple directa y la inversa, otros para la compuesta como es el caso de Martínez, Muñoz, Oller y Ortega (2017).

En el currículo de la educación básica de México, el contenido relacionado con la proporcionalidad ocupa varios espacios, desde el cuarto grado de la primaria hasta el tercer grado de la educación secundaria. Este contenido se ve reflejado en los libros de texto oficiales de este nivel educativo.

Es por todo lo anterior que nos planteamos como objetivo de este estudio: analizar el tratamiento que se le da a la proporcionalidad en distintas colecciones de libros de texto mexicanos de educación básica.

■ Marco conceptual

Fan, Zhu y Miao (2013) distinguen tres grandes tipos de trabajos relacionados con libros de texto: trabajos centrados en el análisis, en la comparación y en el uso de los libros de texto. Dentro de los trabajos orientados hacia el análisis de libros de texto, estos autores identifican cinco subcategorías:

- El contenido matemático y temas.
- La cognición y la pedagogía.
- El género, el origen étnico, la equidad, la cultura y el valor.
- Comparación de diferentes libros de texto.
- La conceptualización y cuestiones metodológicas.

Maz y Rico (2015) coinciden parcialmente con Fan, Zhu y Miao (2013) cuando mencionan que “el análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares y sociales” (p. 643).

En este trabajo nos interesó el análisis de contenido propuesto por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), en el cual diferencian tres componentes de análisis: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

La estructura conceptual la entendemos como el sistema organizado de conceptos y procedimientos que contempla tres niveles para el conocimiento conceptual: hechos, conceptos y estructuras; y otros tres para el conocimiento procedimental: destrezas, razonamientos y estrategias. Gómez (2011) señala que en la estructura conceptual se distinguen las descripciones de los conceptos, las interrelaciones entre estos y la estructura matemática que los organiza y justifica.

En el análisis fenomenológico se determinan las situaciones y contextos con los que se presentan los contenidos en estudio. Es decir, la modelización de fenómenos sociales, naturales y matemáticos a través de la estructura matemática reconocida en el texto (Puig, 1997).

Los sistemas de representación son todas aquellas expresiones, signos, símbolos o gráficos a través de los cuales se hace presente un contenido matemático, permitiendo la comunicación de ideas matemáticas. Rico (2012) señala “conocer un contenido se sustenta en el dominio de sus sistemas de representación y de los modos de expresar una misma propiedad mediante diversos sistemas” (p. 58).

■ Metodología

Se han analizado 7 colecciones completas de libros de texto de primaria y secundaria con un total de 25 libros que pertenecen a las editoriales Trillas, Pearson, Castillo, Patria, Santillana, Conecta Estrategias y la Dirección General de Materiales Educativos. La decisión de considerar colecciones completas se sustenta en el hecho de que el tema de proporcionalidad aritmética es un contenido que aparece a lo largo de la educación básica en los primeros tres años de primaria de forma implícita y en los siguientes años de primaria y secundaria de manera explícita (SEP, 2011). De primaria se revisaron los libros de cuarto, quinto y sexto grado y de secundaria los de los tres grados. Los textos analizados cumplieron con el criterio de tener la secuencia completa de primaria a secundaria y pertenecen al periodo 2010-2016.

El método de investigación es de tipo exploratorio y toma como base el análisis de contenido, propuesto por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), mismo que ya se ha explicado en el marco conceptual. Reportamos aquí los resultados del análisis realizado a las siguientes subcategorías pertenecientes a los aspectos conceptuales de la

proporcionalidad: La caracterización de la proporcionalidad, los tipos de problemas, los métodos de resolución, las justificaciones y las definiciones. En Amaro (2017) se expone el análisis de contenido completo que incluye, además de los aspectos conceptuales, los aspectos fenomenológicos y los sistemas de representación.

■ Resultados

Caracterización de la proporcionalidad

Se detectó que la gran mayoría de los libros coinciden en presentar a la proporcionalidad desde un punto de vista aritmético, definiendo a las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa o en relación funcional, dependiendo del nivel, primaria o secundaria. Únicamente un libro la presenta como un método para la resolución de problemas que involucren cuatro datos, tres de los cuales están dados y en los que se pretende hallar el valor del cuarto. El que sigue es un ejemplo de una definición presentada en un libro de segundo grado de secundaria.

