

UMALENTE TEÓRICA PARA ANALISAR O POTENCIAL DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA

A THEORETICAL LENS TO ANALYZE THE POTENTIAL OF DIGITAL TECHNOLOGIES IN EXPLORATORY TEACHING OF MATHEMATICS

Maria Ivete Basniak, Everton José Goldoni Estevam
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR (Brasil)
basniak2000@yahoo.com.br, evertonjgestevam@gmail.com

Resumen

Tomando como referência a Teoria das Abordagens Instrumentais/Instrumentação e a Mediação e Mediação Semiótica na integração de Tecnologias Digitais (TD) na Educação Matemática, investigamos as possibilidades que as TD oferecem para práticas assentes no Ensino Exploratório de Matemática (EEM). Assumimos uma perspectiva metodológica de caráter qualitativo, pautada na Teoria Fundamentada nos Dados. Elaboramos um quadro de descritores das TD como meio para acessar o conhecimento matemático, que possibilita a mobilização de formas complexas de pensamento, por meio da interação aluno/computador e da interpretação de representações matemáticas. Este quadro teórico revela os contributos das TD às quatro dimensões do EEM.

Palabras clave: tecnologia, ensino superior e educação básica, pesquisa qualitativa

Abstract

Taking as a reference the Theory of Instrumental/Instrumentation Approaches and the Mediation and Semiotic Mediation in the integration of Digital Technologies (TD) in Mathematics Education, we investigated the possibilities that the TD offer for practices based on the Exploratory Mathematics Teaching (EEM). We assume a methodological perspective of qualitative character, based on the Theory Based on the Data. We elaborate a table of TD descriptors as a means to access mathematical knowledge, which enables the mobilization of complex forms of thought, through student/computer interaction and the interpretation of mathematical representations. This theoretical framework reveals the contributions of TDs to the four dimensions of EEM.

Key words: technology, higher education and basic education, qualitative research

■ Introdução

As relações entre Educação Matemática e Tecnologia têm sido preocupação de pesquisas da *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)* desde meados da década de 1980 (Beatty & Geiger, 2010), quando os microcomputadores passaram a ter impacto significativo nos contextos educacionais. O relatório sobre o tema relacionado ao potencial do uso de computadores no ensino de Matemática do Simpósio *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching* (Churchhouse 1986), citado por (Beatty & Geiger, 2010), inicia com uma discussão sobre o que a matemática e a atividade matemática devem incluir no futuro em sala de aula. Ele destacou o desejo crescente de que o ensino de Matemática privilegie aspectos experimentais da matemática, de forma que os alunos adquiriram habilidades em experimentar, observar e explorar, fazendo previsões, testando hipóteses, conduzindo ensaios, controlando variáveis e simulando.

Neste sentido, pesquisas brasileiras sobre as tecnologias e o ensino de Matemática evidenciam que as tecnologias digitais podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem de matemática, à medida que práticas investigativas e exploratórias de matemática sejam privilegiadas e permitam compreender a natureza da atividade matemática desencadeada (Basniak, Silva e Gaulovski, 2017).

Em suma, as pesquisas brasileiras e internacionais salientam diferentes aspectos do potencial da Tecnologia Digital (TD) para o ensino de Matemática em atividades exploratórias e investigativas. Entretanto, deparamo-nos com a inexistência de pesquisas que evidenciem aspectos teóricos relacionados à integração de TD e o Ensino Exploratório de Matemática (EEM). A fim de elucidar esta questão, investigamos as possibilidades que as TD podem oferecer para práticas assentes no EEM, por meio de uma pesquisa teórica de pressupostos distintos, em que assumimos uma perspectiva metodológica de caráter qualitativo, pautada na Teoria Fundamentada nos Dados (*Grounded Theory*) (Strauss e Corbin, 1998). A próxima seção discute as dimensões do EEM.

■ Ensino exploratório de matemática nas suas 4 dimensões

O EEM emerge na literatura em contraposição àquele denominado direto ou expositivo (Ponte, 2005) e, situado em uma perspectiva mais alargada de *enquiry-based teaching* (Oliveira e Cyrino, 2013), admite como dimensões fundamentais o *inquiry*, a reflexão, a comunicação e a colaboração (Chapman e Heater, 2010). No léxico da língua portuguesa não é consensual a tradução de *inquiry*, o qual geralmente é traduzido como inquirição ou investigação. Contudo, consideramos que nenhum destes termos corresponde adequadamente ao significado de *inquiry* e, portanto, no intuito de evitar interpretações equivocadas, optamos pela manutenção do termo em inglês.

Compreendido como um conceito pedagógico, o *inquiry* tem origem nos trabalhos de Dewey (1938), para quem significa tanto a base da descoberta quanto da aprendizagem. Ele o define como "a transformação controlada ou dirigida de uma situação indeterminada em outra que é tão determinada, em suas distinções e relações constituintes, a ponto de converter os elementos da situação original em um todo unificado" (p. 104-105). Cabe salientar que, para o autor, uma situação é concebida como o conjunto de interações entre um organismo, um indivíduo e seu ambiente, e o *inquiry* como um processo geral, não reservado à atividade científica.

Desta forma, segundo Artigue e Blomhøj (2013)

O processo de *inquiry* desenvolve-se como interação entre conhecimentos e desconhecimentos em situações em que algum indivíduo ou grupo de indivíduos enfrenta um desafio. Isso supõe que alguma parte do desconhecido existe em uma situação e está sendo reconhecida como desafiadora ou simplesmente intrigante; mas o *inquiry* só pode se desenvolver porque essa parte do desconhecido pode

ser abordada com o que já é conhecido, porque dados e referências podem sugerir hipóteses e inferências (p. 798-799).

Dewey (1938) considera a inquirição reflexiva como a chave para ir além da distinção entre conhecer e fazer. Ele vê a aprendizagem como “um processo adaptativo, no qual a experiência é o motor para criar conexões entre sensações e ideias, por meio de um processo controlado e reflexivo, rotulado de inquirição reflexiva” (Artigue e Blomhøj, 2013). Portanto, a organização da experiência dos alunos e o desenvolvimento de hábitos gerais da mente para aprender por meio da inquirição reflexiva configuram uma função essencial da educação (Dewey, 1938).

A *reflexão* surge, assim, como uma segunda dimensão do EEM que, articulada às demais, salienta a premissa de que a ação não é suficiente para a aprendizagem, enquanto avanços cognitivos significativos são percebidos quando essas ações são admitidas como objetos de pensamento (Wheatley, 1992). Isto porque há “evidências sólidas de que o ensino que tem a reflexão como componente principal permite que os alunos construam relações matemáticas robustas” (Wheatley, 1992, p. 540). Como consequência, aqueles que experimentam a aprendizagem centrada na reflexão são capazes de resolver problemas não rotineiros e construir novos conhecimentos autonomamente.

Em decorrência da admissão da inquirição reflexiva como princípio de aprendizagem, o EEM salienta a influência da natureza da conversação, seus propósitos e funções nas diferentes fases da aula (Cyrino e Oliveira, 2016). Ao considerar o ensino como um processo em que os alunos interagem entre si e com o professor, no intuito de construir e compartilhar significados, esta perspectiva de ensino salienta a *comunicação* como uma de suas dimensões fundamentais.

Durante as interações sociais, normas sociais e sociomatemáticas guiam professor e alunos em suas ações. Estas normas estão relacionadas às formas de como comunicar e reagir diante das intervenções dos outros em sala de aula. Contudo, elas não devem ser entendidas como impostas pelo professor, mas como sujeitas a uma negociação de significados, aceitando várias e diferentes considerações que venham a surgir (Guerreiro, 2014). Desta forma, “a norma não é uma regra que determina a ação individual, é uma noção coletiva de ação, traduzida na adequação e no valor das intervenções dos alunos e do professor, quando interagem uns com os outros na sala de aula” (Guerreiro, 2014, p. 243).