Hay muchas formas en que las cantidades de un conjunto dependen de las de otro. Si una cantidad de un conjunto aumenta dos veces, tres veces o n veces, y la correspondiente del otro conjunto aumenta ese mismo número de veces, se dice que las cantidades de un conjunto son directamente proporcionales a las del otro conjunto (García & Block, 2013).

■ Tipos de problemas

Problemas de reparto proporcional

Ejemplo: repartición de ganancias respecto al tiempo de trabajo laborado.

En una escuela secundaria, por la tarde se dan asesorías. La maestra Claudia trabajó esta semana 10 horas, el maestro Adrián 15 horas y el maestro Víctor, 20. El maestro Ricardo, que es el director, retiró del banco \$9000 que debe repartir entre los tres maestros, dependiendo de las horas trabajadas. ¿Cuánto le paga a cada maestro por hora de trabajo?

Este problema aparece en el libro de matemáticas de primer grado de De Icaza (2016, p. 52).

El 40% de los libros analizados presenta este tipo de problemas y la mayoría de ellos son de primer año de secundaria.

Problemas de proporcionalidad directa

Ejemplo:

Para pintar un edificio se utilizó una mezcla de pinturas: cada 4 litros de pintura verde se mezclan con un litro de pintura blanca. En total se requirieron 95 litros de pintura. ¿Cuántos litros de cada color se habían usado al consumirse 5, 10, 20, 30, 90 y 95 litros?

Este problema plantea una situación de proporcionalidad directa. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad en este caso? (Escareño y López, 2012, p. 71). Todos los libros presentan este tipo de problema.

Problemas de proporcionalidad inversa

Ejemplo:

Para acomodar el escenario de un concurso de ofrendas se reparte el trabajo equitativamente en 3 alumnos y, para llevarlo a cabo, necesitan 72 horas. Todos los alumnos trabajan al mismo ritmo. Si se conforma un grupo de 18 alumnos, ¿cuántas horas emplearían en realizar la misma actividad?

En este caso, a doble de número de alumnos, la actividad durará la mitad; a triple de alumnos, el trabajo durará la tercera parte, etcétera. Por tanto, las magnitudes son inversamente proporcionales (Marván y Bravo, 2010, p. 110). El 80% de los libros analizados de secundaria presentan este tipo de problema. Los libros de primaria no presentan ningún problema de proporcionalidad inversa.

Comparación de razones

Ejemplo (porcentajes):

En la temporada del “buen fin” del año pasado una tienda ofreció las siguientes promociones:

- Aplicaron 20 % en ropa para caballero.
- ¿Qué cantidad descontaron a un pantalón cuyo precio era \$255.00?
- ¿Cuánto se pagó por ese pantalón?
- Mariana pagó con un billete de \$1000.00 por dos prendas. El precio original de cada una era \$450.00.
- Si le hicieron un descuento de 15%, ¿cuánto le dieron de cambio?
- ¿Cuánto pagó por las dos prendas? (Arriaga, Sesma, Pineda, Zavala, Compañ y Gutiérrez, 2014, p. 44)

Solo el 50% de los libros de texto presentan este tipo de problemas. Los libros de primer año de secundaria no presentan estos problemas.

Proporcionalidad múltiple

Hernández, Jiménez y Solano (2016, p. 256) presentan el siguiente ejemplo:

Lean la información, observen la figura, completen la tabla y contesten.

Se requiere construir dos cajas más que sean proporcionales a la imagen. Completen los datos de la tabla.

Tabla 1. Datos del problema de proporcionalidad múltiple tomado de Hernández et al. (2016, p. 256)

Caja	Largo	Ancho	Área de la base	Alto	Volumen
A	40 cm	30 cm	1200 cm ²		72000 cm ³
B	20 cm			30 cm	
C	80 cm	60 cm		120 cm	



Figura 1. Imagen incluida en el problema de proporcionalidad múltiple tomado de Hernández et al. (2016, p. 256)

El 35% de los textos analizados contienen el tema de proporcionalidad múltiple.

Composición de relaciones de proporcionalidad

Ejemplo:

En las papelerías hay mapas de varios tamaños: carta, mini mapas, en los que cada lado mide la mitad del tamaño carta, y doble carta, en los que cada lado mide el doble de tamaño carta. En el mapa tamaño carta cada centímetro representa, aproximadamente, 100 km. ¿Qué distancia representa ese centímetro en el mini mapa y en el mapa doble carta? (Baltazar, Flores, Ojeda y Guerrero, 2013, p. 146)

Únicamente el 15% de los libros presenta este tipo de problemas, todos son libros de primer grado de secundaria.