Trata-se de considerar a inquirição dialógica como orientação do processo pedagógica, a qual considera que as aprendizagens não são desenvolvidas isoladamente ou apenas na relação entre agente, objeto e ação, mas também estão situadas nas relações interpessoais entre os participantes na atividade e discurso que produzem juntos (Wells, 2004).

Nesse sentido, evidencia-se a quarta dimensão do EEM– a *colaboração*, a qual articula as três primeiras. Ela pressupõe que o desenvolvimento individual e de grupo é interdependente, cuja relação se constitui reflexivamente nos diálogos inquiridores. Isto porque se admite que o conhecimento é elaborado e reelaborado pelos participantes nesses diálogos, quando interagem e comunicam ideias e refletem sobre elas, com vistas ao cumprimento de objetivos colaborativos emergentes no curso da atividade (Wells, 2004). Trata-se de considerar que, se por um lado, as atividades matemáticas individuais podem ser limitadas pela participação na constituição interativa de uma base compartilhada para a atividade matemática, por outro, essa base é interativamente constituída, à medida que se tenta coordenar a atividade matemática de cada um com a dos outros.

Neste cenário, ao mesmo tempo em que evidenciam a complexidade que permeia a prática letiva assente no EEM, os aspectos que alicerçam suas dimensões fundamentais sinalizam o potencial desta perspectiva de ensino para a aprendizagem matemática. Particularmente, sinalizam seu potencial para mobilização de formas complexas de pensamento que, dialogicamente, articulam representações e conceitos diversos, em busca de um significado compartilhado (Cyrino e Oliveira, 2016). Neste sentido, vislumbramos potencialidades da integração da tecnologia ao EEM, cuja busca por uma lente de análise alicerça a próxima seção.

■ Aspectos teóricos emergentes da integração da tecnologia na educação matemática

Diferentes recursos podem ser empregados no sentido de favorecer ou evidenciar as quatro dimensões do EEM, sendo as TD um deles. Para tanto, é patente a elucidação de lentes teóricas que permitam a análise do papel desses recursos no ensino. Nesta perspectiva, Drijvers, Kieran, Mariotti, Ainley, Andresen, Chan, Dana-Picard, Gueudet, Kidron, Leung e Meagheret (2010), a partir de teorias antecedentes, como a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1998), Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1999), Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) e Semiótica (Radford, 2003), discutem a Teoria das Abordagens Instrumentais/Instrumentação (Vérillon & Rabardel, 1995; Rabardel, 2002) e a Mediação e Mediação Semiótica (Balacheff & Kaput, 1996) como teorias relevantes para elucidar o potencial da integração das TD na Educação Matemática.

Drijvers et al. (2010) salientam que a palavra *Instrumentação* tem significado duplo: no quadro de Abordagens Instrumentais, ela se refere à teoria da Instrumentação como um todo; no contexto mais específico da Gênese Instrumental, refere-se à forma como o artefato afeta o comportamento e o pensamento do aluno, em oposição à instrumentalização, que diz respeito à forma como o pensamento do aluno afeta o artefato.

Nesta perspectiva, Drijvers et al. (2010) esclarecem que a Instrumentação enfatiza a importância das técnicas, que tendem a ser subestimadas nas discussões sobre a integração da tecnologia. Para Artigue (2002) e Lagrande (2000), citados por Drijvers et al. (2010), a técnica é compreendida como o estudo da tecnologia, e enfatiza os três T: tarefa, técnica e teoria.

Nesta compreensão, enquanto *esquemas* referem maneiras de lidar com situações e tarefas específicas, as *técnicas* são compreendidas como modos de resolver uma tarefa que exige um conjunto complexo de raciocínio e trabalho, o qual ultrapassa aquele exigido em tarefas rotineiras.

A Instrumentação permite diferenciar artefato de instrumento, de forma que “Instrumento = Artefato + Esquemas e Técnicas, para um determinado tipo de tarefa” (Drijvers et al., 2010, p. 108). Enquanto artefato compreende algo, não necessariamente um objeto físico, o instrumento é mais que um artefato, no sentido que exige um indivíduo que utilize o artefato na realização de uma tarefa, aplicando técnicas.

Neste contexto, é chamado Gênese Instrumental o processo pelo qual um artefato torna-se parte de um instrumento, no decurso de sua utilização por um usuário – por exemplo, o aluno (Drijvers et al., 2010). Para Abar e Alencar (2013), “a Abordagem Instrumental estuda os aspectos próprios que existem no artefato e no instrumento, e processos que envolvem a transformação progressiva do artefato em instrumento” (p. 352).

A Gênese Instrumental parte, portanto, da dualidade de possibilidades do artefato: por um lado, de moldar o pensamento do aluno (instrumentação) e, por outro, de o pensamento do aluno moldar o artefato (instrumentalização). Ou seja, dentro da Gênese Instrumental, a instrumentação remete à influência de recursos e restrições de um artefato sobre as estratégias de resolução de problemas e as concepções que dela emergem, enquanto a instrumentalização refere o pensamento do aluno, orientando a forma como o artefato é usado.

No que se refere à Teoria da Mediação e Mediação Semiótica, discutida por Drijvers et al. (2010), a tecnologia é compreendida como meio para acessar o conhecimento matemático. Assim, na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1998), o meio, *milieu*, envolve todos “aqueles objetos com os quais os alunos têm uma familiaridade matemática tal que podem manipulá-los com toda segurança e cujas propriedades lhes parecem inquestionáveis [...] por intermédio dos quais se contextualiza a matemática ensinada” (p. 217).

Estes objetos são necessários para que relações entre os conhecimentos e desconhecimentos possam ser estabelecidas, porque dada a natureza epistemológica da Matemática, é impossível estabelecer uma relação imediata com os objetos matemáticos, de forma que qualquer relação passa por um processo de Mediação Semiótica. A

interpretação simbólica dos dados inseridos no computador pelo aluno, por exemplo, e aqueles retornados como resposta deste àquele permitem sua leitura como um fenômeno matemático que ocorre por meio da interação entre um aluno e um computador.

Nesta perspectiva, os artefatos são considerados meio não apenas para realizar uma tarefa, mas para que os alunos possam acessar o conhecimento matemático, permitindo que diferentes representações sejam exploradas. O potencial mediador do artefato está na dupla ligação semiótica que ele tem com os significados emergentes de seu uso para realizar uma tarefa e os significados matemáticos evocados por esse uso (Drijvers et al., 2010).

Desta forma, a ação do professor incidirá nos níveis cognitivo e meta-cognitivo, ambos promovendo a evolução dos significados e orientando os alunos a estarem conscientes de seu estado matemático (Drijvers et al., 2010).

■ A articulação entre os dois quadros teóricos – Pressupostos metodológicos

Para discutir teoricamente o potencial pedagógico da TD para o EEM, assumimos uma perspectiva metodológica de caráter qualitativo, pautada na Teoria Fundamentada nos Dados (*Grounded Theory*) (Strauss e Corbin, 1998). Portanto, a análise de dados envolveu três etapas interdependentes e cíclicas: a codificação aberta, codificação axial e codificação seletiva.

A codificação aberta, segundo Strauss e Corbin (1998), descreve o processo analítico pelo qual os conceitos são identificados e desenvolvidos em relação a suas propriedades e dimensões, originando códigos preliminares e conceituais. Em nosso trabalho, abarcou a leitura de textos sobre EEM e teorias relacionadas à integração de TD no ensino de Matemática, que favoreceram visualizar categorias preliminares que possibilitassem relacionar o EEM e os contributos das TD para o ensino de Matemática. Por meio da codificação axial, essas categorias foram aprimoradas e agrupadas por meio de conexões entre elas. Nesta fase, desenhamos que o EEM favorece relações entre o conhecido e o desconhecido e se constitui reflexivamente, nos diálogos inquiridores, por meio de suas quatro dimensões:

- *inquiry* - possibilita que uma situação indeterminada se transforme, por meio de uma ação controlada ou dirigida, em outra capaz de permitir que os elementos da situação original sejam entrelaçados e unificados;
- *reflexão* – permite questionar as ideias iniciais a partir do (re)pensar constante sobre suas validade e adequabilidade;
- *comunicação* – propicia ordenar ideias ao compartilhar significados;
- *colaboração* – permite o desenvolvimento individual e de grupo, favorecendo aprendizagens interdependentes.

Utilizamos, deste modo, estes elementos como lente de seleção de aspectos salientes nas Teorias que discutem a integração das TD no ensino de Matemática. Identificamos, em um primeiro momento, que as Teorias da Instrumentação e Mediação e Mediação Semiótica abarcavam contributos das demais teorias relacionadas, o que nos levou às categorias de análise sistematizadas no Quadro 1 como síntese da fase de codificação axial.

Quadro 1. Categorias de análise dos contributos das TD no EEM

Teoria	Categoria	Descritores
Abordagem Instrumental	Instrumentação na Gênese Instrumental	Forma como o artefato afeta o comportamento e o pensamento do aluno.
	Instrumentalização na Gênese Instrumental	Forma como o pensamento do aluno afeta o artefato.
	Técnica	Maneira de resolver uma tarefa que exige um conjunto complexo de raciocínio e trabalho, o qual ultrapassa aquele exigido em tarefas rotineiras.
Mediação e Mediação Semiótica	Tecnologia como meio para acessar o conhecimento	Relações entre os conhecimentos e desconhecimentos.
	Representação no artefato	Representações, dada a natureza epistemológica da Matemática.
	Significação matemática por meio de um artefato	Ligação semiótica com os significados emergentes do uso do artefato para realizar uma tarefa e os significados matemáticos evocados por esse uso.
	Professor como mediador	Evolução dos significados e orientação dos alunos a estarem conscientes de seu estado matemático.

Segundo Strauss e Corbin (1998), na codificação seletiva ou redação da teoria, o pesquisador integra e refina as categorias em um nível mais abstrato, buscando a percepção de convergências que subsidiem sua teorização acerca do processo investigado. Desta forma, nesta fase, integramos os dois quadros teóricos relacionando os contributos das TD no ensino de Matemática às dimensões do EEM, cuja síntese compõe a seção de resultados que segue.

■ Contributos das tecnologias digitais para o ensino exploratório de matemática

Drijvers et al. (2010) destacam que o aluno pode tomar consciência dos significados relacionados à matemática por meio da expressão representada de diferentes formas - palavras, gestos, desenhos, e assim por diante – em que os significados emergem por meio da expressão a partir de representações, para que novos sinais (para os alunos) possam ser socialmente compartilhados. A característica principal destes sinais é o seu forte vínculo com as ações realizadas com o artefato. Quando este processo semiótico ocorre na sala de aula, a interação social pode assumir um objetivo comum, orientado para o ensino e aprendizagem de Matemática, em que tanto os alunos quanto o professor podem estar envolvidos na evolução da compreensão dos sinais matemáticos (Drijvers et al., 2010). Ao atuar no nível metacognitivo, o papel do professor é de mediador cultural; em outras palavras, busca introduzir os alunos na cultura matemática, englobando propositadamente o indivíduo e suas perspectivas sociais, tornando o artefato um mediador semiótico e não simplesmente qualquer mediador (Drijvers et al., 2010). Assim, qualquer artefato será referido como instrumento de mediação semiótica enquanto estiver (ou for concebido para ser) intencionalmente usado pelo professor para mediar um conteúdo matemático, por meio de uma intervenção didática projetada.