■ Métodos de resolución de problemas

Factor constante

El método del factor constante de proporcionalidad consiste en hallar un número con el que, al multiplicarlo por cualquier valor de uno de los conjuntos, se obtenga el valor que le corresponde en el otro conjunto. El factor constante de proporcionalidad se emplea en el 100% de los libros de texto analizados.

Factor inverso

El método del factor inverso de proporcionalidad consiste en hallar un número tal que éste sea el recíproco del factor constante de proporcionalidad y que al multiplicarlo por cualquier valor de un conjunto, se obtiene el valor que le corresponde en el otro conjunto. Este método se emplea frecuentemente en problemas de proporcionalidad inversa, de escalas (ampliación o reducción de figuras) y de composición de relaciones de proporcionalidad. El 30 % de los libros presentan este método.

Regla de tres:

Ejemplo:

Completa la tabla

Tabla 2. Datos del problema de Regla de Tres tomada de Escareño y López (2012)

Distancia en el mapa(cm)	Distancia Real (Km)
5	90
1	(?)
2	(?)

En la resolución del problema, también puede aplicarse la noción de proporción. Por ejemplo, si se quiere saber cuál es la distancia real que corresponde a 13 cm en el mapa, escribimos la proporción $\frac{90}{5} = \frac{x}{13}$.

Para hallar el valor de x, multiplicamos ambos lados por 5×13 .

$$5 \times 13 \times \left(\frac{90}{5}\right) = \left(\frac{x}{13}\right) \times 5 \times 13$$

Los productos $13 \times 90 = 5x$ también pueden encontrarse si se multiplica diagonalmente. Ésta se conoce como multiplicación cruzada. Los productos $13 \times 90 = 5x$ reciben el nombre de *productos cruzado*. Esta propiedad de las proporciones es la llamada regla de tres, que en este caso se expresa así:

$$\begin{aligned} 90 &\rightarrow 5 \\ x &\rightarrow 13 \end{aligned}$$

Se aplica la multiplicación cruzada, con lo que se obtiene $13 \times 90 = 5x$.

Ejemplo presentado en Escareño y López (2012, p. 185). Este método se emplea en 90% de los libros de texto.

Valor unitario

Si el papá de Alberto vende 3 kg de naranja y cobra \$25.50, ¿Cuánto cobrará por 5 kg? ¿Cómo obtuviste el resultado?

En una situación de proporcionalidad, el valor que, en una de las cantidades corresponde al valor “1” en la otra cantidad se llama valor unitario. Por ejemplo, en el problema anterior, para saber cuánto cobró por los 5 kg, seguramente primero calculaste el precio por kg: este valor puede considerarse como el valor unitario (Trigueros, Lozano, Schulmaister, Sandoval, Jinich y Cortés, 2016, p. 127). El 55% de los libros de texto presentan este método de resolución de problemas de proporcionalidad.

Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad

Al aplicar sucesivamente factores constantes de proporcionalidad en una situación, estos factores se interpretan según el tipo de números que se trate:

- Cuando el factor constante de proporcionalidad es un número mayor que uno, se trata de ampliación con la escala 3 a 1, equivale a multiplicar por 3 el valor original.
- Si el factor constante de proporcionalidad es fraccionario (por ejemplo, 5/4) equivale a multiplicar el valor original por 5 y luego dividirlo entre 4.
- Si el factor constante de proporcionalidad es decimal (por ejemplo, 0.24), equivale a multiplicar el valor original por 24/100, o multiplicarlo por 24 y luego dividirlo entre 100.

El efecto final de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad equivale a la aplicación sucesiva del producto de estos factores. Ejemplo presentado en Escareño y López (2012, p. 152). Solo se presenta en 4 libros de primer año de secundaria, es decir el 15% de todos los libros de texto analizados.

Justificaciones

A continuación se expone un ejemplo de justificaciones que presentan los libros de texto.

Si el grupo de personas fueran del mismo tamaño, para que el reparto fuera justo bastaría con dar la misma cantidad a cada uno. Como los grupos no son del mismo tamaño, una manera de que el reparto sea justo es que las cantidades sean proporcionales al tamaño de cada grupo, es decir que, si un grupo de dos, tres o n veces mayor que otro, reciba una cantidad ese mismo número de veces mayor. Cuando esto ocurre, se dice que el reparto es proporcional. Este ejemplo es de Trigueros et al (2016, p. 156)

Definiciones

Ejemplo 1:

Se llama factor constante de proporcionalidad al valor que multiplica a otro valor dado. Cuando a un valor se aplica un factor de proporcionalidad mayor que 1, el efecto es un aumento y cuando el factor es menor que 1, el efecto es reducción (Hernández et al., 2016, p. 110)

Ejemplo 2:

La regla de tres es un procedimiento que se emplea para determinar el cuarto valor de una proporción, cuando se conocen los otros tres elementos. Ejemplo presentado en García y Block (2013, p. 210).