Tomando os pressupostos teóricos da Instrumentação, identificamos potencial das TD quanto a seus principais contributos para as quatro dimensões do EEM. Quando o aluno é desafiado a resolver uma tarefa, em que precisa utilizar seus conhecimentos para inserir informações no computador para que este retorne uma resposta relacionada a seus desconhecimentos, a dimensão do *inquiry* é favorecida. Isto porque a parte do desconhecido pode ser abordada com o que lhe é conhecido, e o aluno precisa conseguir se *comunicar* com o computador para que possa inserir as informações que precisa e para que consiga ler aquelas que o computador retorna. Por exemplo, para

marcar um ponto $A(2,57; 3,45)$ com precisão em um software que relacione álgebra e geometria, como o GeoGebra, e inserir as coordenadas deste ponto na caixa de entrada, deve digitar o nome do ponto em maiúsculas seguido do sinal de igual, com as coordenadas separadas por vírgula, e a parte decimal com ponto $A=(2.57,3.45)$. O programa mostrará este ponto na janela gráfica, informação que o aluno precisará ler para continuar a desenvolver a tarefa proposta. Isto corrobora para desencadear a dimensão *reflexiva*, por meio da organização e interpretação dos dados que precisa inserir no computador e daquilo que ele retorna, permitindo depurar e ajustar raciocínios a partir destas ações.

Neste momento, o computador deixa de ser um artefato, em que apenas o aluno insere informações para obter respostas esperadas (por exemplo, quando utiliza como máquina de calcular, digitando operações para que o computador realize cálculos com mais rapidez e eficiência) para se tornar um instrumento de aprendizagem, em que o aluno precisa interpretar aquilo que o computador retorna, e *refletir* sobre o que precisa realizar para que consiga resolver a tarefa proposta. Por exemplo, se a tarefa solicitar que, a partir deste ponto, seja construído um quadrado de lado 2 unidades, ele precisará relacionar conhecimentos sobre as propriedades do quadrado, a medidas de ângulos, retas, segmentos de retas e, enfim, outros mais, dependendo da(s) estratégia(s) que utilizar. O aluno precisa utilizar sua experiência e conhecimentos anteriores para conseguir se *comunicar* com o computador, interpretando as respostas retornadas por ele, e/ou ainda *comunicar* seus achados e reflexões com o professor e colegas, *colaborando* com sua aprendizagem e com a dos demais para que consigam, todos, resolver a tarefa proposta. Estendemos, aqui, a dimensão da *comunicação*, não só entre humanos (professor-aluno-professor e aluno-aluno), pois a inserção de dados no computador e/ou ainda a manipulação e construção de representações matemáticas no computador, exige(m) do aluno que consiga se *comunicar* com o artefato utilizado, e que interprete as respostas por ele fornecidas, para que o utilize como instrumento de construção do conhecimento matemático. Tais respostas podem gerar novas questões, constituindo um ciclo de *inquirição*, *reflexão*, *comunicação*, em que o artefato molda o comportamento e o pensamento do aluno, ao mesmo tempo em que o pensamento do aluno faz do artefato um instrumento para resolver a tarefa, que exige um complexo conjunto de raciocínio. Isto pode se desencadear na dimensão *colaborativa*, permeada pela ação do professor e dos colegas, o que remete à Instrumentação na Gênese Instrumental, em que há influência de recursos e restrições de uma ferramenta sobre as estratégias de resolução de problemas e as concepções que daí emergem, favorecendo avanços cognitivos expressivos que beneficiam a resolução de tarefas não rotineiras e a construção de novos conhecimentos autonomamente. Este último referindo-se a Instrumentalização na Gênese Instrumental, em que o pensamento do aluno orienta a forma como a ferramenta é usada.

Neste contexto, ao expandirmos a compreensão da dimensão da *comunicação* às formas de como comunicar e interpretar as respostas retornadas pelo computador, a tecnologia é meio para o aluno acessar o conhecimento (teoria da Mediação). A interação entre aluno e computador, baseada na interpretação simbólica dos dados inseridos pelo aluno no artefato e as respostas retornadas pelo instrumento, favorece a *reflexão* e a tomada de consciência dos significados relacionados à Matemática, por meio da necessidade de representação, leitura e interpretação de símbolos matemáticos no artefato que, neste processo, passa a ser utilizado como um instrumento de aprendizagem. Este processo desencadeia-se de forma *colaborativa*, quando estas representações no instrumento atuam como vínculo de ações realizadas com o artefato. Trata-se de um processo que favorece a interação social quando, tanto professor quanto aluno, envolvem-se na compreensão dos sinais que se referem aos significados compartilhados, em que o conhecimento é elaborado e reelaborado pelos participantes durante este processo *interativo*. Nele, *comunicam* ideias e *refletem* sobre elas, mediados pela tecnologia, para que possam acessar o conhecimento matemático, e pelo professor, para que possam tomar consciência deste conhecimento matemático, sendo introduzidos na cultura matemática.

■ Considerações finais

Tomando os pressupostos teóricos da Instrumentação, identificamos contributos das TD relacionados às quatro dimensões do EEM. Na Gênese Instrumental, tanto na instrumentação quanto na instrumentalização, quando o aluno é desafiado a resolver uma tarefa, e precisa utilizar seus conhecimentos para inserir informações no computador para que este retorne uma resposta relacionada a seus desconhecimentos, favorece que o *inquiry* seja desenvolvido, porque a parte do desconhecido pode ser abordada com o que lhe é conhecido. Isto colabora para desencadear, segundo a Instrumentação na Gênese Instrumental, a dimensão *reflexiva*, organizando e interpretando sua experiência, de modo que consiga se *comunicar* com o computador, interpretando as respostas retornadas por ele.

Estendemos, aqui, a dimensão da *comunicação*, na Gênese Instrumental, tanto na Instrumentação quanto na Instrumentalização, não só entre humanos (professor-aluno-professor e aluno-aluno), mas entre aluno e computador. Isto porque a inserção de dados no computador e/ou ainda a manipulação e construção de representações matemáticas exige que o aluno consiga se comunicar com o artefato utilizado, e que interprete as respostas por ele retornadas, para que se torne instrumento de construção do conhecimento matemático. Tais respostas podem gerar novas questões, em que o artefato molda o comportamento e o pensamento do aluno (Instrumentação na Gênese Instrumental), evoluindo para um ciclo de *inquirição*, *reflexão* e *comunicação* em que o pensamento do aluno faz do artefato um instrumento para resolver a tarefa, que exige um complexo conjunto de raciocínio (Instrumentalização na Gênese Instrumental). Isto se desencadeia na dimensão *colaborativa*, permeada pela ação do professor e dos colegas, e pela influência de recursos e restrições de uma ferramenta sobre as estratégias de resolução de problemas e as concepções que emergem no processo de comunicação de significados.

Neste contexto, ao expandirmos a compreensão da dimensão da *comunicação* ao processo de *inquirir* e *refletir* sobre as respostas retornadas pelo computador, as TD constituem meio para o aluno acessar o conhecimento (teoria da Mediação). Isto porque a interação entre aluno e computador, permeada pela *reflexão*, baseada na interpretação simbólica da representação no artefato dos dados inseridos pelo primeiro e as respostas retornadas pelo segundo, favorece a tomada de consciência dos significados relacionados à Matemática. Neste cenário, o professor atua como mediador cultural, inserindo o aluno na cultura matemática, em um processo *colaborativo* permeado pela *inquirição* das representações matemáticas no artefato, em que a *comunicação* entre professor-aluno-professor e aluno-aluno favorece a *reflexão* e significação matemática.

Desta forma, sintetizamos nossas análises no Quadro 2, que relaciona diretamente os contributos das TD no ensino da Matemática às quatro dimensões do EEM, o qual oferece elementos para ações e pesquisas em duas dimensões: orientar o planejamento e a realização de práticas envolvendo TD e assentes no EEM, bem como oferece elementos para analisar estas práticas.