Las justificaciones están presentes en un 88% y las definiciones en un 75% de todos los libros de texto analizados.

■ Conclusiones

A partir del análisis concluimos que los tipos de problemas que más presentan los libros de texto son: proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa. Los que menos se presentan son: comparación de razones y composición de relaciones de proporcionalidad. Los métodos de resolución que se proponen con mayor frecuencia son: la regla de tres y el de factor constante y los que menos se abordan son: valor unitario y aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad. En la revisión de los tipos de problemas se observó que los autores no mencionan a los problemas pseudo proporcionales, es decir, problemas cuyos datos no guardan una relación proporcional aunque así lo parezca. Si lo hicieran, los estudiantes tendrían la oportunidad de contrastar el tipo de pensamiento y esto contribuiría a una mejor comprensión del mismo. Cuando se presentan los métodos de resolución los autores tampoco señalan que estos métodos no necesariamente se pueden aplicar a todos los problemas con tres datos conocidos y uno desconocido, por lo que quienes usan estos libros podrían caer en el fenómeno de la ilusión de la linealidad.

El desarrollo del tema de proporcionalidad, en los libros analizados, se aprecia limitado por los contenidos propuestos en los planes de estudio. Todos los temas que marca el programa de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México para el nivel básico aparecen en estos libros de texto, pero no ofrecen más allá de los tipos de problemas y métodos tradicionales.

Después de este análisis detectamos la oportunidad de que, en el aspecto conceptual, el tratamiento que se le da a la proporcionalidad se enriquezca; con un aumento en la variedad de tipos de problemas y de métodos de resolución.

Además, sugerimos que los autores y la SEP consideren la necesidad de proponer actividades que contribuyan a romper con la ilusión de la linealidad. Pues, en este aspecto, nuestros resultados coinciden con lo señalado por Cramer et al (1993, citado en De Bock *et al*, 2007, p. 8), “los libros no hacen suficiente hincapié en la habilidad de discriminar situaciones lineales de las no lineales”.

■ Referencias bibliográficas

- Amaro, G. (2017). *La proporcionalidad en libros de texto mexicanos de educación básica*. Tesis de licenciatura, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Arriaga, A., Sesma, S.E., Pineda, V.H., Zavala, G., Compañ, M., y Gutiérrez, J. (2014). *MatemáticaMente 2, Desarrollo y fortalecimiento de competencias*. México: Pearson.
- Baltazar, C., Flores, E. R., Ojeda, L.F., y Guerrero, J. A. (2013). *Matemáticas I*. México: Castillo.
- Block, D., Borch, T. M. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México, D.F.: SM.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. New York: Springer.
- De Icaza, A. (2016). *Matemáticas I*. México: Santillana.
- Escareño, F. y López, O. (2012). *Matemáticas I*. México: Trillas.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633-646.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. 1 Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: Cinvestav, 2001.
- García, S. y Block, S. (2013). *Matemáticas 2*. México: Conecta Estrategias.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- Hernández, J., Jiménez, L., y Solano, H. (2016). *Matemáticas I, Estrategias del pensamiento*. México: Patria.
- Martínez Juste, S., Muñoz Escolano, J. M., Oller Marcén, A. M., y Ortega del Rincón, T. (2017). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2º de eso. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 20(1), 95-122.
- Marván, L. M., y Bravo, C. (2010). *Matemáticas 2*. México: Castillo.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. *Revista Suma*, 58, 7-23.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63.
- Secretaría de Educación Básica. (2011). Plan de estudios 2011. Educación Básica.
- Selander, S. (1995). *Análisis del texto pedagógico. Libro de texto y construcción de materiales curriculares*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- Trigueros, M., Lozano, M. D., Schulmaister, M., Sandoval, I. T., Jinich, E., y Cortés, M. (2016). *Matemáticas I*. México: Santillana.
- Valverde, G., Castro, E., y Molina, M. (2013). *Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. [versión digital]. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4919893>