Quadro 2. Descritores que articulam contributos das TD ao EEM

Teorias	Descritores	Inq	Ref	Com	Col
Instrumentação	Instrumentação na Gênese Instrumental	X		X	
	Instrumentalização na Gênese Instrumental	X	X	X	X
	Técnica	X	X	X	X
Mediação e Mediação Semiótica	Tecnologia como meio para acessar o conhecimento	X	X	X	
	Representação no artefato		X	X	
	Significação matemática por meio de um artefato	X	X	X	
	Professor como mediador	X	X	X	X

Concluimos, assim, que a Tecnologia oferece contributos para o EEM, que estão associados à necessidade de o aluno interagir com o computador na realização de uma tarefa, cuja resolução exige o emprego de técnicas em que

o computador é meio para acessar o conhecimento matemático. O aluno é inquirido a utilizar e interpretar representações matemáticas, refletindo sobre seus significados, mobilizando formas complexas de pensamento que, dialogicamente, articulam representações e conceitos diversos, em busca de um significado compartilhado e validade.

■ Agradecimento

Agradecemos à Fundação Araucária, CNPq e à PRPPG da Unespar pelo financiamento para a realização da pesquisa.

■ Referências

- Abar, C. A. A. P. & Alencar, S. V. (2013). A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática. *Boletim de Educação Matemática*: Rio Claro, 27(46).
- Artigue, M. e Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45 (6), 797-810.
- Balacheff, N. e Kaput, J.J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. In: Bishop, A. J.; Clements, K.; Keitel, C.; Kilpatrick, J.; Laborde, J. (Ed.), *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer, 429-501.
- Basniak, M.I.; Silva, S.C.R. e Gaulovski, J.M. (2017). Tecnologias digitais e ensino da matemática no Brasil: uma revisão da literatura de 2010-2017. *Revista Tecnologias na Educação*. 23.
- Beatty, R. e Geiger, V. (2010) Technology, Communication and Collaboration: Re-thinking Communities of Inquiry, Learning and Practice In: Hoyles, Lagrange, J.B.C. Internacional Commission on Mathematical Instruction. *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain - The 17th ICMI Study*, Springer: New York, 251-287.
- Brousseau, G. (1998). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970–1990* (edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, and V. Warfield). Dordrecht: Kluwer.
- Chapman, O. e Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13(6), 445-458.
- Chevallard, Y. (1999). *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*, Recherches en Didactique des Mathématiques, 19, 221–266.
- Chevallard, Y; Bosch, M. e Gáscon, J. (2001). *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora.
- Cyrino, M.C.C.T. e Oliveira, H. M. (2016). Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In M. C. C. T. Cyrino (Ed.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas* (pp. 19-32). Londrina, Brasil: EDUEL.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company.
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M.-A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., Dana-Picard, T., Gueudet, G., Kidron, I., Leung, A., e Meagheret, M. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. In: Hoyles, Lagrange, J.B.C. Internacional Commission on Mathematical Instruction. *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain - The 17th ICMI Study*, Springer: New York, 89-133.
- Guerreiro, A. (2014). Comunicação matemática na sala de aula: conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. In: PONTE, J. P. *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: IE, 237-260.

- Oliveira, H. e Cyrino, M. (2013). Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: one study with prospective mathematics teachers. *SISYPHUS – Journal of Education*, 1(3), 214-245.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 11-34.
- Rabardel, P. (2002). *People and Technology – A Cognitive Approach to Contemporary Instruments*.
- Radford, L. (2003). *Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization*, *Mathematical Thinking and Learning*, 37-70.
- Strauss, A. L. e Corbin, J. M. (1998). *Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory*. 2 ed. Thousand Oaks: SAGE.
- Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 133–170.
- Vérillon, P. e Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity, *European Journal of Psychology of Education*, 10, 77–103.
- Wells, G. (2004). *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wheatley, G. H. (1992). *The role of reflection in mathematics learning*. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 529-541.